

YGS

TEMEL
MATEMATİK

KONU ANLATIMLI

YGS
KONU ANLATIMLI
TEMEL MATEMATİK

Basım Yeri ve Yılı
İstanbul / 2012

Baskı – Cilt
Ek–Bil Matbaacılık
Tel: 0 (212) 423 87 15

ISBN
978 – 605 – 4413 – 70 – 6

Copyright © **Aydın Basın Yayın Matbaa Sanayi ve Ticaret Ltd. Şti.**

Bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayımlanması ve depolanması yasaktır.

Bu kitabın tüm hakları, **Aydın Basın Yayın Matbaa Sanayi ve Ticaret Ltd. Şti. ne** aittir.

İÇİNDEKİLER

1. DOĞAL SAYILAR – TAM SAYILAR	5 – 64
Temel Kavramlar, Sayıların Sınıflandırılması	5 – 21
Sayı Basamakları ve Taban Aritmetiği, Faktöriyel Kavramı	22 – 39
Doğal Sayılarda Bölme, Bölünebilme Kuralları, Asal Sayılar – Asal Çarpanlar, Ortak Katların En Küçüğü, Ortak Bölenlerin En Büyüğü	40 – 58
2. RASYONEL – ONDALIK SAYILAR	65 – 86
Rasyonel Sayılar, Kesir Çeşitleri, Rasyonel Sayılarda İşlemler, Rasyonel Sayılarda Sıralama	65 – 76
Ondalık Sayılar, Ondalık Sayılarda Dört İşlem, Devirli Ondalık Sayılar	77 – 81
3. GERÇEK SAYILAR – BASİT EŞİTSİZLİKLER	87 – 100
Gerçek Sayılar, Basit Eşitsizlikler	87 – 96
4. MUTLAK DEĞER	101 – 118
Mutlak Değerin Tanımı, Mutlak Değere Ait Bazı Özellikler	101 – 106
Mutlak Değerli Denklemler	107 – 110
Mutlak Değerli Eşitsizlikler	111 – 113
5. ÜSLÜ SAYILAR	119 – 136
Üslü Sayının Tanımı, Üslü Sayılarda İşlemler, Üslü Denklemler, Üslü Sayıların Sıralanması	119 – 132
6. KÖKLÜ SAYILAR	137 – 154
Köklü İfadelerin Tanımı, Köklü İfadelerin Özellikleri, Köklü İfadelerde Sıralama, Köklü İfadelerde Dört İşlem, Paydanın Rasyonel Yapılması	137 – 150
7. ÖZDEŞLİKLER – ÇARPANLARA AYIRMA	155 – 172
Özdeşlikler, Pascal Üçgeni, Çarpanlara Ayırma Yöntemleri	155 – 165
Rasyonel İfadelerin Sadeleştirilmesi	166 – 169
8. ORAN – ORANTI	173 – 190
Oran–Orantı, Orantının Özellikleri, Orantı Çeşitleri	173 – 181
Ortalama Çeşitleri	182 – 185
9. I. DERECEDEN DENKLEMLER	191 – 210
I. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler, Eşitliğin Özellikleri, $ax+b=0$ Denkleminin Çözüm Kümesinin Bulunması, I. Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler, I. Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sisteminin Çözüm Kümesinin Bulunması, Özel Denklemler	191 – 207
10. DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ	211 – 294
Matematik Diline Çevirme, Sayı – Kesir Problemleri	211 – 227
Yaş Problemleri	228 – 237
İşçi – Havuz Problemleri	238 – 249
Hareket Problemleri	250 – 261
Yüzde Problemleri	262 – 269
Faiz Problemleri	270 – 272
Karışım Problemleri	273 – 277
Sayısal Yetenek Problemleri	278 – 290

İÇİNDEKİLER

11. MANTIK	295 – 306
Mantık, Terim, Tanımlı – Tanımsız Terimler, Önerme, Bileşik Önermeler, Niceleyiciler, Aksiom, Teorem ve İspat	295 – 304
12. KÜMELER	307 – 324
Küme, Kümelerle İlgili Temel Kavramlar, Kümelerle Yapılan İşlemler, Küme Problemleri	307 – 320
13. BAĞINTI – FONKSİYON	325 – 356
Bağıntı, Bağıntının Özellikleri	325 – 331
Fonksiyon	332 – 352
14. İŞLEM	357 – 366
İşlem, İşlemin Özellikleri	357 – 364
15. MODÜLER ARİTMETİK	367 – 378
Modüler Aritmetik, Denklik Özellikleri	367 – 376
16. PERMÜTASYON – KOMBİNASYON – OLASILIK	379 – 393
Saymanın Temel İlkeleri ve Faktöriyel Kavramı, Permütasyon, Kombinasyon, Olasılık	379 – 391
Cevap Anahtarı	394 – 400

1.ÜNİTE

DOĞAL SAYILAR – TAM SAYILAR

KAZANIM

- ❖ Rakam ile sayı kavramlarını açıklar.
- ❖ Sayı kümelerini açıklar ve sembolleriyle gösterir. Bu kümelere örnek sayılar verir.
- ❖ Toplamları sabit olan iki sayının, ait olduğu sayı kümesindeki çarpımının en büyük ve en küçük değerini bulabilir.
- ❖ Çarpımları sabit olan iki sayının ait olduğu sayı kümesindeki toplamının en büyük ve en küçük değerini bulabilir.
- ❖ Tam sayı çeşitlerini (tek, çift, pozitif, negatif) açıklar. Bunlarla ilgili uygulamalar yapabilir.
- ❖ Ardışık sayıları açıklar, ardışık sayıların sonlu toplamını bulabilir.

TEMEL KAVRAMLAR

Rakam

Sayıları ifade etmek için kullanılan sembollere rakam denir.

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} kümesinin elemanları onluk sayma sisteminde kullanılan rakamlardır.

Sayı

Rakamların bir çokluk belirtecek şekilde bir araya getirilmesiyle oluşturulan ifadelere sayı denir.

UYARI

Tüm rakamlar birer sayıdır. Fakat her sayı bir rakam değildir.

1 ve 8 hem birer rakam hem de birer sayıdır. Buna karşılık 18 bir sayıdır, fakat rakam değildir.

SAYILARIN SINIFLANDIRILMASI

Doğal Sayılar

Doğal sayılar kümesi N harfi ile gösterilir.

$$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

kümesinin elemanlarının her biri birer doğal sayıdır.

Sıfır haricindeki doğal sayılara pozitif doğal sayılar ya da sayma sayıları denir. N^+ sembolü ile gösterilir.

$$N^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

kümesinin elemanlarının her biri birer sayma sayısıdır.

Örnek Soru

a ve b birer rakam olmak üzere,

$$a + \frac{10}{b} = 12$$

olduğuna göre, a'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 13 D) 19 E) 30

Çözüm

Bu eşitlikte a bir rakam olduğundan $\frac{10}{b}$ bir doğal sayı olmalıdır. Bunun için, b rakamı 1, 2, 5 olabilir.

$$b = 1 \text{ için } a + \frac{10}{1} = 12 \Rightarrow a = 2 \text{ ve}$$

$$b = 2 \text{ için } a + \frac{10}{2} = 12 \Rightarrow a = 7 \text{ dir.}$$

$b = 5$ için $a + \frac{10}{5} = 12 \Rightarrow a = 10$ olduğundan a bir rakam değildir.

Buna göre, a'nın alabileceği değerlerin toplamı $2 + 7 = 9$ bulunur.

Yanıt B

Örnek Soru

a ile b birer rakam ve $a \geq b$ olmak üzere,

$$a + b = 12$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı a rakamı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$a = 9 \text{ için } b = 3 \dots\dots\dots (9 \geq 3)$$

$$a = 8 \text{ için } b = 4 \dots\dots\dots (8 \geq 4)$$

$$a = 7 \text{ için } b = 5 \dots\dots\dots (7 \geq 5)$$

$$a = 6 \text{ için } b = 6 \dots\dots\dots (6 \geq 6)$$

olup $a \geq b$ şartını sağlayan 4 farklı a rakamı vardır.

Yanıt A

Çözüm

$a + b = 13$ eşitliğinde a ile b birbirine yaklaştıkça çarpımları büyür ve birbirinden uzaklaştıkça çarpımları küçülür.

$$7 + 6 = 13 \text{ için } a.b = 7.6 = 42$$

$$12 + 1 = 13 \text{ için } a.b = 12.1 = 12 \text{ olur.}$$

Buna göre, a.b çarpımının en büyük değeri 42 ve en küçük değeri 12 olduğundan, bu değerlerin toplamı $42 + 12 = 54$ bulunur.

Yanıt D

UYARI

Çarpımları sabit olan iki doğal sayının toplamı, sayılar birbirine yaklaştıkça küçülür, birbirinden uzaklaştıkça büyür.

Örnek Soru

2, 4, 7, 8 rakamlarını birer kez kullanarak yazılabilen iki basamaklı iki doğal sayının toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 75 B) 82 C) 96 D) 102 E) 105

Çözüm

Onlar basamağı 2 ve 4, birler basamağı 7 ve 8 olarak seçilen iki basamaklı sayılar 27 ve 48 şeklinde (veya 28 ve 47) oluşturulursa elde edilen sayıların toplamı en az 75 olur.

Yanıt A

UYARI

Toplamı sabit olan iki doğal sayının çarpımı, sayılar birbirine yaklaştıkça büyür, sayılar birbirinden uzaklaştıkça küçülür.

Örnek Soru

a ile b sayma sayısı olmak üzere,

$$a + b = 13$$

olduğuna göre, a.b çarpımının en büyük ve en küçük değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 42 B) 45 C) 51 D) 54 E) 56

Örnek Soru

a ile b birer doğal sayı olmak üzere,

$$a.b = 56$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının en büyük değeri ile en küçük değerinin farkı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 40 B) 42 C) 45 D) 48 E) 51

Çözüm

$a \cdot b = 56$ eşitliğinde a ile b birbirine yaklaştıkça toplamı küçülür, birbirinden uzaklaştıkça büyür.

$$8 \cdot 7 = 56 \text{ için } a + b = 8 + 7 = 15$$

$$56 \cdot 1 = 56 \text{ için } a + b = 56 + 1 = 57 \text{ olur.}$$

Buna göre, $a + b$ toplamının en büyük değeri 57 ve en küçük değeri 15 olduğundan bu değerlerin farkı $57 - 15 = 42$ olarak bulunur.

Yanıt B

Örnek Soru

a ile b birer doğal sayı olmak üzere,

$$a.b = 24$$

$$a.c = 40$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının en büyük değeri ile en küçük değerinin toplamı kaçtır?

- A) 74 B) 78 C) 81 D) 85 E) 89

Çözüm

Her iki çarpımda da bulunan a sayısı 1 değerini aldığımda $a + b + c$ toplamı en büyük olur. a sayısı en büyük değerini aldığımda (Burada a en büyük 8 olur.)

$a + b + c$ toplamı en küçük olur.

$a = 1$ için $b = 24$ ve $c = 40$ olduğundan

$a + b + c = 1 + 24 + 40 = 65$ olur.

$a = 8$ için $b = 3$ ve $c = 5$ olduğundan

$a + b + c = 8 + 3 + 5 = 16$ olur.

Bu değerlerin toplamı $65 + 16 = 81$ dir.

Yanıt C

Örnek Soru

a ile b doğal sayı olmak üzere,

$$4a + 5b = 50$$

olduğuna göre, a sayısı kaç farklı değer alabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

Önce $a = 0$ için $b = 10$ bulunur.

Daha sonra a nın değerleri b nin katsayısı kadar artırılırsa b nin değerleri de a nın katsayıları kadar azalır.

$$4a + 5b = 50$$

↓ ↓

0 10

5 6

10 2

15 $-2 \notin \mathbb{N}$

olduğundan a sayısı 3 farklı değer alır.

Yanıt B

Örnek Soru

a ile b doğal sayı olmak üzere,

$$2a + 3b = 12$$

eşitliğini sağlayan b değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

$a = 0$ için $b = 4$ bulunur.

Daha sonra a nın değerleri b nin katsayısı kadar artırılırsa b nin değerleri a nın katsayısı kadar azalır.

$$2a + 3b = 12$$

↓ ↓

0 4

↓ ↓

3 2

↓ ↓

6 0

olduğundan b nin alabileceği değerlerin toplamı $4 + 2 + 0 = 6$ olarak bulunur.

Yanıt A

Örnek Soru

x ile y doğal sayı olmak üzere,

$$x + y = 8$$

olduğuna göre, $3x + 2y + 8$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 28 B) 27 C) 26 D) 25 E) 24

Çözüm

Toplamın en küçük olabilmesi için katsayısı büyük olan x değişkeni en küçük seçilmelidir.

Buna göre;

$x = 0$ ve $y = 8$ için,

$$3x + 2y + 8 = 3.0 + 2.8 + 8$$

$$= 0 + 16 + 8$$

$$= 24 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılar olmak üzere,

$$2a + 5b + 3c = 81$$

olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 36 B) 37 C) 38 D) 39 E) 40

Çözüm

a'nın en büyük değeri alabilmesi için $5b + 3c$ 'nin en küçük seçilmesi gerekir.

$$2a + 5b + 3c = 81$$

$b = 0$ ve $c = 1$ için $a = 39$ olur.

Yanıt D

Örnek Soru

Her biri iki basamaklı, üç doğal sayının toplamı 75 tir.

Bu sayıların en büyüğü en çok kaçtır?

- A) 53 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57

Çözüm

Bu üç sayıdan birinin en büyük olabilmesi için diğer sayıların en küçük seçilmesi gerekir.

$$10 + 10 + x = 75 \Rightarrow x = 55 \text{ olur.}$$

En büyük sayı olarak seçilen x sayısı en çok 55 olur.

Yanıt C

Örnek Soru

Her biri iki basamaklı üç farklı doğal sayının toplamı 75 tir.

Bu sayıların en büyüğü en çok kaçtır?

- A) 53 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57

Çözüm

En büyük sayı x olsun.

Diğer sayılar, birbirinden farklı olarak en küçük değerlerini aldığı anda;

$$10 + 11 + x = 75 \Rightarrow x = 54 \text{ olur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Her biri iki basamaklı, rakamları farklı üç doğal sayının toplamı 75 tir.

Bu sayıların en büyüğü en çok kaçtır?

- A) 53 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57

Çözüm

En büyük sayı x olsun.

Diğer sayılar rakamları farklı olarak en küçük değerlerini aldığı anda; $10 + 10 + x = 75 \Rightarrow x = 55$ olur.

Ancak bu sayının rakamları farklı olmadığı için küçük sayılardan birinin değiştirilmesi gerekir.

Bu durumda; $10 + 12 + x = 75 \Rightarrow x = 53$ olur.

Yanıt A

Örnek Soru

Her biri iki basamaklı üç farklı doğal sayının toplamı 75 tir.

Bu sayıların en büyüğü en az kaçtır?

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

Çözüm

En büyük sayının en az olabilmesi için diğer sayılar en büyük değerlerini almalıdır. Bu da ancak bütün sayıların birbirine en yakın seçilmesiyle mümkündür. Birbirine en yakın sayılar, birbirine eşit olan sayılardır.

Bu durumda her bir sayı;

$$\begin{array}{r} 75 \\ - 75 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ 25 \end{array}$$

olarak bulunur.

Sayıların birbirinden farklı olması istendiğinden sayılardan biri "1" artırılarak (diğer sayılardan biri de "1" eksiltilecek) en büyük sayı bulunmuş olur.

$$\begin{array}{ccc} 25 & 25 & 25 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 24 & 25 & 26 \end{array}$$

olup en büyük sayı en az 26 olarak bulunur.

Yanıt C

Tam Sayılar

Tam sayılar kümesi Z harfi ile gösterilir.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

kümesinin elemanlarının her biri birer tam sayıdır.

Tam sayılar kümesi; negatif tam sayılar, pozitif tam sayılar ve sıfırın birleşim kümesine eşittir.

Negatif tam sayılar: $Z^- = \{\dots, -2, -1\}$

Pozitif tam sayılar: $Z^+ = \{1, 2, \dots\}$

Buna göre, $Z = Z^- \cup Z^+ \cup \{0\}$ dir.

UYARI

Sıfır bir tam sayıdır, ancak pozitif veya negatif değildir.

Örnek Soru

Rakamları farklı üç basamaklı en büyük negatif tam sayı ile iki basamaklı rakamları farklı en küçük tam sayının toplamı kaçtır?

- A) -200 B) -201 C) -202 D) -203 E) -204

Çözüm

$$(-102) + (-98) = -200 \text{ olur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

a, b ve c negatif tam sayı olmak üzere,

$$2a = 3b \text{ ve } 4b = 5c$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) -20 B) -23 C) -27 D) -33 E) -42

Çözüm

$2a = 3b$ ve $4b = 5c$ olduğundan,

$$8a = 12b = 15c \text{ olur.}$$

Burada $a = -15$, $b = -10$ ve $c = -8$ değerini aldığında $a + b + c$ toplamı en çok

$$(-15) + (-10) + (-8) = -33 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

a, b ve c birer tam sayı olmak üzere,

$$a.b = -16$$

$$b.c = -6$$

olduğuna göre, $a.b.c$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 48 B) 84 C) 96 D) 120 E) 124

Çözüm

Her iki çarpımda da bulunan b sayısı "1" değerini aldığında $a.b.c$ çarpımı en büyük değerini alır.

Buna göre;

$$b = 1 \text{ için } a = -16 \text{ ve } c = -6 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Bu durumda } a.b.c = (-16).(1).(-6) = 96 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

a, b ve c tam sayı olmak üzere,

$$1 < a < b < c < 15$$

olduğuna göre, $\frac{c-b}{a}$ ifadesinin alabileceği en

büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

$$\frac{c-b}{a} \text{ nın en büyük tam sayı değeri } \frac{14-4}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\frac{c-b}{a} \text{ nın en küçük tam sayı değeri } \frac{6-4}{2} = 1 \text{ dir.}$$

Bu iki değer toplamı $5 + 1 = 6$ bulunur.

Yanıt B

Örnek Soru

a ile b tam sayı olmak üzere,

$$b \in \mathbb{Z}^+ \text{ ve } b = \frac{2a-5}{a}$$

olduğuna göre, kaç farklı a sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$b = \frac{2a-5}{a} = \frac{2a}{a} - \frac{5}{a} = 2 - \frac{5}{a}$$

$$a = 1 \text{ için } b = 2 - \frac{5}{1} = 2 - 5 = -3 \notin \mathbb{Z}^+$$

$$a = 5 \text{ için } b = 2 - \frac{5}{5} = 2 - 1 = 1 \in \mathbb{Z}^+$$

$$a = -1 \text{ için } b = 2 - \frac{5}{-1} = 2 + 5 = 7 \in \mathbb{Z}^+$$

$$a = -5 \text{ için } b = 2 - \frac{5}{-5} = 2 + 1 = 3 \in \mathbb{Z}^+$$

olduğundan 3 farklı a sayısı vardır.

Yanıt C

Tam Sayı Çeşitleri

Çift ve Tek Sayılar

Birler basamağı {0, 2, 4, 6, 8} rakamlarından biri olan tam sayılara **çift sayı**, {1, 3, 5, 7, 9} rakamlarından biri olan sayılara **tek sayı** denir.

Ç çift bir sayıyı, T tek bir sayıyı göstermek üzere,

$$\mathbb{C} \pm \mathbb{C} = \mathbb{C} \quad \mathbb{C} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C} \quad \mathbb{C}^n = \mathbb{C} \quad (n \in \mathbb{N}^+)$$

$$\mathbb{T} \pm \mathbb{T} = \mathbb{C} \quad \mathbb{T} \cdot \mathbb{T} = \mathbb{T} \quad \mathbb{T}^n = \mathbb{T} \quad (n \in \mathbb{N}^+)$$

$$\mathbb{C} \pm \mathbb{T} = \mathbb{T} \quad \mathbb{C} \cdot \mathbb{T} = \mathbb{C}$$

Örnek Soru

Aşağıdaki sayıların hangisi bir tek sayıdır?

- A) $2009^4 - 1979$ B) $9^{23} + 13^9$ C) $7 \cdot 4^3$
D) $2^8 + 3^9 + 5^{10}$ E) $5(4^5 - 5^4)$

Çözüm

Seçenekler tek tek incelenirse;

$$A) 2009^4 \rightarrow \mathbb{T} \text{ ve } 1979 \rightarrow \mathbb{T} \Rightarrow \mathbb{T} - \mathbb{T} = \mathbb{C}$$

$$B) 9^{23} \rightarrow \mathbb{T} \text{ ve } 13^9 \rightarrow \mathbb{T} \Rightarrow \mathbb{T} + \mathbb{T} = \mathbb{C}$$

$$C) 7 \rightarrow \mathbb{T} \text{ ve } 4^3 \rightarrow \mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{T} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C}$$

$$D) 2^8 \rightarrow \mathbb{C}, 3^9 \rightarrow \mathbb{T} \text{ ve } 5^{10} \rightarrow \mathbb{T} \Rightarrow \mathbb{C} + \mathbb{T} + \mathbb{T} = \mathbb{C}$$

$$E) 5 \rightarrow \mathbb{T}, 4^5 \rightarrow \mathbb{C}, 5^4 \rightarrow \mathbb{T} \Rightarrow \mathbb{T}(\mathbb{C} - \mathbb{T}) \Rightarrow \mathbb{T} \cdot \mathbb{T} = \mathbb{T} \text{ olur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

A, B ve C doğal sayıları aşağıdaki özellikleri sağlamaktadır.

- A tek sayıysa B ve C nin her ikisi de çift sayıdır.
- A çift sayıysa B de çifttir.
- B ve C den en az biri tek sayıdır.

Buna göre, bu sayılardan hangileri çifttir?

- A) Yalnız A B) Yalnız B C) Yalnız C
D) A ve B E) B ve C

2009 – Mat 1

Çözüm

Birinci önerme ile üçüncü önermenin her ikisinin de sağlanabilmesi için A tek olmamalıdır. Bu durumda A çifttir. O hâlde A çift, B çift, C tek olmalıdır.

Yanıt D

Örnek Soru

n doğal sayı olmak üzere, $(n^8 + 5)$ sayısı çift sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi tek sayıdır?

- A) $n - 7$ B) $3n^2 + 1$ C) $(n + 2)^{2n}$
D) $(n - 3) \cdot 2^n$ E) $2n + 8$

Çözüm

$$n^8 + 5 = \mathbb{C} \text{ ise } n^8 \rightarrow \mathbb{T} \text{ olmalıdır.}$$

$$n^8 = \mathbb{T} \text{ ise } n \rightarrow \mathbb{T} \text{ olmalıdır.}$$

Buna göre (C) seçeneğindeki $(n + 2)^{2n}$ sayısının,

$$(\mathbb{T} + 2)^{2n} \rightarrow (\mathbb{T} + \mathbb{C})^{2n} \rightarrow \mathbb{T}^{2n} \rightarrow \mathbb{T} \text{ olduğu görülür.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

a, b ve c birer tam sayı olmak üzere,

$$3(a.b) + 5a = 4c + 1$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) a çift, b tek sayıdır. B) a ve b tek sayıdır.
C) a ve b çift sayıdır. D) a tek, b çift sayıdır.
E) a + b çift sayıdır.

Çözüm

$$3.a.b + 5a = 4c + 1 \Rightarrow a(3b + 5) = 4c + 1 \text{ olur.}$$

$4c + 1$ daima tek sayı olduğundan, a ve $3b + 5$ sayılarının her ikisinin de tek olması gerekir.

$3b + 5$ tek sayı ise b çift sayıdır.

Buna göre, a tek, b çift sayı olmalıdır.

Yanıt D

Örnek Soru

a, b ve c birer tam sayı olmak üzere,

$$3(a.b) = 4c + a + 5b$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) a tek, b çift sayıdır. B) a çift, b tek sayıdır.
C) a ve b tek sayıdır. D) a ve b çift sayıdır.
E) a.b tek sayıdır.

Çözüm

$$3.a.b = 4c + a + 5b \Rightarrow 3.a.b - (a + 5b) = 4c$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ T & T & Ç \\ Ç & Ç & Ç \end{array}$$

olduğundan $3.a.b$ tek iken $a + 5b$ tek veya $3.a.b$ çift iken $a + 5b$ çift olmalıdır.

$3.a.b$ tek iken hem a hem de b tek olmalıdır.

Bu durumda $a + 5b$ tek olamaz.

$3.a.b$ çift iken hem a hem de b çift olursa $a + 5b$ çift olabilir.

Buradan “a ve b çift sayıdır.” sonucu bulunur.

Yanıt D

Pozitif ve Negatif Sayılar

Sayı doğrusu üzerinde sıfırın sağında kalan sayılara **pozitif sayılar**, solunda kalan sayılara **negatif sayılar** denir.

(+) pozitif bir sayıyı, (-) negatif bir sayıyı ve n bir tam sayıyı göstermek üzere,

$$(+). (+) = (+)$$

$$(-). (-) = (+)$$

$$(-). (+) = (-)$$

$$(+). (-) = (-)$$

$$\frac{(+)}{(+)} = (+), \quad \frac{(-)}{(-)} = (+), \quad \frac{(+)}{(-)} = (-), \quad \frac{(-)}{(+)} = (-)$$

$$(+)^n = (+), \quad (-)^{2n} = (+), \quad (-)^{2n-1} = (-) \text{ olur.}$$

Örnek Soru

$$8 + 6 : (-3) - [-7 - (-2 + 1)]$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 6 E) 12

Çözüm

$$8 + 6 : (-3) - [-7 - (-2 + 1)]$$

$$= 8 - 2 - (-7 + 1)$$

$$= 6 - (-6)$$

$$= 6 + 6$$

$$= 12$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$-2 - 24 : [6 + 3.1 - 3:1] - 5$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -11 B) -9 C) -7 D) -5 E) -4

Çözüm

$$-2 - 24 : [6 + 3.1 - 3:1] - 5$$

$$= -2 - 24 : (6 + 3 - 3) - 5$$

$$= -2 - 24 : 6 - 5$$

$$= -2 - 4 - 5 = -11$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$x^8 \cdot y^3 \cdot z^7 < 0$$

$$y^4 \cdot z^3 > 0$$

$$x^5 \cdot y < 0$$

olduğuna göre, x , y ve z sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, + B) +, -, - C) -, -, +
D) -, -, - E) +, -, +

Çözüm

UYARI

Tek kuvvetli sayıların üslerini, çift kuvvetli sayıların da kendilerini atarak bu tür soruların çözümünü kolaylaştırmış olursunuz.

$$x^8 \cdot y^3 \cdot z^7 < 0 \Rightarrow y \cdot z < 0$$

$$y^4 \cdot z^3 > 0 \Rightarrow z > 0$$

$$x^5 \cdot y < 0 \Rightarrow x \cdot y < 0 \text{ elde edilir.}$$

$$z > 0 \text{ ve } y \cdot z < 0 \text{ olduğundan } y < 0 \text{ dir.}$$

$$y < 0 \text{ ve } x \cdot y < 0 \text{ olduğundan } x > 0 \text{ dir.}$$

Bu durumda x , y ve z nin işaretleri sırasıyla (+, -, +) olur.

Yanıt E

Ardışık Sayılar

Belli bir kurala göre aynı miktarda artan veya azalan sayı dizilerine **ardışık sayılar** denir.

n bir tam sayı olmak üzere;

Ardışık tam sayılar $n, n + 1, n + 2, \dots$

Ardışık çift sayılar $2n, 2n + 2, 2n + 4, \dots$

Ardışık tek sayılar $2n - 1, 2n + 1, 2n + 3, \dots$

5 in katı olan ardışık sayılar $5n, 5n + 5, 5n + 10, \dots$ şeklinde gösterilebilir.

Örnek Soru

Ardışık üç pozitif çift sayının toplamı 54 tür.

Bu sayıların en büyüğü kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

Çözüm

En küçük sayı x olsun.

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 54$$

$$3x + 6 = 54$$

$$3x = 48 \Rightarrow x = 16$$

olduğundan en büyük, $x + 4 = 16 + 4 = 20$ bulunur.

Yanıt C

Örnek Soru

Ardışık üç tek sayının toplamı $n + 5$ olduğuna göre, bu sayılardan en büyüğünün n türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{n+13}{3}$

B) $\frac{n+12}{3}$

C) $\frac{n+11}{3}$

D) $\frac{n+10}{3}$

E) $\frac{n+9}{3}$

Çözüm

En küçük sayı x olsun.

$$x + (x + 2) + (x + 4) = n + 5 \Rightarrow 3x + 6 = n + 5$$

$$3x = n - 1 \Rightarrow x = \frac{n-1}{3}$$

$$\text{olduğundan en büyük sayı } x + 4 = \frac{n-1}{3} + 4$$

$$= \frac{n+11}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$(a + 5)$ ve $(2a - 3)$ ardışık iki tek sayı olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

Çözüm

Ardışık iki tek sayı arasındaki fark 2 olduğundan;

$$(a + 5) - (2a - 3) = 2 \text{ veya } (2a - 3) - (a + 5) = 2$$

olmalıdır.

$$(a + 5) - (2a - 3) = 2 \Rightarrow a + 5 - 2a + 3 = 2$$

$$\Rightarrow a = 6$$

$$(2a - 3) - (a + 5) = 2 \Rightarrow 2a - 3 - a - 5 = 2 \\ \Rightarrow a = 10$$

olduğundan, a'nın alabileceği değerlerin toplamı
 $6 + 10 = 16$ bulunur.

Yanıt B

UYARI

Ardışık sayılar dizisinin terim sayısı,

$$\frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

33, 37, 41, ... , 97 dizisinin kaç terimi vardır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

Çözüm

Bu dizideki artış miktarı $37 - 33 = 4$ tür.
 Son terim 97 ve ilk terim 33 olduğuna göre,

$$\text{Terim sayısı} = \frac{97 - 33}{4} + 1 \\ = 17 \text{ olur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

m = 8 + 10 + 12 + ... + 88 toplamında her terim 5 artırılırsa, m'nin değeri kaç artar?

- A) 200 B) 205 C) 210 D) 215 E) 220

Çözüm

Terim sayısı $= \frac{88 - 8}{2} + 1 = 41$ olduğundan, her sayı 5 artırıldığında, m'nin değeri $5 \cdot 41 = 205$ artar.

Yanıt B

UYARI

Sonlu ardışık pozitif tam sayıların toplamı T olsun.

$$T = (\text{Terim sayısı}) \cdot \left(\frac{\text{Son terim} + \text{İlk terim}}{2} \right)$$

formülüyle bulunur.

Örnek Soru

$$4 + 7 + 10 + \dots + 28$$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 124 B) 130 C) 134 D) 140 E) 144

Çözüm

Bu dizideki artış miktarı $7 - 4 = 3$ tür.
 Son terim 28 ve ilk terim 4 olduğuna göre,

$$\text{Terim sayısı} = \frac{28 - 4}{3} + 1 = 9 \text{ dur.}$$

$$\text{Toplam} = 9 \cdot \frac{(28 + 4)}{2} \\ = 144 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

UYARI

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Örnek Soru

$$T + 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1)$$

toplamında her terimin birinci çarpanı 2 artırılırsa T toplamındaki artış aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) $n^2 + 3n$ B) $n^2 + 3n + 2$ C) $n^2 + 3n - 2$
 D) $n^2 + 3n + 1$ E) $n^2 + 2n + 1$

Çözüm

$$T^1 = (1+2) \cdot 2 + (2+2) \cdot 3 + (3+2) \cdot 4 + \dots + (n+2) \cdot (n+1) \\ = 1.2 + 2.2 + 2.3 + 2.3 + 3.4 + 2.4 + \dots + n(n+1) + 2(n+1)$$

$$= 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1) + \\ 2.2 + 2.3 + 2.4 + \dots + 2(n+1) \\ = T + 2 [2 + 3 + 4 + \dots + (n+1)] \\ = T + 2 \left[\frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1 \right]$$

$$= T + (n+1)(n+2) - 2 \\ = T + n^2 + 3n \\ T^1 - T = n^2 + 3n$$

Yanıt A

1. a tek, b çift doğal sayı olduğuna göre, aşağıdaki işlemlerden hangisinin sonucu daima tek sayıdır?

A) $a^2 + b^2$ B) $b + 2a$ C) $a.b$
D) $2a + b^a$ E) $\frac{b}{a}$

2. a, b, c birer sayma sayısıdır.

$$a + 4b + 2c = 21$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) a çifttir. B) b tektir. C) c çifttir.
D) c tektir. E) a tektir.

3. x, y ve k tam sayıdır.

$$\frac{x + 4y}{2} = k$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) y çift sayıdır. B) k çift sayıdır.
C) x çift sayıdır. D) k tek sayıdır.
E) y tek sayıdır.

4. a ve b sayma sayısıdır.

$$\frac{a - 3}{2b} = 5$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) b tek sayıdır. B) b çift sayıdır.
C) a.b tek sayıdır. D) a tek sayıdır.
E) a çift sayıdır.

5. $18 - [8 + (-19 : (-1))] : (-9)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

6. Rakamları farklı, dört basamaklı en küçük çift pozitif tam sayı ile rakamları farklı üç basamaklı en büyük negatif tam sayının toplamı kaçtır?

A) 1126 B) 922 C) 912 D) 902 E) 892

7. $x < y < z$ ve x, y, z ardışık tek sayıdır.

Buna göre, $\frac{(x - y) \cdot (y - z)}{(x - z)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

8. a, b, c sayıları $a < b < c$ koşulunu sağlayan en küçük doğal sayılardır.

Buna göre, $\frac{b + c}{a + b + c}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{6}$ E) 1

9. Ardışık 5 çift sayının toplamı 70 tir.

Bu sayıların en küçüğü kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

10. Ardışık üç çift sayının toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 148 B) 144 C) 138 D) 132 E) 126

11. a, b, c sayma sayıları ve

$$a \cdot b = 21$$

$$b \cdot c = 24$$

koşulları veriliyor.

b nin en büyük değeri için $\frac{c}{a-b}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

12. x ve y pozitif tam sayılardır.

$$x + y = 12$$

olduğuna göre, $x \cdot y + 3$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

13. $99 : (-11) + [-8 - (-3)] - 3$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -19 B) -18 C) -17 D) -9 E) -8

14. $21 : [4 + 2 \cdot 3 - 3 : 1]$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) 1 C) 2 D) 3 E) 7

15. a ve b pozitif tam sayı olmak üzere, a·b çarpımında a ya 1 eklenip, b den 2 çıkarılırsa a·b çarpımı 2 azalıyor.

Buna göre, a ve b için aşağıdaki eşitliklerden hangisi doğrudur?

- A) $b = a$ B) $a = 2b$ C) $b = 3a$
D) $b = 2a$ E) $a = 3b$

16. x ve y pozitif tam sayıdır.

$$x \cdot y = 40$$

$$5y - y \cdot x < 0$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 24 B) 14 C) 13 D) 11 E) 10

1. a pozitif tek sayıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi çift sayıdır?

- A) $4a^3 - a$ B) $a^{2012} - a^{2013}$ C) $2^a + a^{2013}$
D) $2^a + 3^a$ E) 3^{a+1}

2. a tek tam sayıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

- A) $a^2(a + 2)$ B) $a^3 + 4$ C) $a.(a + 4)^2$
D) $(a^5 + 1)$ E) $(a)^{2a} + 6$

3. a, b, c, d birbirinden farklı dört doğal sayıdır.

$$a + b + c + d = 19$$

olduğuna göre, d en fazla kaç olabilir?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

4. x, y, z birbirinden farklı üç doğal sayıdır.

$$x + y + z = 12$$

olduğuna göre, x.y.z çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 64 B) 60 C) 48 D) 36 E) 30

5. x, y ve z doğal sayılar olmak üzere,

$$x + y + z = 12$$

olduğuna göre, x.y.z çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 64 B) 60 C) 48 D) 36 E) 30

6. a, b ve c ardışık üç tam sayıdır.

Buna göre, a + b + c toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 32 E) 36

7. a ve b negatif çift tam sayıdır.

$$3a + 4b = -44$$

olduğuna göre, b nin en büyük değeri için a kaçtır?

- A) -14 B) -12 C) -10 D) -8 E) -2

8. a, b, c reel sayıları için $a^8.b^4.c^3 < 0$ koşulu veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $a > 0$ B) $a < 0$ C) $b > 0$
D) $b < 0$ E) $c < 0$

9. $a \cdot b < 0$, $a \cdot b^2 > 0$, $b \cdot c > 0$

olduğuna göre, a, b, c nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, - B) -, +, - C) +, -, -
D) -, -, - E) +, +, +

10. a, b, c pozitif tam sayıdır.

$$a = 5b$$

$$2b = 3c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 30 B) 40 C) 55 D) 70 E) 75

11. a ile b reel sayı ve $a \cdot b = 12$ dir. a sayısı 1 arttırılıp, b sayısı 2 azaltılıp çarpılırsa yeni çarpım 10 a eşit oluyor.

Buna göre, $2a - b$ farkı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

12. a, b, c birer tam sayıdır.

$$a \cdot b = 7 \text{ ve } b < 0$$

olduğuna göre, $b \cdot c + 3 = 24$ eşitliğinde c aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

13. a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$3a + 4b + c = 85$$

olduğuna göre, b en fazla kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

14. a, b, c birer pozitif tam sayıdır.

$$3ac - 3a = 2b$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

15. $T = 2.4 + 3.6 + 4.8 + \dots + 20.22$

toplamında her terimin 2. çarpanı 2 şer azaltılırsa T toplamı kaç azalır?

- A) 420 B) 418 C) 218 D) 210 E) 109

16. $\frac{7}{5} + \frac{14}{5} + \frac{21}{5} + \dots + \frac{70}{5}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 66 B) 70 C) 75 D) 77 E) 82

1. Birbirinden farklı a, b, c pozitif tam sayıları için $a.b.c = 30$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, b + c toplamının en büyük değeri kaç olabilir?

- A) 11 B) 13 C) 17 D) 18 E) 20

2. x ve y negatif tam sayılardır.

$$\frac{x}{y} + 2 = \frac{7}{2}$$

olduğuna göre, y nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

3. x ve y pozitif tam sayılardır.

$$3x + 4y = 57$$

olduğuna göre, y nin en büyük değeri için x kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

4. a, b ve c sıfırdan farklı tam sayılardır.

$a + b = 3c$ olduğuna göre, a + b + c toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 10 B) 18 C) 24 D) 25 E) 27

5. x ve y pozitif tam sayılardır.

$$\frac{x}{6} = 7 - y$$

olduğuna göre, x in alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 44 B) 42 C) 40 D) 38 E) 36

6. a ve b birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$2a + 12b = 70$$

olduğuna göre, b kaç farklı değer alır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

7. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{5} = 3$$

olduğuna göre, a nın en büyük değeri için b kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8. x ve y pozitif tam sayı ve

$$y.(x - 2) = 40$$

olduğuna göre, x.y çarpımının en küçük değeri kaçtır?

- A) 40 B) 41 C) 42 D) 44 E) 48

9. a, b ve c tam sayıları için $a < 0 < c < b$ sıralaması veriliyor.

$$a.b = -6 \text{ ve } b.c = 12$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

10. a, b ve c birer doğal sayıdır. b sayısı c den, a sayısı b den 1 er fazladır.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 16 E) 21

11. a ve b pozitif tam sayıları arasında,

$$\frac{8}{a} = \frac{b}{2} = 2c$$

bağıntısı vardır.

Buna göre, c nin en büyük değeri için $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 21 C) 20 D) 16 E) 15

12. a, b ve c birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$a + b = 9 \text{ ve } a + 2b = b.c$$

olduğuna göre, c nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

13. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$a.b - 9a = 41$$

eşitliğini sağlayan a ve b sayıları için a.b çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 40 B) 50 C) 400 D) 410 E) 470

14. İki tanesi 32 den büyük beş doğal sayının toplamı 146 olduğuna göre, en büyüğü en çok kaçtır?

- A) 107 B) 109 C) 110 D) 113 E) 116

15. $T = 3.4 + 4.5 + 5.6 + \dots + 25.26$

olduğuna göre, $15 + 23 + 33 + \dots + 653$ toplamının T türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $T + 69$ B) $T - 63$ C) $T + 57$
D) $T - 57$ E) $T + 63$

16. x, y, z, ardışık üç çift tam sayı ve $x < y < z$ olmak üzere,

$$x + y + z = A$$

olduğuna göre, y ile z arasındaki tam sayının A türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{A+3}{3}$ B) $\frac{A-3}{3}$ C) $\frac{A-9}{3}$
D) $\frac{A+6}{3}$ E) $\frac{A-6}{3}$

1. a tek, b çift pozitif tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

A) $2^a + 3^b$ B) $2^a \cdot 3^b + 3$ C) $2^a + 3^{2b}$
D) $2^a \cdot 3^b + 4$ E) $(2^a + 3^b)^2$

2. a ve b pozitif tam sayıdır.

$$\frac{a+b}{4} = c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle çift sayıdır?

A) $\frac{2a \cdot b}{c}$ B) $a + b + c$ C) $\frac{2a+b}{c}$
D) $5a + b + 2c$ E) $3a + b + c$

3. $(a + 2b + c)$ toplamı bir tek sayıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur? (a, b, c pozitif tam sayıdır.)

A) a tek iken, b tek veya çift ise c çifttir.
B) a çift, b tek ise c çifttir.
C) a tek, b çift ise c tektir.
D) a tek, b tek ise c tektir.
E) a tek, b tek veya çift ise c tektir.

4. Beşin katı olan ardışık 4 tane tek doğal sayının toplamı 160 olduğuna göre, en küçük olanı kaçtır?

A) 5 B) 15 C) 25 D) 35 E) 55

5. Ardışık 4 tek tam sayının toplamı -56 olduğuna göre, bunların en büyüğü kaçtır?

A) -17 B) -15 C) -13 D) -11 E) -9

6. Ardışık 6 çift sayıdan en büyüğü ile en küçüğünün farkının 2 katı, baştan üçüncü olan sayıya eşittir.

Buna göre, bu sayıların en büyüğü kaçtır?

A) 36 B) 34 C) 32 D) 30 E) 26

7. a, b, c negatif tam sayıları için,

$$3a = 2b$$

$$4b = 5c$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $(a + b + c)$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

A) -37 B) -35 C) -33 D) -32 E) -30

8. İki basamaklı, rakamları farklı ve birbirinden farklı dört doğal sayının toplamı 80 olduğuna göre, en büyüğü en çok kaçtır?

A) 43 B) 45 C) 46 D) 47 E) 48

9. Rakamları farklı, üç basamaklı üç çift doğal sayının toplamı 2114 olduğuna göre, en küçüğü en az kaçtır?

- A) 142 B) 144 C) 146 D) 148 E) 150

10. Toplamları 235 olan birbirinden farklı 5 doğal sayıdan en büyüğü en az kaç olabilir?

- A) 45 B) 46 C) 47 D) 48 E) 49

11. Birbirinden farklı dört doğal sayının toplamı 205 olduğuna göre, en büyüğü en az kaçtır?

- A) 52 B) 53 C) 54 D) 55 E) 56

12. a ve b pozitif tam sayıları için,

$$\frac{a}{2} + \frac{2b}{3} = 7$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

13. a, b ve c pozitif tam sayıdır.

$$(a - b) \cdot c = 21$$

olduğuna göre, (a - b - c) nin en büyük ve en küçük değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 18 D) 21 E) 23

14. a, b ve c negatif tam sayılardır.

$$-6 < a < b < c$$

olduğuna göre, (3a + 2b + c) toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) -12 B) -13 C) -14 D) -20 E) -26

15. x ve y pozitif tam sayıdır.

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6 \text{ ve } x < 4$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

16. x, y ve z birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$x + 2y + 3z = 14$$

olduğuna göre, (2x + 3y + 5z) toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 13 B) 15 C) 19 D) 21 E) 23

KAZANIM

- 10'luk sistemdeki bir doğal sayının basamaklarını belirleyerek sayıyı çözümler. Çözümleme ile ilgili uygulamalar yapar.
- Bir doğal sayının herhangi bir tabana göre yazılmasını göstererek değişik tabanlarda verilen sayılar arasında işlemler yapar.
- Faktöriyel kavramını açıklar ve uygulamalar yapar.

SAYI BASAMAKLARI VE TABAN ARİTMETİĞİ

Basamak Kavramı

Sayı Basamağı

Bir sayıyı oluşturan rakamların her biri bu sayının bir basamağını oluşturur.

a b c : Üç basamaklı bir doğal sayı olsun.

→ Birler basamağı (c.1)
→ Onlar basamağı (b.10)
→ Yüzler basamağı (a.100)

Bu açılımdan faydalanarak;

$abc = 100a + 10b + c$ biçiminde yazılabilir.

- ab 2 basamaklı bir doğal sayı ise
 $ab = 10.a + b$
- abcd 4 basamaklı bir doğal sayı ise
 $abcd = 1000.a + 100.b + 10.c + d$ yazılabilir.

Taban

Bir sayının tanımlandığı sayma sistemine bu sayının tabanı denir (*Taban, 1 den büyük pozitif bir tam sayı olmak zorundadır*).

$(1756)_9$: 9 tabanına göre dört basamaklı sayı

$(214)_5$: 5 tabanına göre üç basamaklı sayı

$(79)_{10}$: 10 tabanına göre iki basamaklı sayı

UYARI

Taban belirtilmediği zaman 10 luk sayma sistemi geçerlidir (Taban 10 dur).

UYARI

Herhangi bir tabanda verilen sayıyı oluşturan basamaktaki rakamlar, tabandan büyük veya eşit olamaz.

Sayının Çözümlemesi

Bir sayının verildiği tabanın tam sayı kuvvetlerine göre yazılmasına bu **sayının çözümlemesi** denir.

$$132 = 1.100 + 3.10 + 2.1$$

$$(204)_5 = 2.5^2 + 0.5^1 + 4.5^0$$

$$(102,34)_6 = 1.6^2 + 0.6^1 + 2.6^0 + 3.6^{-1} + 4.6^{-2}$$

Örnek Soru

İki basamaklı bir sayının, rakamlarının yerleri değiştirilirse sayı 27 büyüyor.

Bu sayının rakamları arasındaki fark kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
ÖSS

Çözüm

İki basamaklı sayı ab olsun. Rakamların yerleri değiştirilerek oluşturulan sayı ba olur.

Buna göre,

$$ba - ab = 27$$

$$10b + a - (10a + b) = 27$$

$$9b - 9a = 27$$

$$9(b - a) = 27$$

$$b - a = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Üç basamaklı ABC ve iki basamaklı AB sayılarının toplamı 392 dir.

Buna göre, A + B + C toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 15 E) 19

2010 – YGS

Çözüm

$$\begin{aligned} ABC + AB &= 392 \\ AB0 + C + AB &= 392 \\ 11.(AB) + C &= 392 \\ 11.35 + 7 &= 385 + 7 \\ AB &= 35 \Rightarrow A = 3, B = 5, C = 7 \\ A + B + C &= 3 + 5 + 7 = 15 \text{ tir.} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

Bir ailede iki çocuğun yaşları m ile n , baba ve annenin yaşları ise sırasıyla ikişer basamaklı mn ile nm sayıdır.

Babanın yaşı annenin yaşından çocukların yaşları toplamı kadar büyük olduğuna göre, babanın yaşı (mn) kaçtır?

- A) 65 B) 63 C) 56 D) 54 E) 45
ÖSS

Çözüm

$$\begin{aligned} mn - nm &= m + n \\ 10m + n - (10n + m) &= m + n \\ 9m - 9n &= m + n \\ 8m &= 10n \\ 4m &= 5n \text{ ise } m = 5, n = 4 \text{ değerlerini alır. Babanın yaşı } mn \text{ iki basamaklı sayısı } 54 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

abc ile cba üç basamaklı doğal sayı olmak üzere,

$$abc - cba = 594$$

koşulunu sağlayan en büyük abc sayısı kaçtır?

- A) 999 B) 993 C) 983 D) 892 E) 803

Çözüm

$$\begin{aligned} abc - cba &= 594 \\ 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) &= 594 \\ 99(a - c) &= 594 \\ a - c &= 6 \Rightarrow a = 9, c = 3 \text{ ve } b = 9 \text{ seçilmelidir.} \\ \text{Buna göre, en büyük } abc \text{ sayısı } 993 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Yanıt B

Doğal Sayının Herhangi Bir Basamağındaki Rakamın Artması veya Azalması İle Değerinde Oluşan Değişim

Bir A doğal sayısının x ler basamağı n kadar artar ya da azalırsa sayı nx kadar artar ya da azalır.

Bir A doğal sayısının

- Birler basamağı 5 azaltılırsa sayı $5.1 = 5$ azalır.
- Onlar basamağı 2 artırılırsa sayı $2.10 = 20$ artar.
- Yüzler basamağı 3 azaltılırsa sayı $3.100 = 300$ azalır.

Örnek Soru

Her biri en az üç basamaklı beş tane doğal sayının, her birinin sayısal değeri bakımından, birler basamağındaki rakam 3 azaltılır, onlar basamağındaki rakam 4 artırılır ve yüzler basamağındaki rakam 2 azaltılırsa, bu beş sayının toplamında nasıl bir değişiklik olur?

Çözüm

Bir sayının birler basamağındaki rakam 3 azaltılırsa sayı 3 azalır. Onlar basamağındaki rakam 4 artırılırsa sayı 40 artar. Yüzler basamağındaki rakam 2 azaltılırsa 200 azalır.

O hâlde, bu değişikliklerden sonra sayı

$$-3 + 40 - 200 = -163 \text{ olacağından her bir sayı } 163 \text{ azalır.}$$

Bu beş sayının toplamı ise $5.163 = 815$ azalmış olur.

Örnek Soru

Bir öğrenciden, verilen bir x sayısını 35 ile çarpması istenmiştir. Öğrenci sonucu 5705 bulmuş; fakat işlemi kontrol ederken verilen x sayısının 0 olan onlar basamağını 6 olarak gördüğünü saptamıştır.

Buna göre, doğru sonuç aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2805 B) 3605 C) 4705 D) 6505 E) 7805

ÖSS

Çözüm

I. Yol :

Öğrenci x sayısının 0 olan onlar basamağını 6 görmekle x sayısını $6 \cdot 10 = 60$ fazla görmüştür. Sonra x sayısını 35 ile çarptığı için çarpımı $35 \cdot 60 = 2100$ fazla bulmuştur.

Buna göre, doğru sonuç $5705 - 2100 = 3605$ tir.

II. Yol :

$$\begin{array}{r} 5705 \\ - 35 \\ \hline 220 \\ - 210 \\ \hline 105 \\ - 105 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 35 \\ 163 \\ \uparrow \\ 0 \end{array}$$

Yani x sayısı 103 tür.

Buna göre, doğru sonuç $35 \cdot 103 = 3605$ tir.

Yanıt B

UYARI

Basamak Sayısı

A, m basamaklı bir doğal sayı ve n doğal sayı ise $A \cdot 10^n$ sayısı m + n basamaklıdır.

Eğer A sayısının birler basamağı sıfır değilse $A \cdot 10^n$ sayısının sondan n tane basamağı sıfırdır.

Örnek Soru

$3521 \cdot 10^{11}$ sayısı

- Kaç basamaklıdır?
- Sondan kaç basamağı sıfırdır?

Çözüm

- 3521 sayısı 4 basamaklı olduğundan $3521 \cdot 10^{11}$ sayısı $11 + 4 = 15$ basamaklıdır.
- 3521 in birler basamağı sıfır olmadığından $3521 \cdot 10^{11}$ sayısının sondan 11 basamağı sıfırdır.

Örnek Soru

$375^5 \cdot 64^3$ sayısı

- Kaç basamaklıdır?
- Sondan kaç basamağı sıfırdır?

Çözüm

$$\begin{aligned} 375^5 \cdot 64^3 &= 3^5 \cdot 5^{15} \cdot 2^{18} = 3^5 \cdot 2^3 \cdot 10^{15} \\ &= 243 \cdot 8 \cdot 10^{15} \\ &= 1944 \cdot 10^{15} \text{ olduğundan} \end{aligned}$$

- Sayı $15 + 4 = 19$ basamaklıdır.
- Sondan 15 basamağı sıfırdır.

Taban

Herhangi Bir Tabandaki Sayının 10 luk Tabanda Yazılması

Bir sayı 4 lük sayma sisteminde yazılmak isteniyorsa kullanılabilecek sayıların kümesi $\{0, 1, 2, 3\}$ tür.

Sayı 8 lik sayma sisteminde yazılmak isteniyorsa $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin elemanları kullanılabilir.

x, y, z, t rakamları a doğal sayısından küçük rakamlar ve $a > 1$, $a \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, herhangi bir tabandaki sayı 10 luk tabana

$$(xyzt)_a = x \cdot a^3 + y \cdot a^2 + z \cdot a^1 + t \cdot a^0$$

şeklinde çevrilir.

Örnek Soru

4 sayı tabanı olmak üzere,

$$(132)_4 = A$$

eşitliğinde A sayısı kaçtır?

- A) 30 B) 28 C) 26 D) 24 E) 22

Çözüm

$$\begin{aligned} (132)_4 &= 1 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0 \\ A &= 16 + 12 + 2 = 30 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

2 ve 10 sayı tabanı olmak üzere,

$$(100101)_2 = (x)_{10}$$

eşitliğini sağlayan x sayısı kaçtır?

- A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

Çözüm

$$(100101)_2 = 1.2^5 + 0.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0$$

$$x = 32 + 4 + 1 = 37 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

UYARI

Bir sayının 10 luk sistemde olduğunu belirtmek için tabanın yazılması gerekli değildir.

$52 = (52)_{10}$ eşitliğine göre her iki sayı da 10 luk sayma sisteminde yazılmıştır.

Örnek Soru

m ve 6 sayı tabanları olmak üzere,

$$(121)_m = (100)_6$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8
ÖSS

Çözüm

$$(121)_m = 1.m^2 + 2.m^1 + 1.m^0 = m^2 + 2m + 1$$

$$(100)_6 = 1.6^2 = 36$$

$$m^2 + 2m + 1 = 36$$

$$m^2 + 2m - 35 = 0$$

$(m + 7)(m - 5) = 0$ eşitliğine göre, $m = -7$ ve $m = 5$ değerleri bulunur.

$m > 1$ ve $m \in \mathbb{Z}^+$ olduğundan $m = 5$ tir.

Yanıt C

UYARI

$(abc, de)_x$ sayısı 10 tabanına

$$\begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x^2 & x & x^0 & x^{-1} & x^{-2} \end{array}$$

$$(abc, de)_x = ax^2 + b.x + c + d.x^{-1} + e.x^{-2}$$

biçiminde çevrilir.

Örnek Soru

9 ve 10 sayı tabanı olmak üzere,

$$(23,18)_9 = (x)_{10}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $21\frac{5}{27}$ B) $21\frac{16}{81}$ C) $21\frac{17}{81}$ D) $21\frac{2}{9}$ E) $21\frac{19}{81}$

Çözüm

$$\begin{aligned} (23,18)_9 &= 2.9 + 3 + 1.9^{-1} + 8.9^{-2} \\ &= 18 + 3 + \frac{1}{9} + \frac{8}{81} \\ &= 21 + \frac{17}{81} = 21\frac{17}{81} \end{aligned}$$

Yanıt C

Örnek Soru

5 sayı tabanı olmak üzere,

$$(10,34)_5 = x$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4,66 B) 4,76 C) 5,22 D) 5,66 E) 5,76

Çözüm

$$\begin{aligned} (10,34)_5 &= 1.5 + 3.5^{-1} + 4.5^{-2} \\ &= 5 + \frac{3}{5} + \frac{4}{25} = 5 + \frac{6}{10} + \frac{16}{100} \\ &= 5,76 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt E

10 luk Tabanda Verilen Bir Sayının Başka Tabanlarda Yazılması

İşlemin yapılması sırasında verilen sayı ardışık olarak istenilen tabana bölünür. Bu işleme bölüm, tabandaki sayıdan daha küçük olana kadar devam edilir. Elde edilen bölüm ve kalanlar sondan başa doğru yazılır.

32 sayısının 5 tabanında yazılışı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{array}{r|l} 32 & 5 \\ - 30 & 6 \\ \hline 2 & 5 \\ - 5 & 1 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$32 = (112)_5$ dir.

Örnek Soru

8 sayı tabanı olmak üzere,

$$165 = (x)_8$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 245 B) 237 C) 236 D) 216 E) 145

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 165 & 8 \\ - 160 & 20 \\ \hline 5 & 16 \\ - 16 & 2 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$165 = (245)_8$ ise $x = 245$ tir.

Yanıt A

Örnek Soru

a, 6 dan büyük bir doğal sayı olmak üzere;

$$4a^5 + 3a + 6$$

toplamının a tabanındaki eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(400036)_a$ B) $(400026)_a$ C) $(400306)_a$
D) $(403006)_a$ E) $(410036)_a$

Çözüm

I. Yol :

$$\begin{array}{r|l} 4a^5 + 3a + 6 & a \\ - 4a^5 & 4a^4 + 3 \\ \hline 3a + 6 & 4a^4 \\ - 4a^4 & 4a^3 \\ \hline 3a & 4a^3 \\ - 3a & 4a^2 \\ \hline 0 & 4a^2 \\ - 4a^2 & 4a \\ \hline 0 & 4a \\ - 4a & 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$4a^5 + 3a + 6 = (400036)_a$ olarak bulunur.

II. Yol :

$4a^5 + 3a + 6 = 4a^5 + 0.a^4 + 0.a^3 + 0.a^2 + 3.a^1 + 6.a^0$ olarak yazıldığında terimlerin katsayıları sıra ile yazılırsa $(400036)_a$ sayısı elde edilir.

Yanıt A

UYARI

n tabanındaki bir sayının m tabanında yazılabilmesi için, önce n tabanından 10 tabanına, sonra da 10 tabanından m tabanına geçilmelidir.

Örnek Soru

5 ve 8 sayı tabanı olmak üzere,

$$(321)_5 = (x)_8$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 106 B) 114 C) 116 D) 124 E) 126

Çözüm

İlk olarak,

$(321)_5 = (y)_{10}$ işleminin sonucu bulunmalıdır.

$$3.5^2 + 2.5^1 + 1.5^0 = 75 + 10 + 1 = 86 = y$$

$$(321)_5 = (86)_{10}$$

Ardından $86 = (x)_8$ eşitliğindeki x sayısı bulunmalıdır.

$$\begin{array}{r|l} 86 & 8 \\ - 80 & 10 \\ \hline 6 & 8 \\ - 8 & 1 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$86 = (126)_8$ olduğundan

$x = 126$ bulunur.

Yanıt E

Örnek Soru

9 sayı tabanı olmak üzere, $(807)_9$ sayısı 7 lik tabanda nasıl yazılır?

Çözüm

$$(807)_9 \rightarrow (x)_{10} \rightarrow (y)_7$$

işlem sırası izlenmelidir.

$$(807)_9 = (x)_{10} \text{ ise,}$$

$$x = 8 \cdot 9^2 + 0 \cdot 9^1 + 7 \cdot 9^0 = 648 + 7 = 655$$

$$(807)_9 = (655)_{10} = (y)_7 \text{ ise şimdi de } y \text{ bulunmalıdır.}$$

$$\begin{array}{r} 655 \div 7 = 93 \text{ kalan } 4 \\ 93 \div 7 = 13 \text{ kalan } 6 \\ 13 \div 7 = 1 \text{ kalan } 6 \\ 1 \div 7 = 0 \text{ kalan } 1 \end{array}$$

$$(807)_9 = (1624)_7 \text{ elde edilir.}$$

Örnek Soru

12 tabanındaki iki basamaklı en büyük sayının 10 luk tabandaki karşılığı nedir?

Çözüm

12 lik sayma sistemindeki en büyük sayı 11 dir. Ancak burada 11 sayısının tamamı bir basamaklı sayı gibi düşünülmelidir.

Yani, $A = 11$ olarak alınırsa iki basamaklı en büyük sayı; $(AA)_{12}$ olur. Şimdi bu sayı onluk tabana çevrilmelidir.

$$\begin{aligned} (AA)_{12} &= A \cdot (12)^1 + A \cdot (12)^0 = 11 \cdot 12 + 11 \cdot 1 \\ &= 132 + 11 \\ &= 143 \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

Sayma Sistemlerinde İşlemler

Toplama İşlemi

Aynı tabanda verilmiş iki sayının toplamı 10 tabanında yapılan işlemlere benzer işlemlerle bulunur.

Yalnız toplama yapılırken işlem süresince ortaya çıkan sayılarda tabanın katları elde olarak bir sonraki işleme eklenir ve işleme devam edilir.

Örnek Soru

7 sayı tabanı olmak üzere,

$$(156)_7 + (505)_7$$

işleminin sonucu aynı tabanda kaçtır?

- A) $(564)_7$ B) $(554)_7$ C) $(565)_7$
D) $(664)_7$ E) $(665)_7$

Çözüm

$$\begin{array}{r} (156)_7 \\ + (505)_7 \\ \hline \end{array}$$

$6 + 5 = 11$ ancak 7 tabanında 11 yazılamayacağından 11 in içinde kaç tane 7 olduğuna bakılır. 11 de 7 bir kere vardır. 11 den 7 çıkarılırsa 4 kalır. Bu 4, toplamın 7^0 lar (birler) basamağına yazılır ve eldeki 1 de soldaki basamağa eklenir.

Bu şekilde işleme devam edilirse,

$$\begin{array}{r} (156)_7 \\ + (505)_7 \\ \hline (664)_7 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Yanıt D

UYARI

Farklı tabanlarda toplama yapılacak ise tüm sayılar önce 10 luk tabana çevrilir. Daha sonra işleme devam edilir.

28

Çarpma İşlemi

Tabanları birbirine eşit olduğu zaman doğrudan çarpma işlemine geçilir. Toplama işlemindeki gibi işlem sürsünce ortaya çıkan sayılarda tabanın katları elde olarak bir sonraki işleme eklenir.

Örnek Soru

9 sayı tabanı olmak üzere,

$$(37)_9 \cdot (25)_9$$

işleminin sonucu aynı tabanda nasıl yazılır?

Çözüm

$$\begin{array}{r} (37)_9 \\ \times (25)_9 \\ \hline 208 \\ + 75 \\ \hline (1058)_9 \end{array}$$

$$7.5 = 35 \begin{array}{l} 9 \\ - 27 \\ \hline 8 \end{array} \begin{array}{l} \text{→ eldelik} \\ \text{→ kalan} \end{array}$$

UYARI

Tabanları farklı olan sayıların çarpma işleminde, sayılar önce ortak tabana (veya 10 luk tabana) çevrilir. Daha sonra işleme devam edilir.

Örnek Soru

5 ve 8 sayı tabanı olmak üzere,

$$(32)_5 \cdot (25)_8$$

işleminin sonucu 6 lık tabanda nasıl yazılır?

Çözüm

$$(32)_5 = 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 15 + 2 = 17$$

$$(25)_8 = 2 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 16 + 5 = 21$$

$$17 \cdot 21 = 357$$

$$(32)_5 \cdot (25)_8 = (357)_{10} \text{ elde edilir.}$$

$$(357)_{10} = (x)_6 \text{ eşitliğine göre } x \text{ bulunmalıdır.}$$

$$\begin{array}{r} 357 \mid 6 \\ - 30 \mid 59 \mid 6 \\ \hline 57 \mid 54 \mid 9 \mid 6 \\ - 54 \mid 5 \mid 6 \mid 1 \\ \hline 3 \mid 3 \mid 1 \end{array}$$

$$(32)_5 \cdot (25)_8 = (1353)_6 \text{ sonucu bulunur.}$$

Örnek Soru

5 sayı tabanı olmak üzere,

$$[(34)_5]^2 - [(21)_5]^2$$

işleminin sonucu 5 tabanında nasıl yazılır?

Çözüm

$$[(34)_5]^2 - [(21)_5]^2 = \underbrace{[(34)_5 + (21)_5]}_x \cdot \underbrace{[(34)_5 - (21)_5]}_y$$

$$\begin{array}{r} (34)_5 \\ + (21)_5 \\ \hline x = (110)_5 \end{array} \quad \begin{array}{r} (34)_5 \\ - (21)_5 \\ \hline y = (13)_5 \end{array} \quad \begin{array}{r} (110)_5 \\ \times (13)_5 \\ \hline 330 \\ + 110 \\ \hline (1430)_5 \end{array}$$

$$[(34)_5]^2 - [(21)_5]^2 = (1430)_5 \text{ tir.}$$

FAKTÖRİYEL KAVRAMI

1 den n ye kadar olan doğal sayıların çarpımına **n faktöriyel** denir ve **n!** şeklinde gösterilir.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1 \text{ olarak tanımlanır.}$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$n! = n(n-1)!$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \text{ olarak yazılabildiği gibi}$$

$$6! = 6 \cdot 5! \text{ veya } 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4! \text{ olarak da yazılabilir.}$$

Örneğin;

$$\frac{9!+8!}{7!+6!} = \frac{9 \cdot 8!+8!}{7 \cdot 6!+6!} = \frac{8!(9+1)}{6!(7+1)} = \frac{8! \cdot 10}{6! \cdot 8} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6! \cdot 10}{6! \cdot 8} = 70 \text{ tir.}$$

Örnek Soru

$$\frac{14!-13!}{12!+11!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 126 B) 132 C) 144 D) 152 E) 156

Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{14!-13!}{12!+11!} &= \frac{14 \cdot 13!-13!}{12 \cdot 11!+11!} = \frac{13!(14-1)}{11!(12+1)} \\ &= \frac{13!}{11!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11!}{11!} \\ &= 156 \text{ dir.}\end{aligned}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 56$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1) \cdot n \cdot (n-1)!}{(n-1)!} = 56$$

$$n^2 + n = 56 \Rightarrow n^2 + n - 56 = 0$$

$$(n+8)(n-7) = 0 \Rightarrow n = -8 \text{ veya } n = 7$$

n = -8 olamayacağından n = 7 dir.

Yanıt C

UYARI

$n \geq 5$ için $n!$ sayısının birler basamağı sıfırdır.

Örnek Soru

$$0! + 1! + 2! + 3! + \dots + 28!$$

toplamının birler basamağındaki rakam kaçtır?

Çözüm

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2$$

$$3! = 6$$

$$4! = 24$$

$$5! = 120$$

$$6! = 720$$

Toplamın birler basamağı sorulduğundan birler basamağı "0" olan sayı bulunduktan sonra diğerlerine bakmaya gerek yoktur. Çünkü diğer sayıların da birler basamağı sıfır olacaktır.

$$1 + 1 + 2 + 6 + 24 = 34$$

Elde edilen toplamın birler basamağı 4 olduğundan sorulan toplamın da birler basamağı 4 tür.

Örnek Soru

101! sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

Çözüm

$$\begin{array}{r} 101 \mid 5 \\ \mid 20 \mid 5 \\ \mid 4 \end{array}$$

101! sayısındaki 5 çarpanlarının sayısı $20 + 4 = 24$ tür. En az 5 çarpanlarının sayısı kadar 2 çarpanı da bulacağından 101! sayısının sondan 24 basamağı sıfırdır.

Yanıt B

Örnek Soru

$$A = 13! + 14! - 1$$

sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$A = 13! + 14! - 1$$

$$= 13! \cdot (1+14) - 1$$

$$= 13! \cdot 15 - 1$$

Şimdi $13! \cdot 15$ çarpımının sonunda kaç tane sıfır rakamı olduğu bulunmalıdır.

$$\left. \begin{array}{r} 13 \mid 5 \\ -10 \mid 2 \\ \hline 3 \end{array} \right\} 13! \cdot 15 = x \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 5 \dots (x \in \mathbb{N}^+)$$

$$= x \cdot 3 \cdot 5^3$$

$13! \cdot 15$ sayısının sondan üç basamağı 0 dir.

$$\begin{array}{r} \text{---} 000 \\ \text{---} 1 \\ \hline A = \text{---} 999 \end{array}$$

↳ Sondan üç basamağı 9 dur.

Yanıt B

1. (abc) üç basamaklı doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} 561 \\ - abc \\ \hline 129 \end{array}$$

olduğuna göre, $(a + b + c)$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

2. xx , yy ve xy iki basamaklı doğal sayılar; x , y birbirinden ve sıfırdan farklı rakamlar olmak üzere,

$$(xx) + (yy) = 88$$

olduğuna göre, kaç farklı (xy) sayısı yazılabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. 4 ve 5 sayı tabanı olmak üzere,

$$(213)_4 = (abc)_5$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

4. 5 sayı tabanı olmak üzere,

$$(212)_5 + (112)_5 = a$$

olduğuna göre, a nın 6 tabanındaki değeri kaçtır?

- A) 225 B) 223 C) 220 D) 205 E) 522

5. 4 ve 5 sayı tabanı olmak üzere,

$$(23)_4 \cdot (14)_5 = (x)_5$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 343 B) 344 C) 322 D) 313 E) 311

6. x ve y sayı tabanı olmak üzere,

$$(32)_x = (23)_y$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, y nin en küçük değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7. 5 sayı tabanı olmak üzere,

$$[(223)_5]^2 - [(221)_5]^2$$

işleminin sonucunun aynı tabandaki karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1540 B) 1443 C) 1343 D) 1204 E) 444

- 8.

$$\begin{array}{r} 210 \\ \times \quad xyz \\ \hline 1050 \\ .3. \\ + \dots \\ \hline 41350 \end{array}$$

Yandaki çarpma işleminde xyz üç basamaklı doğal sayı ve her nokta birer rakam olduğuna göre, $x + y + z + t$ toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

9. 5 sayı tabanı olmak üzere,

$$a = (124)_5 \text{ ve } b = (23)_5$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranının 10 tabanındaki değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. 5 sayı tabanı olmak üzere, $(0,122)_5$ sayısının 10 tabanındaki eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0,012 B) 0,221 C) 0,243
D) 0,296 E) 0,326

11. 6 sayı tabanı olmak üzere, $(235)_6 \cdot 0,2$ işleminin sonucunun 10 tabanındaki değeri kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

12. $a < b$ koşuluyla (ab) şeklinde yazılabilen 4 farklı doğal sayının toplamı 117 olduğuna göre, bunlardan en büyüğü en çok kaç olabilir?

- A) 75 B) 76 C) 77 D) 78 E) 79

13. İki basamaklı (xy) doğal sayısı rakamları toplamının 5 katına eşit olduğuna göre, bu sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

14. 8 tabanındaki $(212)_8$ sayısının 6 fazlası 9 tabanında yazıldığında aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A) 170 B) 160 C) 150 D) 140 E) 130

15. $c < b < a$ koşuluyla verilen (ab) , (ba) , (cc) iki basamaklı doğal sayılarının toplamı en çok kaç olabilir?

- A) 262 B) 263 C) 264 D) 265 E) 266

16. $2A = B + C$ olmak üzere, (AA) , (BB) , (CC) iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} (AA) \\ (BB) \\ + (CC) \\ \hline 231 \end{array}$$

olduğuna göre, A kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1. 3 tabanındaki $(212)_3$ sayısı 7 tabanında hangi sayıya eşittir?

A) 23 B) 32 C) 13 D) 31 E) 11

2. x tabanındaki $(112)_x$ sayısı 10 tabanındaki 22 sayısına eşit olduğuna göre, x kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

3. 4, 5 ve 7 sayı tabanını göstermektedir.

$$(14)_7 + (221)_4 = A$$

olduğuna göre, A'nın 5 tabanındaki eşiti kaçtır?

A) 100 B) 200 C) 201 D) 202 E) 203

4. (ax) ve (ay) iki basamaklı doğal sayılardır.

$$(ax)^2 - (ay)^2 = 29$$

olduğuna göre, iki basamaklı (xy) doğal sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 54 B) 52 C) 51 D) 45 E) 35

5. Altı tane iki basamaklı doğal sayının toplamı aşağıda verilmiştir.

$$(ab) + (ba) + (bc) + (cb) + (ac) + (ca) = 330$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

6. (abc) ve (cba) üç basamaklı doğal sayılardır.

$$a = 2b = 3c$$

olduğuna göre, $(abc) - (cba)$ farkı kaçtır?

A) 354 B) 364 C) 374 D) 386 E) 396

7. Her rakam bir defa kullanılmak koşulu ile yazılan iki basamaklı birbirinden farklı 4 doğal sayının toplamı 287 dir.

Bu sayıların en küçüğü en az kaçtır?

A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

8. (abc) üç ve (ac) iki basamaklı doğal sayıdır.

$$(abc) - (ac) = 300$$

olduğuna göre, b kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. 10 ve 5 sayı tabanını göstermektedir.

Buna göre,

$(333)_{10} - (134)_5$ farkı 10 tabanına göre kaçtır?

A) 287 B) 288 C) 289 D) 290 E) 291

10. $(abcd)$ ve $(acbd)$ dört basamaklı birer doğal sayıdır.

$$(abcd) - (acbd) = 450$$

olduğuna göre, $b - c$ farkı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $(aabb)$ ve $(bbaa)$ dört basamaklı birer doğal sayıdır.

$$(aabb) + (bbaa) = 8888$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 4 E) 5

12. 4 ve 5 sayı tabanı olduğuna göre,

$$(221)_5 - (313)_4$$

işleminin 5 tabanındaki eşiti kaçtır?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

13. 3, 4 ve 5 sayı tabanını göstermektedir.

$$(32)_4 \cdot (12)_3 = (A)_5$$

olduğuna göre, A kaçtır?

A) 240 B) 230 C) 220 D) 210 E) 200

14. $a = 4b$

$$c = a + b$$

koşulunu sağlayan üç basamaklı abc doğal sayısının rakamları toplamı kaçtır?

A) 20 B) 10 C) 8 D) 5 E) 3

15. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere, $b = 2a$ dır.

ab sayısının 2 katı ba sayısından 9 fazla olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

16. $A = 10! + 11!$

olduğuna göre, $10! + 11! + 12!$ toplamının A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2A$ B) $4A$ C) $8A$
D) $12A$ E) $(A + 12)!$

1. 5 sayı tabanı olmak üzere, $(124)_5$ sayısının 10 fazlasının 4 tabanına göre yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 220 B) 230 C) 231 D) 232 E) 301

2. Üç basamaklı (abc) doğal sayısında, onlar basamağı ile yüzler basamağındaki rakamların yerleri değiştirilince sayının değeri 180 azaldığına göre, $a - b$ farkı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. (ab) ve (ba) iki basamaklı doğal sayılardır.

$$(ab) + (ba) = 88(a - b)$$

olduğuna göre, (ab) sayısı kaçtır?

A) 98 B) 97 C) 96 D) 87 E) 86

4. x ve $x+2$ sayı tabanı olmak üzere,

$$(100)_x = (10)_{x+2}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. x ve $x + 1$ sayı tabanı olmak üzere,

$$(14)_x + (10)_{x+1} = 21$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $a > 4$ olmak üzere,

$$a^4 + 2a^2 + 4a$$

sayısının a tabanına göre yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1240)_a$ B) $(10240)_a$ C) $(12040)_a$
D) $(1024)_a$ E) $(12400)_a$

- 7.

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 8a \\ \hline 135 \\ + \dots \\ \hline .b\dots \end{array}$$

Yandaki çarpma işleminde her harf ve her nokta birer rakamı göstermekte olup $8a$ iki basamaklı doğal sayıdır.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

8. 4 sayı tabanı olmak üzere,

$$(a3bc21)_4 - (a1bc13)_4$$

işleminin sonucunun 10 tabanındaki değeri kaçtır?

A) 516 B) 514 C) 512 D) 510 E) 504

9. Üç basamaklı en büyük pozitif tek sayı ile üç basamaklı en büyük negatif çift sayının toplamı kaçtır?

A) 1099 B) 899 C) 889 D) 888 E) 800

10.
$$\begin{array}{r} abc \\ - c3 \\ \hline 558 \end{array}$$
 abc üç basamaklı, c3 iki basamaklı doğal sayıdır.

Yukarıdaki çıkarma işlemine göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

11. (abc) ve (acb) üç basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} abc \\ - acb \\ \hline 72 \end{array}$$

Yukarıdaki çıkarma işlemine göre, $a + b - c$ ifadesinin değeri en çok kaçtır?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

12. (aa), (bb), (cc) iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{aligned} a + b + c &= 16 \\ \frac{(aa)}{(bb) + (cc)} &= 1 \end{aligned}$$

olduğuna göre, (aa) sayısı kaçtır?

A) 44 B) 55 C) 66 D) 77 E) 88

13. Toplamları 182 olan iki basamaklı iki doğal sayının farkı en çok kaç olabilir?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

14. $(a - 1)$ ve 7 sayı tabanını göstermektedir.

$(123)_{a-1}$ ve $(1a3)_7$ doğal sayılar kümesinde tanımlı ifadeler olduğuna göre, a'nın alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

15.
$$\frac{8! - 7!}{6! + 5!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 42 B) 45 C) 48 D) 56 E) 72

16. $55! - 1$ işleminin sonucunda elde edilen sayının sonunda kaç tane dokuz rakamı vardır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

1. (ab) ve (ba) iki basamaklı doğal sayılardır.

$$(ab) - (ba) = 63 \text{ ve } a + b = 11$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 9 B) 18 C) 27 D) 36 E) 45

2. (xyz) üç basamaklı doğal sayı ve

$$x = 2y = 4z$$

olduğuna göre, kaç farklı (xyz) sayısı yazılabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. (ab) ve (ba) iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere,

$$(ab) + (ba) = 66$$

olduğuna göre, $3a + 2b$ nin en büyük değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 17 D) 18 E) 24

4. (xyx) üç basamaklı, (yy) iki basamaklı doğal sayıdır.

$$(xyx) - (yy) = 302$$

olduğuna göre, (xyx) sayısı kaçtır?

- A) 363 B) 353 C) 343 D) 323 E) 313

5. a, b, c, d, e sıfırdan farklı birer rakam $a < b$ ve c sayı tabanı olmak üzere,

$$\begin{array}{r} (ba)_c \\ - (ab)_c \\ \hline (de)_c \end{array}$$

olduğuna göre, $d + e$ toplamının c türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $c + 3$ B) $c - 2$ C) $c + 2$
D) $c - 1$ E) $c + 1$

6. 5 ve 10 sayı tabanıdır.

$$x^2 = (1000)_5 + (100)_{10}$$

olduğuna göre, x in 10 tabanındaki eşiti kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 16 E) 20

7. (xx) , (yy) , (zz) iki basamaklı doğal sayılar ve

$$z < y < x < 6$$

olduğuna göre, $(xx) + (yy) + (zz)$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 123 B) 132 C) 133 D) 134 E) 135

8. $(abaa)$ ve $(abab)$ dört basamaklı doğal sayılardır.

$$(abaa) - (abab) = 7$$

$$a + b = 11$$

olduğuna göre, (ab) iki basamaklı doğal sayısı kaçtır?

- A) 56 B) 65 C) 74 D) 83 E) 92

9. İki basamaklı xy doğal sayısı m ile gösterilecek olursa beş basamaklı $9xy12$ sayısının m türünden değeri aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $90012 + 10m$ B) $90102 + 100m$
C) $91002 + 100m$ D) $90012 + 100m$
E) $90102 + 10m$

10. Üç basamaklı abc doğal sayısı bir doğal sayının karesine eşittir. abc sayısının onlar basamağı 3, birler basamağı 1 azaltılırsa elde edilen sayı başka bir doğal sayının karesine eşit oluyor.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 9 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

11. 7, 6, 3, 1, 9 rakamlarını kullanarak yazılan, rakamları farklı, beş basamaklı YGZSR sayısında

$$Y + G = Z + S$$

olduğuna göre, kaç tane YGZSR sayısı yazılabilir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

12. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır.

$$a^2 - b^2 = 15$$

olduğuna göre, $(ab)^2 - (ba)^2$ farkı kaçtır?

A) 1200 B) 1325 C) 1400
D) 1485 E) 1600

13. A ve n sayma sayısı olmak üzere,

$$A = \frac{18!}{2^n}$$

olduğuna göre, n nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 114 B) 126 C) 136 D) 138 E) 144

14. $\frac{17!}{4^n}$ işleminin sonucunu doğal sayı yapan n nin en büyük doğal sayı değeri kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15

15. $55! - 732$ sayısının sondan 13 basamağının rakamları toplamı kaçtır?

A) 90 B) 106 C) 110 D) 113 E) 117

16. $\frac{43!}{8^x \cdot 9^y} = z$ eşitliğinde x , y ve z pozitif tam sayılardır.

Buna göre, $x + y$ toplamı en çok kaçtır?

A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

KAZANIM

- Doğal sayılarda bölme işlemini tanımlar. Bölme işlemi ile uygulamalar yapar.
- 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11 ve 6, 12, 15, 18 vb. ile ilgili bölünebilme kurallarını açıklar bunlarla ilgili uygulamalar yapar.
- Asal sayıyı ve aralarında asal sayıları belirterek bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırır.
- Bir doğal sayının pozitif bölenleri sayısını bulur.
- İki ya da daha çok doğal sayının en büyük ortak böleni ile en küçük ortak katını bulur.

DOĞAL SAYILARDA BÖLME

Bölen – Kalan İlişkisi

$a, b, c, k \in \mathbb{N}$, $a \geq b$ ve $k < b$ olmak üzere;

$$\begin{array}{r} a \\ - \quad b \\ \hline k \end{array}$$

- a: Bölünen
b: Bölen
c: Bölüm
d: Kalan

Yukarıdaki bölme işlemine göre bölünen sayı

$a = b \cdot c + k$ bağıntısıyla bulunabilir.

$k = 0$ ise bölme kalansızdır. Diğer bir deyişle a, b ye tam bölünür.

A sayısının M ile bölümünden kalan p , B sayısının M ile bölümünden kalan k olsun. ($p > k$)

- a) $A \cdot B$ nin M ile bölümünden kalan $p \cdot k$ dir.
b) $A \pm B$ nin M ile bölümünden kalan $p \pm k$ dir.
c) $c \cdot A$ nın M ile bölümünden kalan $p \cdot c$ dir.
d) A^c nin M ile bölümünden kalan p^c dir.

Burada $p \cdot k$, $p \pm k$, $c \cdot p$, p^c sayıları M den küçük değil ise bu değerler tekrar M ile bölünerek kalan belirlenir.

Örnek Soru

Bir doğal sayının 6 ile bölümünden elde edilecek kalanların toplamını bulunuz.

Çözüm

Bir doğal sayının 6 ile bölümünden elde edilebilecek kalanlar; $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ tir.

Örnek Soru

$$\begin{array}{r} a \\ - \quad b \\ \hline 11 \end{array}$$

Yandaki bölme işlemine göre, a ile b sayma sayıları için $a + b$ toplamının en küçük değerini bulunuz.

Çözüm

Bölen sayı kalan sayıdan büyük olacağından $b > 11$ dir.

a nın en küçük olması için $b = 12$ seçilmelidir.

Buna göre,

$$a = 4b + 11 = 4 \cdot 12 + 11 = 59$$

$$a + b = 59 + 12 = 71 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$\begin{array}{r} xyxyxy \\ - \quad xy \\ \hline \end{array}$$

$xyxyxy$ altı basamaklı, xy iki basamaklı doğal sayılardır.

Yukarıdaki bölme işlemine göre, bölüm ile kalanın toplamını bulunuz.

Çözüm

I. yol :

$$\begin{array}{r} xyxyxy \\ - \quad xy \\ \hline 00xy \\ - \quad xy \\ \hline 00xy \\ - \quad xy \\ \hline 00 \end{array}$$

İstenen toplam,

$$10101 + 0 = 10101 \text{ bulunur.}$$

II. yol :

x ve y ye değer verilerek de çözüm yapılabilir.

$x = 1$, $y = 2$ alınır

$$\begin{array}{r} 121212 \\ - \quad 12 \\ \hline 0012 \\ - \quad 12 \\ \hline 0012 \\ - \quad 12 \\ \hline 00 \end{array}$$

İstenen toplam,

$$10101 + 0 = 10101 \text{ olarak bulunur.}$$

Örnek Soru

$$\begin{array}{r} a \overline{) b+1} \\ -b \\ \hline \end{array}$$

Yandaki bölme işlemine göre, a nın b türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $b + 2$ B) $2b^2 + b$ C) $b^2 + 2$
D) $2b + 1$ E) $b^2 + 2b$

ÖSS

Çözüm

$$\begin{array}{r} a \overline{) b+1} \\ -b \\ \hline \end{array}$$

$$a = b \cdot (b + 1) + b$$

$$a = b^2 + b + b$$

$$a = b^2 + 2b \text{ sonucu bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

Bir K sayısı x e bölündüğünde bölüm 3, kalan $x - 2$ dir.

Buna göre, x in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{K+2}{4}$ B) $\frac{K+2}{3}$ C) $\frac{K-2}{3}$
D) $3K + 2$ E) $3K - 6$

ÖSS

Çözüm

$$\begin{array}{r} K \overline{) x} \\ -x-2 \\ \hline \end{array}$$

$$K = 3x + x - 2$$

$$K = 4x - 2$$

$$K + 2 = 4x$$

$$x = \frac{K+2}{4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

BÖLÜNEBİLME KURALLARI

2 ile Bölünebilme

Birler basamağında 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından biri bulunan sayılar (çift sayılar) 2 ile tam bölünebilir.

Tek sayıların 2 ile bölümünden kalan 1 dir.

- ▶ 268, 346, 502, 600, -20, -38 sayıları 2 ile tam bölünebilir.
- ▶ 179, 261, -175, 17, ... gibi sayılar 2 ile tam bölünemez.

3 ile Bölünebilme

Rakamlarının toplamı 3 ün tam katı olan sayılar 3 ile tam bölünebilir.

Bir sayının 3 ile bölümünden elde edilen kalan, sayının rakamları toplamının 3 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir.

- ▶ 468 için $4 + 6 + 8 = 18$ toplamı elde edilir. 18, 3 ün tam katı olduğundan sayı 3 ile tam bölünebilir.
- ▶ 25749 sayısının rakamları toplamı, $2 + 5 + 7 + 4 + 9 = 27$ olduğundan sayı 3 ile tam bölünebilir.
- ▶ 35804 sayısının rakamları toplamı, $3 + 5 + 8 + 0 + 4 = 20$ elde edilir. 20, 3 ün tam katı değildir ve bu yüzden 3 ile kalanlı bölünür.

Bu kalanı bulmak için,

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 3} \\ -18 \\ \hline 2 \end{array}$$

işlemi yapıldığında kalanın 2 olduğu görülür.

Örnek Soru

53a3 dört basamaklı sayısının 3 ile tam bölünebilmesi için a nın alabileceği değerlerin toplamını bulunuz.

Çözüm

53a3 sayısının rakamları toplamı 3 ün tam katı olmalıdır.

$$5 + 3 + a + 3 = 11 + a = 3k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$k = 5 \Rightarrow a = 4$$

$$k = 6 \Rightarrow a = 7 \text{ dir.}$$

Buna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı,

$$1 + 4 + 7 = 12 \text{ dir.}$$

4 ile Bölünebilme

Sayının son iki basamağı "00" veya 4 ün tam katı ise sayı 4 ile tam bölünebilir.

Bir sayının 4 ile bölümünden elde edilen kalanı bulmak için son iki basamağın 4 ile bölümünden elde edilen kalanı bulmak yeterlidir.

- ▶ 78236 sayısının son iki rakamının oluşturduğu 36 sayısı 4 ün tam katı olduğundan sayı 4 ile tam bölünebilir.
- ▶ 38200 sayısının son iki rakamı 00 olduğundan sayı 4 ile tam bölünebilir.
- ▶ 89042 sayısının son iki rakamının oluşturduğu 42 sayısı 4 ün tam katı değildir. Sayının 4 ile bölümünden elde edilen kalanı bulmak için;

$$\begin{array}{r} 42 \overline{) 4} \\ - 40 \overline{) 10} \\ \hline 2 \end{array}$$

işlemi yapıldığında kalanın 2 olduğu görülür.

Örnek Soru

3523a beş basamaklı sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre, a nın alabileceği değerlerin toplamını bulunuz.

Çözüm

3523a beş basamaklı sayısının 4 ile tam bölünebilmesi için 3a iki basamaklı sayısı 4 ile tam bölünmelidir. Buna göre, $a = 2$ veya $a = 6$ olmalıdır. a nın alabileceği değerlerin toplamı $2 + 6 = 8$ dir.

5 ile Bölünebilme

Birler basamağı (son rakamı) 0 veya 5 olan sayılar 5 ile tam bölünür.

Bir sayının 5 ile bölümünden kalan, bu sayının son rakamının 5 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir.

- ▶ 2900, 1055, 215,... sayıları 5 ile tam bölünebilir.
- ▶ 8902 sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 dir.
- ▶ 7598 sayısının 5 ile bölümünden kalan $8 - 5 = 3$ tür.

Örnek Soru

x ve y doğal sayıları için,

$$\begin{array}{r} x \overline{) 10} \\ - \quad \overline{) m} \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} y \overline{) 15} \\ - \quad \overline{) n} \\ \hline 3 \end{array}$$

olduğuna göre, x.y çarpımının 5'e bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2010 – YGS

Çözüm

$$\begin{array}{r} x \overline{) 10} \\ - \quad \overline{) m} \\ \hline 2 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} x \overline{) 10} \\ - \quad \overline{) m} \\ \hline 2 \end{array}} \right\} x = 10m + 2$$

$$\begin{array}{r} y \overline{) 15} \\ - \quad \overline{) n} \\ \hline 3 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} y \overline{) 15} \\ - \quad \overline{) n} \\ \hline 3 \end{array}} \right\} y = 15n + 3$$

$$\begin{aligned} x.y &= (10m + 2)(15n + 3) \\ &= 150mn + 30(m + n) + 5 + 1 \\ &= 5[30mn + 6(m + n) + 1] + \underset{\text{Kalan}}{1} \end{aligned}$$

Yanıt B

Not: m ve n sayılarına uygun değerler verilerek soru daha pratik bir şekilde çözülebilir.

6 ile Bölünebilme

Hem 2 hem de 3 ile tam bölünen sayılar 6 ile tam bölünür. (2 ve 3 aralarında asaldır.)

- ▶ 3942 sayısı hem 2 hem de 3 ile tam bölünebildiği için sayı 6 ile tam bölünebilir.
- ▶ 4026 sayısı hem 2 hem de 3 ile tam bölünebildiği için 6 ile tam bölünebilir.

Örnek Soru

713a5b altı basamaklı sayısının 5 ile bölümünden kalan 3 tür.

Bu sayı 6 ile tam bölünebildiğine göre, a kaç farklı değer alabilir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm

713a5b sayısının 5 ile bölümünden kalan 3 ise $b = 3$ veya $b = 8$ dir.

$b = 3$ ise $713a5b = 713a53$ olur.

713a53 sayısı 2 ile tam bölünemediğinden 6 ile de tam bölünemez.

$b = 8$ ise $713a5b = 713a58$ olur.

713a58 sayısı 2 ile tam bölünür. Sayı 3 ile de tam bölünmelidir.

$$7 + 1 + 3 + a + 5 + 8 = 24 + a = 3k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 8 \Rightarrow a = 0$$

$$k = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$k = 10 \Rightarrow a = 6$$

$$k = 11 \Rightarrow a = 9 \text{ olur.}$$

Buna göre, a yerine 4 farklı rakam yazılabilir.

Yanıt C

7 ile Bölünebilme

abcdegh altı basamaklı bir doğal sayı olsun.

+	-	+
a	b	c
d	e	f
g	h	
3	1	2
3	1	2
3	1	2
3	1	2

Birler basamağından başlayarak başa doğru rakamlar sırasıyla 132 132 ... şeklinde numaralandırılır.

$3a + b - 2c - 3d - e + 2f + 3g + h$ toplamı 0 veya 7 nin katı ise sayı 7 ile tam bölünür.

► 7354235 sayısının 7 ile tam bölünebilir mi?

+	-	+
7	3	5
4	2	3
5	1	2
3	1	2
3	1	2
3	1	2
3	1	2

$7.1 - 3.2 - 5.3 - 4.1 + 2.2 + 3.3 + 5.1 = 0$ olduğu için sayı 7 ile tam bölünebilir.

Örnek Soru

3000 sayısının 7 ile bölümünden kalanı bulunuz.

Çözüm

-	+
3	0
0	0
0	0
1	2
3	1

$$-3.1 + 0.2 + 0.3 + 0.1 = -3$$

Pozitif bir sayının pozitif bir sayıya bölümünden kalan negatif olamayacağından $-3 + 7 = 4$ olup 3000 sayısının 7 ile bölümünden kalan 4 tür.

8 ile Bölünebilme

Sayının son üç basamağındaki sayı "000" veya 8 in tam katı ise sayı 8 ile tam bölünebilir.

Sayının 8 ile bölümünden kalan, son üç basamakta bulunan sayının 8 ile bölümünden kalana eşittir.

- 63000 sayısının 8 ile tam bölünebilir.
- 54128 sayısının 8 ile tam bölünebilir. Çünkü, 128, 8 in tam katıdır.
- 23098 sayısının 8 ile kalanlı bölünür. Kalanı bulmak için

$$\begin{array}{r} 98 \overline{) 8} \\ - 8 \overline{) 12} \\ \hline 18 \\ - 16 \\ \hline 2 \end{array}$$

işlemi yapıldığında kalanın 2 olduğu görülür.

② → Kalan

9 ile Bölünebilme

Sayıyı oluşturan rakamların toplamı 9 un tam katı ise sayı 9 ile tam bölünebilir.

Sayının 9 ile bölümünden kalan, rakamlar toplamının 9 ile bölümünden kalana eşittir.

- ▶ 28458 sayısının rakamları toplamı,
 $2 + 8 + 4 + 5 + 8 = 27$ olduğundan sayı 9 ile tam bölünebilir.

- ▶ 2738 sayısının rakamları toplamı,
 $2 + 7 + 3 + 8 = 20$ olduğundan sayı 9 ile tam bölünemez. Sayının 9 ile bölümünden kalanı bulmak için

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 9} \\ - 18 \overline{) 2} \\ \hline 2 \end{array} \rightarrow \text{Kalan}$$

işlemi yapıldığında kalanın 2 olduğu görülür.

Örnek Soru

12a3b beş basamaklı sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 dir.

Sayı 9 ile tam bölünebildiğine göre, a yerine kaç farklı rakam yazılabilir?

Çözüm

12a3b sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 ise $b = 2$ veya $b = 7$ dir.

$b = 2$ ise $12a3b = 12a32$ dir.

12a32 sayısı 9 ile tam bölünebildiğine göre,

$$1 + 2 + a + 3 + 2 = 9k, k \in \mathbb{Z} \text{ olmalıdır.}$$

$$k = 1 \text{ ise } a = 1 \text{ dir.}$$

$b = 7$ ise $12a3b = 12a37$ dir.

12a37 sayısı 9 ile tam bölünebildiğine göre,

$$1 + 2 + a + 3 + 7 = 9k, k \in \mathbb{Z} \text{ olmalıdır.}$$

$$k = 2 \Rightarrow a = 5 \text{ dir.}$$

Buna göre, a yerine iki farklı rakam yazılabilir.

10 ile Bölünebilme

Birler basamağı sıfır olan sayılar 10 ile tam bölünebilir.

Bir sayının 10 ile bölümünden kalan o sayının birler basamağındaki rakamdır.

- ▶ 230, 8700, 1010, ... sayıları 10 ile tam bölünebilir.
- ▶ 2468 sayısının 10 ile bölümünden kalan 8 dir.
- ▶ 33042 sayısının 10 ile bölümünden kalan 2 dir.

11 ile Bölünebilme

Bir sayının basamaklarındaki rakamlar sağdan başlanarak sola doğru sayma sayıları ile numaralandırılır. Tek numaralı rakamların toplamı ile çift numaralı rakamlar toplamı farkı 11 ile tam bölünebiliyorsa sayı 11 ile tam bölünür.

- ▶ 7205495 sayısı 11 ile tam bölünebilir.

$$7 \ 2 \ 0 \ 5 \ 4 \ 9 \ 5$$

$$7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1$$

$$7 + 0 + 4 + 5 - (2 + 5 + 9) = 16 - 16 = 0 \text{ dir.}$$

- ▶ 284416 sayısı 11 ile tam bölünebilir.

$$2 \ 8 \ 4 \ 4 \ 1 \ 6$$

$$6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1$$

$$8 + 4 + 6 - (2 + 4 + 1) = 18 - 7 = 11 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

6321a beş basamaklı sayısının 11 ile tam bölünebilmesi için a kaç olmalıdır?

Çözüm

$$6 \ 3 \ 2 \ 1 \ a$$

$$5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1$$

$$(6 + 2 + a) - (3 + 1) = a + 4 = 11k, k \in \mathbb{Z} \text{ olmalıdır.}$$

$$k = 1 \text{ için } a = 7 \text{ dir.}$$

UYARI

1 den başka pozitif ortak tam sayı böleni olmayan iki ya da daha fazla doğal sayıya aralarında asal sayılar denir.

UYARI

Aralarında asal iki sayıya tam bölünebilen bir A sayısı bu iki sayının çarpımına da tam bölünebilir.

Örnek Soru

12 ile bölünebilme kuralını bulunuz.

Çözüm

$$\begin{array}{c} 12 \\ \swarrow \searrow \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

3 ile 4 aralarında asal ve çarpımları 12 olduğundan kural olarak kabul edilir.

Bir sayının 12 ile tam bölünebilmesi için sayının 3 ve 4 ile tam bölünebilmesi gerekir.

Örnek Soru

18 ile bölünebilme kuralını bulunuz.

Çözüm

2 ile 9 aralarında asaldır ve çarpımları 18 dir. O hâlde bir sayının 18 ile tam bölünebilmesi için sayının 2 ve 9 ile tam bölünebilmesi gerekir.

15 ile bölünebilme kuralı olarak “Hem 3 hem de 5 ile tam bölünen sayı 15 ile de tam bölünür.” diyebiliriz.

36 ile bölünebilme kuralı olarak “Hem 4 hem de 9 ile tam bölünen sayı 36 ile tam bölünür.” diyebiliriz.

Örnek Soru

93a1b sayısı 55 ile tam bölünebildiğine göre, a yerine gelebilecek rakamların toplamı kaçtır?

Çözüm

93a1b sayısı 55 ile tam bölünebildiğine göre, 55 sayısının çarpanları olan 5 ve 11 sayılarına da tam bölünecektir.

93a1b sayısı 5 ile tam bölünüyorsa $b = 0$ veya $b = 5$ tir.

$b = 0$ ise $93a1b = 93a10$ dur.

93a10 sayısı 11 ile tam bölünüyorsa,

$(9 + a + 0) - (3 + 1) = a + 5 = 11k$, $k \in \mathbb{Z}$ olmalıdır.

$k = 1 \Rightarrow a = 6$ dir.

$b = 5$ ise $93a1b = 93a15$ tir.

93a15 sayısı 11 ile tam bölünüyorsa

$(9 + a + 5) - (3 + 1) = a + 10 = 11k$, $k \in \mathbb{Z}$ olmalıdır.

$k = 1 \Rightarrow a = 1$ dir.

Buna göre, a yerine gelebilecek rakamların toplamı

$6 + 1 = 7$ dir.

Örnek Soru

Üç basamaklı kaç tane doğal sayı 21 ile tam bölünebilir?

Çözüm

$k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere;

$100 \leq 21k \leq 999$ koşulunu sağlayan k sayılarının sayısı bulunmalıdır.

$5 \leq k \leq 47$ olmalıdır.

Buna göre, $47 - 5 + 1 = 43$ tane üç basamaklı doğal sayı 21 ile tam bölünür.

ASAL SAYILAR – ASAL ÇARPANLAR

1 ve kendisinden başka hiçbir sayıya bölünemeyen 1 den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... sayıları birer asal sayıdır.

UYARI

1 asal sayı değildir.

En küçük asal sayı 2 dir.

2 hariç, bütün asal sayılar tek sayıdır.

Bir Sayının Asal Çarpanlarına Ayrılması

x, y, z birbirinden farklı asal sayılar; m, n, p doğal sayılar olmak üzere bir A doğal sayısının $A = x^m \cdot y^n \cdot z^p$ şeklinde yazılmasına sayının asal çarpanlarına ayrılması denir.

Örnek Soru

180 sayısını asal çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ olur.}$$

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Örnek Soru

220 sayısını asal çarpanlarına ayırınız ve asal çarpanlarının toplamını bulunuz.

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 220 & 2 \\ 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad 220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$$

220 sayısının asal çarpanlarının toplamı;
 $2 + 5 + 11 = 18$ dir.

Örnek Soru

a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$660 = k \cdot 2^a \cdot 3^b$$

eşitliğini sağlayan en küçük k pozitif tam sayısı kaçtır?

- A) 30 B) 44 C) 55 D) 60 E) 66

2009 – Mat. 1

Çözüm

$$660 = k \cdot 2^a \cdot 3^b$$

$2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = k \cdot 2^a \cdot 3^b$ eşitliğinde $a = 2$, $b = 1$ seçilirse k en az olur.

$$k = 5 \cdot 11 = 55 \text{ tir.}$$

Yanıt C

UYARI

İki sayı kendileri asal olmadıkları hâlde aralarında asal olabilir.

Örnek Soru

$2n + 3$ ile $3m - 7$ aralarında asal iki sayı ve

$$\frac{2n+3}{3m-7} = \frac{21}{24}$$

olduğuna göre, $n + m$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

Çözüm

$$\frac{2n+3}{3m-7} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$$

$$2n + 3 = 7 \Rightarrow n = 2$$

$$3m - 7 = 8 \Rightarrow m = 5$$

$$m + n = 5 + 2 = 7 \text{ dir.}$$

Yanıt A

Bir Sayının Bölenleri

Bir Sayma Sayısının Pozitif Tam Bölenlerinin Sayısı

a, b, c birbirinden farklı asal sayılar; m, n, p doğal sayılar olmak üzere bir A doğal sayısının asal çarpanlarına ayrılmış hâli,

$$A = a^m \cdot b^n \cdot c^p$$

olsun.

A sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı

$$(m + 1) \cdot (n + 1) \cdot (p + 1)$$

çarpımıyla bulunur.

Bir doğal sayının tam bölenlerinin sayısı kadar negatif tam bölüni vardır.

Bir doğal sayının bütün tam bölenlerinin sayısı, pozitif ve negatif tam bölen sayısının toplamına eşittir.

Örnek Soru

444 sayısının kaç tane tam sayı böleni vardır?

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 444 & 2 \\ 222 & 2 \\ 111 & 3 \\ 37 & 37 \\ 1 & \end{array}$$

$$444 = 2^2 \cdot 3 \cdot 37$$

şeklinde asal çarpanlarına ayrılır.

Sayının pozitif bölen sayısı

$$(2 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12 \text{ tanedir.}$$

Tam bölenlerinin sayısı pozitif bölenlerinin sayısının 2 katı olduğundan $2 \cdot 12 = 24$ tür.

Örnek Soru

108 sayısının,

- a) Pozitif tam bölen sayısı
- b) Negatif tam bölen sayısı
- c) Tam bölen sayısı
- d) Asal bölen sayısı
- e) Asal olmayan bölen sayısı kaçtır?

Çözüm

$$108 = 2^2 \cdot 3^3 \text{ ise}$$

- a) $(2 + 1) \cdot (3 + 1) = 3 \cdot 4 = 12$ tane pozitif tam böleni vardır.
- b) 12 tane negatif tam böleni vardır.
- c) $12 + 12 = 24$ tane tam böleni vardır.
- d) 2 ve 3 olmak üzere 2 tane asal böleni vardır.
- e) $24 - 2 = 22$ tane asal olmayan tam böleni vardır.

Örnek Soru

2 . 10^n sayısının 112 tane tam böleni olduğuna göre, n kaçtır?

Çözüm

112 tane tam böleni olduğuna göre, $\frac{112}{2} = 56$ tane pozitif tam böleni vardır.

O hâlde;

$$2 \cdot 10^n = 2 \cdot 2^n \cdot 5^n = 2^{n+1} \cdot 5^n$$

$$(n + 1 + 1) \cdot (n + 1) = 56 \text{ olmalıdır.}$$

$$(n + 2) \cdot (n + 1) = 56 \text{ ise } n = 6 \text{ bulunur.}$$

Bir Sayma Sayısını Bölebilen Doğal Sayıların Toplamı

a, b, c birbirinden farklı asal sayılar; m, n, p doğal sayılar olmak üzere bir A sayısı, $A = a^m \cdot b^n \cdot c^p$ şeklinde asal çarpanlarına ayrılmış olsun.

A sayısının pozitif tam bölenlerinin toplamı;

$$\left(\frac{a^{m+1} - 1}{a - 1} \right) \left(\frac{b^{n+1} - 1}{b - 1} \right) \left(\frac{c^{p+1} - 1}{c - 1} \right)$$

çarpımıyla bulunur.

UYARI

A sayısının pozitif tam bölenlerinin negatifi de A yı tam böldüğünden A sayısının tam bölenlerinin toplamı 0 dır.

Örnek Soru

120 sayısının,

- a) Pozitif tam bölenlerinin toplamı kaçtır?
- b) Tam sayı bölenlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{aligned} \text{a) } T &= \frac{2^{3+1} - 1}{2 - 1} \cdot \frac{3^{1+1} - 1}{3 - 1} \cdot \frac{5^{1+1} - 1}{5 - 1} \\ &= 15 \cdot 4 \cdot 6 = 360 \text{ dır.} \end{aligned}$$

- b) Tam sayı bölenlerinin toplamı $360 + (-360) = 0$ dir.

UYARI

A doğal sayısının tam bölenlerinin sayısı S ise A sayısının pozitif tam bölenlerinin çarpımı $A^{S/2}$ dir.

UYARI

Kendisinden başka pozitif bölenlerinin toplamı kendisine eşit olan sayıya mükemmel sayı denir.

Örneğin;

28 sayısının pozitif bölenleri 1, 2, 4, 7, 14, 28 dir. Kendisinden başka bölenlerin toplamı

$$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$$

olduğundan 28 bir mükemmel sayıdır.

ORTAK KATLARIN EN KÜÇÜĞÜ (OKEK)

İki ya da daha fazla doğal sayının her birinin katı olan doğal sayılardan en küçüğüne, bu sayıların ortak katlarının en küçüğü, kısaca **OKEK** denir.

OKEK bulunurken, sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanların en büyük üsleri ile ortak olmayanlar alınır ve çarpılır.

Örnek Soru

36 ve 48 sayılarının OKEK ini bulunuz.

Çözüm

36	48	2
18	24	2
9	12	2
9	6	2
9	3	3
3	1	3
1		

$OKEK(36, 48) = 2^4 \cdot 3^2 = 144$

Örnek Soru

Boy 30 cm, eni 20 cm olan dikdörtgen biçimindeki kartonlardan en az kaç tanesi bir araya getirilerek en küçük boyutlu bir kare elde edilir?

Çözüm

En küçük boyutlu karenin bir kenarı

$OKEK(30, 20) = 60$ cm dir.

Karenin alanı $60 \cdot 60 = 3600$ cm²

Bir dikdörtgenin alanı $30 \cdot 20 = 600$ cm²

Kare oluşturmak için gerekli dikdörtgen sayısı;

$$\frac{60 \cdot 60}{30 \cdot 20} = 6 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

Boyutları 3 cm, 5 cm, 8 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki tahta blokların en az kaç tanesi bir araya getirilerek en küçük hacimli içi dolu bir küp yapılabilir?

- A) 40.24.15 B) 40.8.15 C) 20.24.15
D) 40.24.3 E) 20.24.5

Çözüm

$OKEK(3, 5, 8) = 120$ (Oluşacak olan küpün bir ayrıntısının uzunluğu)

$$\begin{aligned} \text{Gerekli olan blok sayısı} &= \frac{120 \cdot 120 \cdot 120}{3 \cdot 5 \cdot 8} \\ &= 40 \cdot 24 \cdot 15 \end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

5 ile bölündüğünde 2, 6 ile bölündüğünde 4, 7 ile bölündüğünde 1 kalanını veren üç basamaklı en küçük doğal sayı kaçtır?

Çözüm

5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren sayılar;

2, 7, 12, 17, **22**, 27, ...

6 ile bölündüğünde 4 kalanını veren sayılar;

4, 10, 16, **22**, 28, 34, ...

7 ile bölündüğünde 1 kalanını veren sayılar;

1, 8, 15, **22**, 29, 36, ...

Ortak olan en küçük sayı 22 dir.

$OKEK(5, 6, 7) = 210$ olduğundan en küçük üç basamaklı doğal sayı $210 + 22 = 232$ dir.

Örnek Soru

3000 sayısına en az hangi doğal sayı eklenirse, 9 ve 11 ile tam olarak bölünebilir?

Çözüm

Eklenecek doğal sayı x olsun,

$$OKEK(9, 11) = 99$$

$$3000 + x = 9a = 11b \text{ olmalıdır. } (a, b \in \mathbb{N}^+)$$

$$3000 + x = 99k \text{ olacağından } k = 31 \text{ için}$$

$$3000 + x = 3069$$

$$x = 69 \text{ olur.}$$

ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ (OBEB)

En az iki tane doğal sayıyı birlikte bölebilen en büyük doğal sayıya bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü, kısaca **OBEB** denir.

OBEB bulunurken sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Sadece ortak asal çarpanların en küçük üslüleri alınır ve çarpılır.

Örnek Soru

80 ve 120 sayılarının OBEB ini bulunuz.

Çözüm

80	120	2*	OBEB(80, 120) = $2^3 \cdot 5 = 40$
40	60	2*	
20	30	2*	
10	15	2	
5	15	3	
5	5	5*	
1	1		

Örnek Soru

60 litre, 84 litre ve A litre ağırlıklarında üç ayrı kalitede zeytinyağı birbirine karıştırılmadan artmamak koşuluyla eşit ve en büyük ağırlıkta olacak şekilde 21 tenekeye doldurulabiliyor.

Buna göre, A kaçtır?

- A) 96 B) 108 C) 120 D) 132 E) 145

Çözüm

$$OBEB(60, 84) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2^* \\ 30 & 2^* \\ 15 & 3^* \\ 5 & 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{60}{12} + \frac{84}{12} + \frac{A}{12} = 21 \\ \frac{A}{12} = 21 - 5 - 7 \\ \frac{A}{12} = 9 \\ A = 108 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Boy 180 cm, eni 72 cm olan dikdörtgen biçimindeki bir masanın üzeri hiç boşluk kalmayacak biçimde kare biçimindeki aynı büyüklükteki fayanslarla döşenecektir.

Buna göre, en az kaç tane fayans gereklidir?

Çözüm

Kullanılacak fayansların bir kenarı;

$$OBEB(180, 72) = 36 \text{ cm dir.}$$

$$\text{fayans sayısı} = \frac{\text{masanın üzerinin alanı}}{\text{bir fayansın alanı}}$$

$$\text{fayans sayısı} = \frac{180 \cdot 72}{36 \cdot 36} = 10$$

Gerekli olan fayans sayısı 10 dur.

Örnek Soru

Boyutları 72 cm, 60 cm ve 120 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki bir tahta blok parça artmamak koşuluyla, aynı büyüklükte ve en büyük hacimli küp şeklindeki parçalara ayrılacaktır.

Buna göre, en az kaç parça elde edilir?

- A) 250 B) 280 C) 290 D) 300 E) 350

Çözüm

$$OBEB(72, 60, 120) = 12 \text{ cm}$$

(Oluşacak olan küplerin ayrıt uzunluğu)

$$\text{Oluşacak küp sayısı} = \frac{72 \cdot 60 \cdot 120}{12 \cdot 12 \cdot 12} = 300$$

Yanıt D

UYARI

- 1) A ve B sayma sayıları için,
 $A \cdot B = OBEB(A, B) \cdot OKEK(A, B)$ dir.
- 2) $A < B$ ise $OBEB(A, B) \leq A < B \leq OKEK(A, B)$
- 3) A ile B aralarında asal ise;
a) $OBEB(A, B) = 1$
b) $OKEK(A, B) = A \cdot B$ dir.

Örnek Soru

a, b, c, d birbirinden farklı asal sayılar olmak üzere,

$$A = a^4 \cdot b^3 \cdot c \text{ ve } B = b^5 \cdot c^2 \cdot d$$

olduğuna göre, OBEB(A, B) ve OKEK(A, B) kaçtır?

Çözüm

$$\text{OBEB}(A, B) = b^3 \cdot c$$

$$\text{OKEK}(A, B) = a^4 \cdot b^5 \cdot c^2 \cdot d \text{ bulunur.}$$

UYARI

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ rasyonel sayıları için;

$$\text{OKEK}\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{\text{OKEK}(a, c)}{\text{OBEB}(b, d)} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$\frac{3}{5}$ ile $\frac{2}{9}$ sayılarının OKEK i kaçtır?

Çözüm

$$\text{OKEK}\left(\frac{3}{5}, \frac{2}{9}\right) = \frac{\text{OKEK}(3, 2)}{\text{OBEB}(5, 9)} = 6 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

Üç yarışmacı daire şeklindeki bir pisti sırası ile $\frac{2}{5}$ sn,

$\frac{3}{5}$ sn, $\frac{4}{5}$ sn sürelerde turlamaktadır.

Aynı yerden aynı anda yarışa başlayan bu üç araç ilk hareketlerinden sonra 6. kez yan yana geldiklerinde ikinci araç kaç tur atmıştır?

Çözüm

$$\text{OKEK}\left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right) = \frac{\text{OKEK}(2, 3, 4)}{\text{OBEB}(5, 5, 5)} = \frac{12}{5}$$

Bu üç araç her $\frac{12}{5}$ saniyede bir yan yana gelmektedir.

Araçların 6. kez yan yana gelmeleri için $\frac{12}{5} \cdot 6 = \frac{72}{5}$

saniye geçmesi gerekir. Bu süre zarfında II. araç

$$\frac{\frac{72}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{72}{5} \cdot \frac{5}{3} = 24 \text{ tur atmış olur.}$$

Örnek Soru

x ile y aralarında asal iki doğal sayı olmak üzere,

$$\text{OKEK}(x, y) = 1680$$

$$x + \frac{105}{y} = 85$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) 80 B) 96 C) 101 D) 121 E) 134

Çözüm

x ile y aralarında asal iki doğal sayı olduğuna göre,

$$\text{OBEB}(x, y) = 1$$

$$\text{OKEK}(x, y) = x \cdot y = 1680 \text{ dir.}$$

$$x + \frac{105}{y} = 85 \Rightarrow x \cdot y + 105 = 85y$$

$$1680 + 105 = 85y$$

$$y = \frac{1785}{85} = 21$$

$$x \cdot y = 1680 \Rightarrow x = \frac{1680}{y} = \frac{1680}{21} = 80$$

$$x + y = 80 + 21 = 101 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

1. $x = 1979635481$
 $y = 425805332$

olduğuna göre, $x^2 \cdot y^3$ çarpımının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. K, M, L pozitif doğal sayı olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l} K & L \\ \hline & 8 \\ \hline & 4 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} M & L \\ \hline & 4 \\ \hline & 4 \end{array}$$

bölme işlemlerine göre, M nin K cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{K+84}{4}$ B) $\frac{K+4}{2}$ C) $\frac{K+12}{4}$
D) $\frac{K-4}{2}$ E) $\frac{K-4}{8}$

3. Bir A doğal sayısının 4 ile bölümünden kalan 2, B doğal sayısının 8 ile bölümünden kalan 3 olduğuna göre, $2A + B$ toplamının 8 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 0

4. 23b5a beş basamaklı doğal sayısı 15 ile tam bölünebildiğine göre, $a \cdot b$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 0 B) 15 C) 25 D) 30 E) 45

5. 2, 5 ve 6 ile bölündüğünde 1 kalanını veren 100 den büyük 200 den küçük kaç doğal sayı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. 127 sayısından en küçük hangi doğal sayı çıkarılmalıdır ki, 6, 7 ve 9 sayılarına tam olarak bölünebilsin?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. Bir sınıftaki öğrenciler 3'er 3'er sayıldığında 2 kişi, 4'er 4'er sayıldığında 3 kişi artıyor.

Sınıf mevcudu 20 den fazla olduğuna göre, sınıfta en az kaç öğrenci vardır?

- A) 22 B) 23 C) 25 D) 34 E) 44

8. Dikdörtgen şeklindeki bir tarla artırmamak koşuluyla kare şeklindeki eş parsellere ayrılmak isteniyor.

Tarlanın eni 250 m, boyu 600 m olduğuna göre, en az kaç parsel ayrılabilir?

- A) 45 B) 50 C) 60 D) 120 E) 240

9. x, y sayma sayıları olmak üzere,

$$72 \cdot x = y^5$$

olduğuna göre, x en az kaçtır?

- A) 6 B) 16 C) 24 D) 72 E) 108

10. 51, 38, 29 sayıları x sayısına bölündüğünde sırasıyla 3, 2, 1 kalanlarını veriyorlar.

Buna göre, x sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. 36, 42 ve n sayılarının OBEB i 6, OKEK i, $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ olduğuna göre, n sayısının en küçük değeri kaçtır?

- A) 30 B) 70 C) 80 D) 90 E) 95

12. 142 nin A ile bölümünden bölüm 10, kalan K dir.

$K < 10$ olduğuna göre, $A + K$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

13. 1 ile 200 arasındaki sayılardan kaç tanesi 3 veya 5 ile tam bölünebilir?

- A) 13 B) 92 C) 93 D) 105 E) 106

14. a ve b aralarında asal sayılardır. Eni a , boyu b metre olan bir bahçenin etrafına, köşelere de gelmek koşuluyla eşit aralıklarla ağaç dikilmek istenmektedir.

Bu işlem için en az kaç ağaç gerekmektedir?

- A) $2a + b$ B) $a + b$ C) $a \cdot b$

- D) $2(a + b)$ E) $\frac{a+b}{2}$

15. İki otomobil yuvarlak bir pist etrafında aynı yerden aynı anda aynı yöne doğru harekete geçiyorlar. Birinci otomobil bir turunu 5 saatte, diğeri 9 saatte tamamlıyor.

Başlangıç noktasında ilk kez karşılaştıklarında yavaş giden otomobil kaç tur atmış olur?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

16. 3 ayrı TV kanalında sırasıyla 15 dk., 35 dk. ve 45 dk. arayla reklam yayınlanmaktadır.

Saat 13.00'te aynı anda ilk kez reklam yayınlayan bu kanallar, tekrar birlikte reklam yayındıklarında saat kaç olur?

- A) 18.15 B) 19.00 C) 20.00
D) 16.15 E) 17.30

1. abcd rakamları birbirinden farklı en büyük dört basamaklı tek doğal sayı olduğuna göre, bu sayının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

2. $73x9y$ beş basamaklı sayısının 30 ile tam bölünebilmesi için, $x + y$ toplamı en fazla kaç olabilir?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10

3. $x < y$ olmak üzere, üç basamaklı $x4y$ sayısının 4 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, $x + y$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. Mert elindeki cevizleri 3'er 3'er, 4'er 4'er ve 7'ser 7'ser gruplara ayırdığında her defasında 2 ceviz artıyor.

Buna göre, Mert'in en az kaç cevizi vardır?

A) 23 B) 25 C) 45 D) 82 E) 86

5. $OBEB(3x - 2, 2y + 5) = 7$ olmak üzere,

$$\frac{3x-2}{2y+5} = \frac{4}{5}$$

olduğuna göre, $y - x$ farkı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. x ile y aralarında asal iki sayıdır.

$$OKEK(x, y) = 450 \text{ ve } y + \frac{25}{x} = 95$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 10 D) 25 E) 45

7. $OBEB(32, x) = 4$

eşitliğini sağlayan 32 den küçük pozitif x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 32 D) 64 E) 128

8. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$OBEB(x, y) = 6$$

$$OKEK(x, y) = 72$$

olduğuna göre, $OKEK(x, y, 54)$ kaçtır?

A) 72 B) 216 C) 360 D) 576 E) 648

9. $OKEK(A, B) = 180$

$$OBEB(A, B) = 5$$

olduğuna göre, $A + B$ toplamı en az kaçtır?

A) 20 B) 26 C) 45 D) 65 E) 70

10. Boyutları 16 cm x 24 cm x 30 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kutunun içine hiç boşluk kalmayacak şekilde en az kaç tane aynı büyüklükte küp şeker konulabilir?

A) 180 B) 384 C) 480 D) 720 E) 1440

11. 500 m x 400 m boyutlarındaki bir tarla artmamak koşuluyla bölünebilecek en büyük özdeş karelere bölünüyor. Bütün karelerin köşelerine birer tane işaret levha yerleştirilmek isteniyor.

Bunun için, en az kaç levha kullanılmalıdır?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

12. Boyutları a , a^2 , a^3 olan dikdörtgenler prizması şeklindeki tuğlalar kullanılarak hacmi en küçük olan içi dolu bir küp elde edilecektir.

Bu tuğlalardan 512 tane kullanıldığına göre, a kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

13. x , y , z pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$A = 3x - 2 = 4y + 1 = 5z - 4$$

koşulunu sağlayan $x + y + z$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) 30 B) 44 C) 49 D) 54 E) 56

14. $A = 6^x \cdot 20$ sayısının 1 ve kendisi hariç pozitif tam bölenlerinin 68 tane olabilmesi için, x doğal sayısı kaç olmalıdır?

A) 3 B) 4 C) 7 D) 12 E) 15

15. x ve y tam sayı olmak üzere,

$$y = \frac{x^2 + 64}{x}$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

A) 1 B) 5 C) 7 D) 9 E) 14

16. 5625 sayısının pozitif tam sayı bölenlerinin kaç tanesi 9 ile tam bölünemez?

A) 5 B) 9 C) 10 D) 13 E) 15

17. Pozitif tam bölenlerin sayısı, 75 sayısının tüm tam bölenlerinin sayısına eşit olan en küçük doğal sayı kaçtır?

A) 12 B) 36 C) 72 D) 80 E) 108

1. Farkı 48 olan iki sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 7, kalan sıfırdır.

Buna göre, bu sayıların toplamı kaçtır?

- A) 56 B) 58 C) 64 D) 72 E) 81

2. $\overbrace{232323\dots} = A$

90 basamaklı

sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

3. a sayısının 9 ile bölümünden kalan 3 tür.

Buna göre, $a^3 + a^2 + 5$ sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

4. x sayısı 6 ile, y sayısı 7 ile bölündüğünde aynı bölümü ve aynı 4 kalanını veriyor.

Buna göre, x + y toplamı 13 ile bölündüğünde kaç kalanını verir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

5. $a + 1$, $2a + b$ doğal sayıları aralarında asaldır.

$$\frac{a+1}{2a+b} = \frac{32}{56}$$

olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Birbirine oranı $\frac{7}{6}$ olan iki sayının OBEB i 6 dır.

Buna göre, bu sayılardan küçüğü kaçtır?

- A) 6 B) 36 C) 42 D) 54 E) 63

7. x ve y aralarında asal iki sayıdır.

$$\text{OKEK}(x, y) = 260 \text{ ve } y + \frac{52}{x} = 24$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 10 B) 13 C) 20 D) 26 E) 65

8. $\text{OBEB}(4x - 2, 5y + 4) = 3$ olmak üzere,

$$\frac{4x-2}{5y+4} = \frac{2}{3}$$

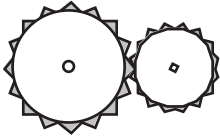
olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. Seferlerini sırasıyla 3 saatte, 6 saatte ve 8 saatte tamamlayan üç uçak aynı havaalanından aynı anda hareket edip tekrar aynı havaalanında üçü bir araya geldiklerinde ikinci uçak kaç sefer yapmış olur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10.



12 br ve 18 br çaplarındaki iki dişli birbirlerine değdikleri noktadan işaretileniyorlar.

Dişliler ilk defa başlangıç pozisyonuna geldiklerinde küçük dişli kaç tur dönmüş olur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. Mete 5 m x 4 m boyutunda bir dikdörtgen çiziyor ve Engin'den bu dikdörtgeni artmamak koşuluyla birbirine eşit, en büyük karelere ayırmasını istiyor.

Bunun için Engin en az kaç tane düşey ve yatay çizgi çekmelidir?

A) 7 B) 10 C) 11 D) 12 E) 20

12. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere,

$$\text{OBEB}(ab, ba) = 3$$

$$\text{OKEK}(ab, ba) = 84$$

olduğuna göre, $ab + ba$ toplamı kaçtır?

A) 22 B) 33 C) 44 D) 55 E) 66

13. 48 sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısının, asal olmayan pozitif bölenlerinin sayısına oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{5}{2}$

14. $2^2 \cdot 24^x$ sayısının pozitif tam sayı bölenlerinin sayısı 12 dir.

Buna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. a ve c asal, b doğal sayı olmak üzere,

$$90 = a^2 \cdot 2^b \cdot c^1$$

olduğuna göre, $2^a + b^2 + 1^c$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 10 C) 15 D) 16 E) 29

16. 1 den 120 ye kadar olan doğal sayılardan 3 ile tam bölünüp, 4 ile tam bölünemeyenlerin sayısı kaçtır?

A) 26 B) 28 C) 30 D) 40 E) 45

1. $A = 13.14.15.16.17$
sayısı aşağıdakilerden hangisine tam olarak bölünemez?

A) 39 B) 34 C) 32 D) 18 E) 10

2. abc ve cba üç basamaklı doğal sayılar olmak üzere, $abc - cba$ farkını tam bölen en büyük asal sayı kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 11 E) 13

3.
$$x = \underbrace{23 + 23 + 23 + \dots + 23}_{42 \text{ tane}}$$

$$y = \underbrace{12 + 12 + 12 + \dots + 12}_{15 \text{ tane}}$$

olduğuna göre, $x.y$ çarpımının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. Ardışık beş tek sayının çarpımını aşağıdakilerden hangisi kesinlikle tam olarak bölemez?

A) 3 B) 12 C) 15 D) 17 E) 25

5. 11 ile tam bölünebilen 450 den küçük üç basamaklı kaç tane doğal sayı vardır?

A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) 35

6. $x = 7! + 6!$ ve $y = 6^2 + 8$
olduğuna göre, $\text{OBEB}(x, y)$ kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 12 D) 22 E) 44

7. a ve b aralarında asal sayma sayısıdır.

$$\text{OKEK}(a, b) + \text{OBEB}(a, b) = 49$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı en az kaçtır?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 19 E) 21

8. Üç yarış arabasından birincisi turunu $\frac{2}{15}$ saatte,

ikincisi $\frac{3}{20}$ saatte, üçüncüsü $\frac{1}{6}$ saatte tamam-

lıyor. Üçü aynı anda aynı yerden yarışa başlıyorlar.

İlk kez tekrar aynı anda başlangıç noktasında olduklarında birinci yarış arabası üçüncüden kaç tur fazla atmış olur?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

9. Kenarları asal sayı olan bir dikdörtgenin çevresi 98 cm dir.

Buna göre, bu dikdörtgenin uzun kenarının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 53 B) 47 C) 43 D) 41 E) 37

10. Boyutları 15 m x 24 m olan dikdörtgen şeklindeki bir havuzun tabanı hiç boşluk kalmamak koşuluyla kare şeklinde, aynı büyüklükte fayanslarla döşenecektir.

Bu işlem için en az kaç fayans gereklidir?

- A) 20 B) 40 C) 60 D) 80 E) 120

11. $\begin{array}{ccc|c} x & y & z & 2 \\ a & b & c & 5 \\ d & e & f & k \\ d & e & 1 & m \\ d & 1 & 1 & n \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$ Yanda x, y, z sayılarının asal çarpanlarına ayrılmış şekli verilmiştir.

Buna göre, $\frac{m+n}{k}$ ifadesinin x, y ve z türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+y}{z}$ B) $\frac{x+z}{y}$ C) $\frac{y+z}{x}$
D) $\frac{x.z}{y}$ E) $\frac{x.y}{z}$

12. 45! sayısının içinde kaç tane 15 çarpanı vardır?

- A) 3 B) 5 C) 10 D) 18 E) 24

13. 5! + 6! toplamının asal olmayan pozitif tam bölenlerinin sayısı kaçtır?

- A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

14. 8 cm x 10 cm x 12 cm boyutlarındaki dikdörtgenler prizması şeklindeki kutular yan yana, üst üste, art arda konularak en küçük hacimli küp elde edilmek isteniyor.

Bu işlem için en az kaç kutuya ihtiyaç vardır?

- A) 1800 B) 1950 C) 2000 D) 2250 E) 2400

Temel Matematik Konu Anlatımlı

15. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$35! = 21^a \cdot 6^b \cdot c$$

olduğuna göre, a + b toplamı en çok kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

16. x bir tam sayı olmak üzere,

$$\frac{x^2 + 4x + 124}{x + 2}$$

ifadesini tam sayı yapan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -128 B) -120 C) -64 D) -32 E) 0

1. I. $3^5 + 2^7$
 II. $2^{16} - 4^3$
 III. $3^7 + 2^{11} - 3$
 IV. $7^{10} - 2^8$
 V. $3^{11} + 3^{10} + 39$

Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi tek sayıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. x, y ve z pozitif tam sayılardır.

$$x \cdot y = 6z + 3$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) x ve y tek sayıdır.
 B) x çift sayıdır.
 C) x ve z tek sayıdır.
 D) z tek sayıdır.
 E) x ve y çift sayıdır.

3. x bir doğal sayı ve $x \neq 0$ olmak koşuluyla aşağıdakilerden hangisi kesinlikle çift sayıdır?

- A) $5x + 4$ B) $4^x + 3$ C) $x^2 + 2$
 D) $x^2 + x$ E) $3^x + 2$

4. İki basamaklı altı doğal sayının toplamı en az kaç olabilir?

- A) 60 B) 64 C) 68 D) 72 E) 75

5. Ardışık üç çift sayının toplamı $(n + 4)$ olduğuna göre, bu sayıların en küçüğü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{n+4}{3}$ B) $\frac{n+3}{3}$ C) $\frac{n+2}{3}$
 D) $\frac{n+1}{3}$ E) $\frac{n-2}{3}$

6. $a = 4b$ ve $a = b + c$

koşulu ile yazılabilecek üç basamaklı farklı, (abc) sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 1148 B) 1239 C) 1243 D) 1248 E) 1253

7. 4 ve 6 sayı tabanı olmak üzere,

$$\frac{(124)_6}{(31)_4}$$

işleminin sonucu 10 luk tabanda kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. Dört basamaklı pozitif en büyük tam sayıdan, üç basamaklı negatif en büyük tam sayı çıkarılırsa sonuç kaç olur?

- A) 9000 B) 9899 C) 9998
 D) 10099 E) 10998

9. Birbirinden farklı, üç basamaklı, en küçük üç çift doğal sayının toplamı A ve üç basamaklı birbirinden farklı en küçük üç tek doğal sayının toplamı B ise $A - B$ farkı kaçtır?

A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

10. $a = (xyz)$ üç basamaklı bir doğal sayıdır. $(xyz23)$ beş basamaklı doğal sayısının a ya bağlı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + 23$ B) $123a$ C) $123 + a$
D) $10a + 23$ E) $100a + 23$

11. (xxx) ve (xyy) üç basamaklı doğal sayılardır.

$$(xxx) + (xyy) = 455$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

12. Ardışık beş çift doğal sayının toplamı, aşağıdakilerden hangisine daima tam olarak bölünebilir?

A) 8 B) 10 C) 15 D) 18 E) 25

13. $28a35b$ sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, b nin en küçük değeri için a kaç farklı değer alabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. Onlar basamağı 5 olan ve 11 ile tam bölünebilen üç basamaklı en büyük ve en küçük doğal sayının farkı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 605 B) 506 C) 704 D) 803 E) 905

15. a ve b birer rakam olmak üzere dört basamaklı abab doğal sayısı 15 ile tam olarak bölünebildiğine göre, bu sayının en büyük değerinin en küçük değerine oranı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) 11

16. 48 sayısına 148 den küçük en büyük hangi tam sayı eklenirse 14 ile tam olarak bölünebilir?

A) 22 B) 50 C) 120 D) 134 E) 140

1. x , y ve z birbirinden farklı rakamlardır.

Buna göre, $(-2x - y + x.z)$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) -27 B) -26 C) -25 D) -24 E) -23

2. a ve b tam sayıları için,

$$a.b = 27$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $(a + b)$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 28 B) 12 C) -12 D) -28 E) -30

3. a , b , c birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$(a + b + c).(b - c) = 17$$

olduğuna göre, $(2a + b + c)$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 31 B) 29 C) 27 D) 26 E) 24

4. a ve b birbirinden farklı negatif tam sayılardır.

Buna göre, $(4a + 3b + 2)$ ifadesinin alabileceği en büyük değeri kaçtır?

- A) -7 B) -8 C) -9 D) -10 E) -11

5. a , b ve c pozitif tam sayıdır.

$$a.b.c = 30$$

olduğuna göre, $(3a + 2b + c)$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 91 B) 92 C) 93 D) 94 E) 95

6. ABC üç basamaklı, CA iki basamaklı doğal sayılardır.

$$ABC + CA = 761$$

olduğuna göre, $A.B.C$ çarpımı kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 20 D) 24 E) 28

7. a , b , c , d birbirinden farklı birer asal rakamdır.

ab ve cd iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere,

$$ab + cd$$

toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 62 B) 78 C) 89 D) 98 E) 125

8. $A = 0! + 3! + 6! + 9! + \dots + 120!$

sayısı veriliyor.

Buna göre, A nın 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. x ile y sayma sayısı olmak üzere,

$$\frac{10!}{x^y}$$

bir tek doğal sayıdır.

Buna göre, $x + y$ toplamı en az kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 18 E) 20

10. x ile y pozitif doğal sayı olmak üzere,

$$\frac{x!+y!}{x!} = 57$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı en az kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

11. $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ ve $\frac{3}{5}$

saat arayla çalan üç zil saat 8.00'de birlikte çaldıktan sonra ilk defa saat kaçta tekrar birlikte çalarlar?

- A) 8.30 B) 10.00 C) 10.30 D) 11.00 E) 11.30

12. 28 basamaklı 1223334444 ... 77777777 sayısı 9 ile bölündüğünde kalan kaç olur?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

13. Dört basamaklı $xyzt$ sayısı 18 ile tam bölünüyor.

x, y, z, t rakamları arasında,

$$2z = t - 2(x + y)$$

bağıntısı olduğuna göre, $xyzt$ sayısının 10 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

14. $4 \leq a \leq b \leq 8$ olmak üzere, altı basamaklı 52ab36 sayısı 12 ile tam bölünüyor.

Buna göre, kaç farklı (a, b) ikilisi yazılabilir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

15. Aşağıdaki sayılardan hangisinin sadece 2 tane pozitif tam sayı böleni vardır?

- A) 6842 B) $7^2 - 1$ C) $2^5 - 1$
D) $9! + 7!$ E) $3^9 + 1$

16. a ile b pozitif doğal sayı olmak üzere,

$$144.a = b^3$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı en az kaçtır?

- A) 0 B) 12 C) 24 D) 36 E) 48

1. x, y ve z birer tam sayıdır. $z < x$ ve $y > 0$ dir.

$$x.z = 7 \text{ ve } x.y = 14$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

2. a, b ve c ardışık üç pozitif çift sayıdır.

$c < b < a$ olduğuna göre,

$$(a - b) \cdot (a - c) \cdot (b + c)$$

çarpımı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 40 E) 48

3. 1 den $2n$ ye kadar olan çift tam sayıların toplamı A , 1 den $(2n-1)$ e kadar olan tek tam sayıların toplamı B , 1 den $(n+1)$ e kadar olan tam sayıların toplamı C olduğuna göre, $A + B + C$ toplamının n türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4n^2 + 2n + 2}{2}$

B) $\frac{3n^2 + 5n + 2}{2}$

C) $\frac{3n^2 + 5n + 4}{2}$

D) $\frac{n^2 + 5n + 3}{2}$

E) $\frac{5n^2 + 5n + 2}{2}$

4. n bir doğal sayı olmak üzere, 1 den n ye kadar olan doğal sayıların toplamı x , 10 dan n ye kadar olan doğal sayıların toplamı y dir.

$$x + y = 375$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 165 B) 180 C) 195 D) 210 E) 220

5. 1 den n ye kadar olan n tane doğal sayının toplamı,

$$T = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

olarak ifade ediliyor.

Bu toplamdaki her terim n kadar artırıldığında toplam 625 arttığına göre, n kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 21 D) 24 E) 25

6. $15 + 30 + 45 + \dots + 15n^2 = 2040$

olduğuna göre, n nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. $7!$ sayısının $6!$ tabanındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 50 B) 51 C) 60 D) 70 E) 71

8. $T = (4)! + (5)! + (6)! + \dots + (72)!$

toplamında parantez içinde bulunan her terim 1 azaltılırsa T toplamı kaç azalır?

- A) $72! - 3$ B) $72! + 3$ C) $72! - 6$
D) $72! - 4$ E) $72! - 5$

9. $\frac{(x+1)!}{x!} + \frac{(x+2)!}{(x+1)!} + \frac{(x+3)!}{(x+2)!} + \dots + \frac{(x+15)!}{(x+14)!} = 270$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

10. a ile b doğal sayı olmak üzere,

$$2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (a-2)! = (b-3)!$$

olduğuna göre, a + b toplamı en az kaçtır?

- A) 10 B) 13 C) 14 D) 15 E) 17

11. x ile y sayma sayısı olmak üzere,

$$\frac{x!}{y!} = \frac{1}{210}$$

olduğuna göre, x + y toplamının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 458 B) 449 C) 447 D) 430 E) 28

12. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$a^3 = 180 \cdot b^2$$

eşitliğini sağlayan en küçük a değeri kaçtır?

- A) 30 B) 60 C) 90 D) 150 E) 180

13. n bir doğal sayı olmak üzere,

$$6! = 2^n \cdot x$$

olduğuna göre, n nin en büyük değeri için x kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 15 E) 45

14. $3^6 - 1$ sayısının en büyük asal çarpanı m, en küçük asal çarpanı n olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 11 C) 15 D) 17 E) 20

15. a ile b ve b ile c aralarında asal sayılar, $b \neq 1$ olmak üzere,

$$\text{OKEK}(a, b) = 90$$

$$\text{OKEK}(b, c) = 36$$

olduğuna göre, OBEB(a, c) kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

16. $\text{OBEB}(x, y) = 3$

$$\text{OKEK}(x, y) = 45$$

olduğuna göre, $x + \frac{18}{y}$ ifadesinin en küçük

tam sayı değeri için y kaçtır?

- A) 3 B) 9 C) 15 D) 45 E) 135

17. x ve y doğal sayı olmak üzere,

$$y = \frac{x^3 + 360}{x^2}$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.ÜNİTE

RASYONEL – ONDALIK SAYILAR

KAZANIM

- Rasyonel sayıları ifade eder ve rasyonel sayıların eşitliğini açıklar.
- Rasyonel sayılar kümesinde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapar.
- İkiden fazla rasyonel sayıyı bir eşitsizlik zinciri içinde sıralar ve bu sayıları sayı doğrusunda gösterir.
- İki rasyonel sayı arasında başka bir rasyonel sayı bularak rasyonel sayılar kümesinin yoğun olduğunu belirtir.
- Rasyonel sayıların ondalık açılımını yapar.

RASYONEL SAYILAR

a ile b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ biçimindeki sayılara **rasyonel sayı** denir.

Rasyonel sayılar kümesi Q ile gösterilir.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\} \text{ dir.}$$

$\frac{a}{b}$ kesrinde a ya **pay**, b ye **payda** denir.

$\frac{a}{b}$ Kesir çizgisi
Pay
Payda

$\frac{3}{5}$, $\frac{4}{13}$, $-\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{5}$, 9, 0, ... birer rasyonel sayıdır.

UYARI

Paydası sıfırdan farklı olmak üzere iki tam sayının birbirine oranı rasyonel sayıdır.
 $a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere,

$\frac{a}{b}$ ifadesi bir kesirdir.

UYARI

$$\frac{0}{A} = 0 \text{ (} A \neq 0 \text{ ise)}$$

$\frac{A}{0}$ tanımsız ifadedir. ($A \neq 0$ ise)

$\frac{0}{0}$ belirsiz ifadedir.

UYARI

Her a tam sayısı $\frac{a}{1}$ olarak yazılabilir. Bu yüzden her tam sayı aynı zamanda bir rasyonel sayıdır.

Örnek Soru

$$\frac{7}{x-2}$$

kesri x in hangi tam sayı değeri için bir rasyonel sayı **değildir**?

Çözüm

Kesir paydayı sıfır yapan değer için rasyonel sayı olmaz.

Buna göre, $x - 2 = 0$ ise $x = 2$ değeri için kesir rasyonel sayı değildir.

Örnek Soru

$$\frac{6a-2}{2a-3}$$

kesrini tam sayı yapan kaç farklı a pozitif tam sayı değeri vardır?

Çözüm

$$\begin{aligned} x &= \frac{6a-2}{2a-3} = \frac{3(2a-3)+7}{2a-3} \\ &= 3 + \frac{7}{2a-3} \end{aligned}$$

$$a = 1 \text{ için } x = -4$$

$$a = 2 \text{ için } x = 10$$

$$a = 5 \text{ için } x = 4 \text{ olur.}$$

Buna göre, a nın 3 farklı pozitif tam sayı değeri için

$$\frac{6a-2}{2a-3} \text{ kesri tam sayıdır.}$$

KESİR ÇEŞİTLERİ

Basit Kesir

İşaretine bakılmaksızın payı paydasından küçük olan kesirlere **basit kesir** denir.

$\frac{1}{3}$, $\frac{-3}{5}$, $\frac{0}{4}$ sayıları birer basit kesirdir.

UYARI

$\frac{x}{y}$ pozitif basit kesir ise $\frac{x}{y}$ nin pozitif tam sayı kuvvetleri alındıkça kesrin değeri azalır.

Örnek Soru

$$\frac{3x-7}{5}$$

kesir x in kaç farklı tam sayı değeri için basit kesirdir?

Çözüm

$$|3x - 7| < 5$$

$$-5 < 3x - 7 < 5$$

$$2 < 3x < 12$$

$$\frac{2}{3} < x < 4$$

$x \in \{1, 2, 3\}$ için kesir basit kesirdir.

O hâlde x in 3 farklı tam sayı değeri için kesir basit kesirdir.

Bileşik Kesir

İşaretine bakılmaksızın payı paydasından büyük veya eşit olan kesirlere bileşik kesir denir.

$\frac{23}{9}$, $\frac{18}{-7}$, $\frac{3}{3}$, 35 sayıları birer bileşik kesirdir.

UYARI

$\frac{x}{y}$ pozitif bileşik kesir ise $\frac{x}{y}$ nin pozitif tam sayı kuvvetleri alındıkça kesrin değeri artar.

Tam Sayılı Kesir

Bir tam sayı ile birlikte yazılan kesirlerdir. Bileşik kesir aynı zamanda bir tam sayılı kesirdir.

$2\frac{1}{3}$, $-4\frac{2}{5}$ sayıları tam sayılı kesirlerdir.

UYARI

$a, b, c \in \mathbb{Z}$ olmak üzere;

$a\frac{b}{c}$ gösteriminin anlamı

$$a\frac{b}{c} = a + \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c} \text{ dir.}$$

Kesri Genişletme

$k \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ kesri $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$ olarak genişletilebilir.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{6}{18}$$

Kesri Sadeleştirme

$k \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ kesri $\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$ olarak sadeleştirilebilir.

$$\frac{6}{18} = \frac{6 : 6}{18 : 6} = \frac{1}{3}$$

Örnek Soru

Değeri $\frac{3}{2}$ olan bir kesrin payına 2 eklenir, paydasından 3 çıkarılırsa kesrin değeri $\frac{5}{3}$ oluyor.

Buna göre, ilk kesrin pay ve paydasının farkı kaç olabilir?

Çözüm

$k \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere ilk kesir $\frac{3k}{2k}$ biçimindedir.

Kesrin payına 2 eklenir, paydasından 3 çıkarılırsa

$$\frac{3k+2}{2k-3} = \frac{5}{3} \Rightarrow 9k+6 = 10k-15 \Rightarrow k = 21 \text{ olur.}$$

İlk kesir $\frac{3 \cdot 21}{2 \cdot 21}$ olup pay ve paydasının farkı

$63 - 42 = 21$ bulunur.

RASYONEL SAYILARDA İŞLEMLER

Toplama – Çıkarma

I. İşlemdaki kesirlerin paydaları eşit ise hemen işleme başlanır.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

II. İşlemdaki kesirlerin paydaları eşit değil ise paydalar eşitlenir.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{b \cdot d}$$

Çarpma

Çarpma işleminde paylar çarpılıp paya, paydalar çarpılıp paydaya yazılır.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Bölme

Bölme işleminde, birinci kesir (bölünen kesir) olduğu gibi yazılır, ikinci kesir (bölen kesir) ters çevrilerek çarpılır.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

UYARI

Birden fazla işlemin bir arada olduğu durumlarda işlem sırası;

1. Üs alma
2. Parantez içindeki işlemler
3. Bölme – çarpma
4. Toplama – çıkarma biçimindedir.

Örnek Soru

$$\frac{(2-3)\left(\frac{1}{3}+2\right)}{\frac{4}{3}-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -7 B) -4 C) 1 D) 4 E) 7

2008

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{(2-3)\left(\frac{1}{3}+2\right)}{\frac{4}{3}-1} &= \frac{-1 \cdot \left(\frac{1+6}{3}\right)}{\frac{4-3}{3}} \\ &= \frac{-1 \cdot \frac{7}{3}}{\frac{1}{3}} = -\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{1} = -7 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$\frac{\left(\frac{1}{5}-1\right)\left(2-\frac{1}{5}\right)}{\frac{1}{5}+1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{6}{5}$ B) $-\frac{5}{6}$ C) -1 D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

2009 – Mat. 1

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{1}{5}-1\right)\left(2-\frac{1}{5}\right)}{\frac{1}{5}+1} &= \frac{\left(\frac{1-5}{5}\right) \cdot \left(\frac{10-1}{5}\right)}{\frac{1+5}{5}} \\ &= -\frac{4}{5} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{6} \\ &= -\frac{6}{5} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$\frac{5\left(2-\frac{3}{5}\right)}{2\left(3-\frac{5}{2}\right)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 5 E) 7

2010 – YGS

Çözüm

$$\frac{5\left(2-\frac{3}{5}\right)}{2\left(3-\frac{5}{2}\right)} = \frac{5\left(\frac{10-3}{5}\right)}{2\left(\frac{6-5}{2}\right)} = \frac{7}{1} = 7 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$\frac{2 - \frac{1}{3} : \frac{5}{6}}{\left(\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} - 1\frac{1}{6}\right)}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{2 - \frac{1}{3} : \frac{5}{6}}{\left(\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} - 1\frac{1}{6}\right)} &= \frac{2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}}{\left(\frac{1}{2} - \frac{7}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{6}\right)} \\ &= \frac{2 - \frac{2}{5}}{-\frac{11}{6} - \frac{2}{6}} = \frac{\frac{8}{5}}{-\frac{13}{6}} \\ &= \frac{8}{5} \cdot \left(-\frac{6}{13}\right) = -\frac{48}{65} \text{ tir.} \end{aligned}$$

Örnek Soru

$$1 - \frac{2 - 1\frac{1}{2}}{5 : \left[1 - \left(1 + 1\frac{3}{2}\right)^{-1}\right]}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} 1 - \frac{2 - 1\frac{1}{2}}{5 : \left[1 - \left(1 + 1\frac{3}{2}\right)^{-1}\right]} &= 1 - \frac{2 - \frac{3}{2}}{5 : \left[1 - \left(1 + \frac{5}{2}\right)^{-1}\right]} \\ &= 1 - \frac{\frac{4-3}{2}}{5 : \left[1 - \left(\frac{2+5}{2}\right)^{-1}\right]} = 1 - \frac{\frac{1}{2}}{5 : \left[1 - \left(\frac{7}{2}\right)^{-1}\right]} \\ &= 1 - \frac{\frac{1}{2}}{5 : \left[1 - \frac{2}{7}\right]} = 1 - \frac{\frac{1}{2}}{5 : \left(\frac{7-2}{7}\right)} = 1 - \frac{\frac{1}{2}}{5 : \frac{5}{7}} \\ &= 1 - \frac{\frac{1}{2}}{5 \cdot \frac{7}{5}} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} = 1 - \frac{1}{14} = \frac{14-1}{14} = \frac{13}{14} \text{ tür.} \end{aligned}$$

Örnek Soru

$$1 - \frac{1 - \frac{x}{2}}{\frac{2}{2}} = 1$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

1999 – ÖSS / İPTAL

Çözüm

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1 - \frac{x}{2}}{\frac{2}{2}} &= 1 \Rightarrow 0 = \frac{1 - \frac{x}{2}}{\frac{2}{2}} \Rightarrow 0 = 1 - \frac{2-x}{4} \\ \frac{2-x}{4} &= 1 \Rightarrow 4 = 2-x \Rightarrow x = -2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$5 - \frac{2}{1 + \frac{3}{x-1}}$$

ifadesini tanımsız yapan x değerlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm

Bir rasyonel ifade paydası 0 ise tanımsız olur.

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ için $\frac{3}{x-1}$ kesri tanımsız olacaktır.

$$\begin{aligned} 5 - \frac{2}{1 + \frac{3}{x-1}} &= 5 - \frac{2}{\frac{x-1+3}{x-1}} \\ &= 5 - \frac{2}{\frac{x+2}{x-1}} = 5 - \frac{2x-2}{x+2} \end{aligned}$$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ için $\frac{2x-2}{x+2}$ kesri tanımsızdır.

Bulunan x değerlerinin toplamı $1 + (-2) = -1$ bulunur.

RASYONEL SAYILARDA SIRALAMA

Pozitif Rasyonel Sayılarda Sıralama

- Paydaları eşit olan rasyonel sayılardan payı büyük olan daha büyüktür.

Örnek Soru

$$\frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \frac{3}{7}, \frac{1}{7}$$

rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

$$\frac{1}{7} < \frac{2}{7} < \frac{3}{7} < \frac{5}{7}$$

- Payları eşit olan rasyonel sayılardan paydası büyük olan küçüktür.

Örnek Soru

$$\frac{5}{9}, \frac{5}{3}, \frac{5}{12}, \frac{5}{6}$$

rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

$$\frac{5}{12} < \frac{5}{9} < \frac{5}{6} < \frac{5}{3}$$

- Payları ve paydaları farklı olan rasyonel sayıları sıralamak için paylar ya da paydalar eşitlenir.

Örnek Soru

$$\frac{3}{5}, \frac{7}{4}, \frac{5}{6}$$

rasyonel sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

$$\frac{3}{5}, \frac{7}{4}, \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{36}{60}, \frac{105}{60}, \frac{50}{60}$$

$$\frac{105}{60} > \frac{50}{60} > \frac{36}{60} \text{ olduğundan } \frac{7}{4} > \frac{5}{6} > \frac{3}{5}$$

sıralaması elde edilir.

Örnek Soru

$$a = \frac{10}{11}, b = \frac{100}{111}, c = \frac{1000}{1111}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $c < b < a$ B) $c < a < b$ C) $a < b < c$
D) $a < c < b$ E) $b < c < a$

Çözüm

$$a = \frac{10}{11} = \frac{1000}{1100}, b = \frac{100}{111} = \frac{1000}{1110}, c = \frac{1000}{1111}$$

Payı eşit olan kesirlerden, paydası en büyük olan en küçük olduğundan $a > b > c$ sıralaması elde edilir.

Yanıt A

Negatif Rasyonel Sayılarda Sıralama

Önce (–) işareti dikkate alınmadan (+) işaretine göre sıralama yapılır. Sonra sıralamanın tersi alınır.

Örnek Soru

$$-\frac{8}{21}, -\frac{11}{21}, -\frac{5}{21}$$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

Önce (–) işareti göz önüne alınmadan

$$\frac{11}{21} > \frac{8}{21} > \frac{5}{21} \text{ sıralaması yapılır.}$$

Eşitsizliklerin yönü değiştirilerek;

$$-\frac{11}{21} < -\frac{8}{21} < -\frac{5}{21} \text{ sıralaması elde edilir.}$$

UYARI

1. Payı ile paydasının farkı eşit olan pozitif basit kesirlerde pay ve payda büyüdükçe kesrin değeri artar.

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{4} < \frac{3}{5} < \frac{4}{6}$$

2. Payı ile paydasının farkı eşit olan pozitif bileşik kesirlerde pay ve payda büyüdükçe kesrin değeri azalır.

$$\frac{4}{1} > \frac{5}{2} > \frac{6}{3} > \frac{7}{4}$$

Arada Olma

Herhangi iki rasyonel sayı arasında sonsuz çoklukta rasyonel sayı vardır.

Bu özelliğinden dolayı “rasyonel sayılar kümesi yoğundur.” denir.

$x < y$ ve x ile y birer rasyonel sayı olmak üzere,

$$x < \frac{x+y}{2} < y \text{ şeklinde } x \text{ ve } y \text{ rasyonel sayıları arasına}$$

başka rasyonel sayılar yerleştirilebilir.

$$\frac{x+y}{2} \text{ orta terimdir.}$$

Çözüm

$$\frac{2}{7} < \frac{3x+1}{15} < \frac{8}{3} \text{ paydaları eşitleyelim.}$$

$$\frac{30}{105} < \frac{21x+7}{105} < \frac{280}{105} \text{ paydalar eşit olduğundan}$$

$$30 < 21x + 7 < 280 \text{ eşitsizliği elde edilir.}$$

$$23 < 21x < 273$$

$$\frac{23}{21} < x < 13 \text{ koşuluna uyan } x \text{ tam sayıları;}$$

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ve bu sayıların toplamı 77 dir.

Yanıt B

Örnek Soru

$$\frac{3}{7} < \frac{x}{28} < \frac{5}{2}$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

Çözüm

$$\frac{3}{7} < \frac{x}{28} < \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{12}{28} < \frac{x}{28} < \frac{70}{28}$$

Buna göre, $12 < x < 70$ olduğundan x , 13 ten 69 a kadar olan tam sayı değerlerini alır.

$$x, \quad 69 - 13 + 1 = 57 \text{ tane tam sayı değeri alır.}$$

Örnek Soru

$$\frac{2}{7} < \frac{3x+1}{15} < \frac{8}{3}$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 90 B) 77 C) 65 D) 54 E) 48

Örnek Soru

$$\frac{1}{5} < a < b < \frac{16}{5}$$

sıralamasında art arda gelen $\frac{1}{5}$, a , b ve $\frac{16}{5}$ sayıları arasındaki farklar birbirine eşittir.

Buna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

Çözüm

$\frac{1}{5}$ ile $\frac{16}{5}$ sayıları arasına a ve b şeklinde iki tane sayı

yerleştirildiğinden $\frac{1}{5}$ ile $\frac{16}{5}$ arasında 3 birimlik artış

$$\text{miktarı } \left(\frac{16}{5} - \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{1}{3} = 1 \text{ dir.}$$

$$\text{Bu durumda } a = \frac{1}{5} + 1 = \frac{6}{5} \text{ ve}$$

$$b = a + 1 = \frac{6}{5} + 1 = \frac{11}{5} \text{ olur.}$$

$$a.b = \frac{6}{5} \cdot \frac{11}{5} = \frac{66}{25} \text{ tir.}$$

1. $3\frac{5}{14}$

kesri aşağıdaki bileşik kesirlerden hangisine denktir?

- A) $\frac{44}{14}$ B) $\frac{45}{14}$ C) $\frac{46}{14}$ D) $\frac{47}{14}$ E) $\frac{48}{14}$

2. Aşağıdaki kesirlerden hangisi $\frac{6}{8}$ kesrine denk değildir?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{12}{16}$ C) $\frac{24}{36}$ D) $\frac{30}{40}$ E) $\frac{42}{56}$

3. Aşağıdakilerden hangisi $\frac{4}{3}$ kesrine denk değildir?

- A) $1\frac{5}{15}$ B) $1\frac{4}{12}$ C) $\frac{12}{9}$ D) $1\frac{1}{6}$ E) $\frac{8}{6}$

4. $\frac{2x-3}{x+1}$

ifadesi bileşik kesir olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $\frac{2-\frac{1}{3}}{2+\frac{1}{3}}-1$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{2}{7}$ C) 0 D) $-\frac{2}{7}$ E) -2

6. $\frac{2}{3}-\frac{1}{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) $\frac{16}{3}$ C) 1 D) $-\frac{16}{3}$ E) -6

7. $\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right):\left(\frac{3}{2}+1\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{15}$

8. $1\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}-\frac{3}{4}:\frac{6}{8}+\frac{1}{2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{5}{24}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

9. $\frac{2}{\frac{3}{4}} : \frac{2}{\frac{3}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{24}$ E) $\frac{4}{27}$

10. $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
 $B = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

olmak üzere, $\frac{A-B}{A+B}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

11. $\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}} : \frac{5}{3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} : \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{19}$

13. $\frac{3}{8} < \frac{x}{16} < \frac{3}{4}$

olduğuna göre, x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 27 C) 38 D) 45 E) 63

14. $\frac{2}{5}$ ile $\frac{2}{3}$ rasyonel sayılarının tam ortasındaki rasyonel sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{6}{15}$ B) $\frac{7}{15}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{9}{15}$ E) $\frac{10}{15}$

15. $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{3}{5}$, $z = \frac{6}{7}$

kesirlerinin küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < y < z$ B) $y < x < z$ C) $x < z < y$
D) $z < y < x$ E) $z < x < y$

16. $a = -\frac{3}{5}$, $b = -\frac{5}{7}$, $c = -\frac{9}{11}$

kesirlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a > b > c$ B) $b > a > c$ C) $c > b > a$
D) $c > a > b$ E) $b > c > a$

1. a bir tam sayı olmak üzere,

$$\frac{4a + 5}{3a - 15}$$

sayısı tanımsız olduğuna göre, $2a+3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

2. $\left(1\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{29}{38}$ B) $\frac{29}{26}$ C) $\frac{29}{14}$ D) $-\frac{29}{26}$ E) $-\frac{29}{14}$

3. $\left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{6} + \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{5}{6}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{12}$ B) $-\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{10}$ E) 10

4. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{5} + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

5. $\frac{-2 + \frac{3}{7} : \frac{3}{5}}{-1 - \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{9}{20}$ B) $-\frac{3}{7}$ C) $\frac{9}{20}$ D) $\frac{3}{7}$ E) 1

6. $\frac{2 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

7. $\left(\frac{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}}{\frac{4}{5} : \frac{4}{3}}\right) : \left(\frac{12}{7}\right)^{-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

8. $\left[\left(\frac{5}{2}\right)^0 : \left(\frac{-2}{5}\right)^{-1}\right] : \frac{5}{2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) -1 C) $-\frac{4}{25}$ D) 1 E) $\frac{5}{2}$

9. $\left(2 + \frac{1}{3}\right)^{-1} : \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)^0$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{18}{7}$ E) 14

10. $\left(\frac{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{5 - \frac{23}{6}}\right) : \left(1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{2}{3}$

11. $x = 14$ olduğuna göre,

$$3 - \frac{3}{1 - \frac{4}{x+2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

12. Aşağıdaki rasyonel sayılardan hangisi $\frac{1}{8}$ ile

$\frac{2}{5}$ rasyonel sayıları arasında bulunmaz?

- A) $\frac{12}{40}$ B) $\frac{13}{40}$ C) $\frac{14}{40}$ D) $\frac{15}{40}$ E) $\frac{16}{40}$

13. $\frac{1}{3} < \frac{2x+1}{15} \leq \frac{3}{5}$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\frac{2}{3}$ kesrine denk bir kesrin, payına 2 eklenip paydasından 1 çıkarıldığında kesrin değeri $\frac{4}{5}$ oluyor.

Buna göre, ilk kesrin pay ve paydasının toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 14 C) 15 D) 30 E) 35

15. $5 - \frac{3}{4 - \frac{2}{3 + \frac{1}{x}}} = 4$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

16. $\frac{1}{7} + \frac{4}{5} + \frac{1}{3} = x$ olduğuna göre,

$$\frac{8}{7} + \frac{9}{5} + \frac{4}{3}$$

ifadesinin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $2x$ C) $x + 3$
D) $x + 4$ E) $4x$

1.
$$\frac{2 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}{1 - \frac{1}{1 - \frac{2}{3}}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

2. $\frac{4}{\frac{2}{5}}$ sayısı $\frac{4}{2}$ sayısının kaç katıdır?

- A) $\frac{8}{5}$ B) 2 C) $\frac{16}{5}$ D) $\frac{25}{4}$ E) 16

3.
$$\frac{2013 \frac{1}{3} - 2011 \frac{2}{3}}{1884 \frac{1}{3} - 1881 \frac{2}{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

4. x ile y birer doğal sayı olmak üzere,

$\frac{x}{10}$ basit kesir

$\frac{y}{15}$ bileşik kesir

olduğuna göre, x-y farkı en çok kaç olabilir?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

5. x, y birer rakam olmak üzere,

$$\frac{x+y}{2x-y}$$

ifadesi basit kesir olduğuna göre, x + y toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 4 B) 7 C) 10 D) 13 E) 16

6.
$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{n-1}{2}$ C) $\frac{n-1}{n}$ D) $\frac{1}{n}$ E) $\frac{n+1}{n}$

7.
$$\frac{\left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(2 - \frac{22}{23}\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{23}\right)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{13}{24}$ D) 1 E) 23

8. x, y, z negatif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{3z}{5}$$

olduğuna göre, x, y, z nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < y < z$ B) $z < x < y$ C) $y < x < z$
D) $x < z < y$ E) $z < y < x$

9. a, b, c sıfırdan farklı reel (gerçek) sayılar olmak üzere,

$$\frac{a+b}{b.c}$$

ifadesinde a ile b sayıları 6 ile çarpılır, c sayısı 6 ile bölünürse aşağıdaki ifadelerden hangisi elde edilir?

- A) $\frac{6(a+b)}{b.c}$ B) $\frac{36(a+b)}{b.c}$ C) $\frac{a+b}{6b.c}$
D) $\frac{b.c}{a+b}$ E) $\frac{b.c}{6(a+b)}$

10. $1 + \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \frac{1}{x+1}}} = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $\frac{x+y}{3y-x} = \frac{1}{7}$

olduğuna göre, x in hangi değeri için $\frac{x}{2-y}$

kesri tanımsız olur?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{5}{4} = a$ olduğuna göre,

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}$$

ifadesinin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2a B) a + 1 C) a + 2 D) a + 3 E) a - 1

13. $\frac{2x+1}{2-3x}$

kesrinin tanımsız olduğu x değeri için,

$$\frac{x+2}{x - \frac{1}{x-1}}$$

kesrinin değeri kaçtır?

- A) -9 B) $-\frac{8}{11}$ C) $\frac{8}{11}$ D) $\frac{11}{8}$ E) 9

14. $2 - \frac{4}{3 - \frac{1}{5+x}}$

ifadesini tanımsız yapan kaç tane x değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. x ve y birer tam sayı olmak üzere,

$$y = \frac{2x+7}{x+4}$$

olduğuna göre, y nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

16. x negatif bir tam sayı olmak üzere,

$$a = \frac{x-2}{x-4}, \quad b = \frac{x-4}{x-6}, \quad c = -\frac{x-6}{x-8}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $b < a < c$ B) $c < a < b$ C) $c < b < a$
D) $a < b < c$ E) $a < c < b$

ONDALIK SAYILAR

Ondalık Sayı

Paydası 10 un pozitif tam sayı kuvveti olan kesirlere **ondalık sayı** denir.

Bir başka deyişle $a \in \mathbb{Z}$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$$\frac{a}{10^n}$$

biçiminde yazılabilen rasyonel sayılara **ondalık sayılar** denir.

$\frac{a}{b}$ biçimindeki rasyonel sayının payı paydasına

bölünerek ondalık açılımı bulunur. Ya da $\frac{a}{b}$ kesrinin paydası 10 un pozitif tam sayı kuvvetlerine genişletilir. Payda 10 un pozitif tam kuvveti yapıldıktan sonra; pay 10 un kuvveti olan sayı kadar sağdan sola doğru virgüle ayrılır.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$\frac{1}{50} = \frac{2}{10^2} = \frac{2}{100} = 0,02$$

$$-\frac{26}{10^3} = -\frac{26}{1000} = -0,026$$

$$\frac{3}{5} \rightarrow \begin{array}{r|l} 30 & 5 \\ -30 & 0,6 \\ \hline & 0 \end{array}$$

sayıları birer ondalıklı sayılardır.

ONDALIK SAYILARDA DÖRT İŞLEM

Toplama – Çıkarma İşlemi

Toplanacak (çıkarılacak) olan sayılar virgüller ve aynı isimli basamaklar alt alta gelecek biçimde yazılır. Virgül dikkate alınmadan doğal sayılardaki gibi işlem yapılır. Bulunan sonuç virgüller hizasından virgüle ayrılır.

12,35 + 2,065 işleminin sonucu

$$\begin{array}{r} 12,350 \\ + 2,065 \\ \hline 14,415 \end{array} \text{ dir.}$$

12,35 – 2,065 işleminin sonucu

$$\begin{array}{r} 12,350 \\ - 2,065 \\ \hline 10,285 \end{array} \text{ dir.}$$

Çarpma İşlemi

İki ondalık sayı çarpılırken sayıların virgülleri yokmuş gibi çarpılır. Bulunan sonuçta, çarpanların ondalık kısımlarındaki basamak sayılarının toplamı kadar basamak sağdan itibaren virgüle ayrılır. Eğer eksik basamaklar varsa yerine sıfır yazılır.

$$\begin{array}{r} 12,3 \quad \text{.....} \rightarrow (\text{ondalık kısım 1 basamaklı}) \\ \times 0,18 \quad \text{.....} \rightarrow (\text{ondalık kısım 2 basamaklı}) \\ \hline 984 \\ + 123 \\ \hline 2,214 \quad \text{.....} \rightarrow (\text{ondalık kısım } 1 + 2 = 3 \text{ basamaklı}) \end{array}$$

Bölme İşlemi

Ondalık sayılarla bölme işlemi yapılırken ondalıklı sayıları virgülden kurtarmak için pay veya paydadan virgül kaç basamak kaydırılırsa diğerlerinden de o kadar basamak kaydırılır. Eğer eksik basamaklar varsa sıfırla tamamlanır.

$$\frac{9,6}{0,24} = \frac{960}{24} = 40$$

Örnek Soru

$$\frac{4,9}{0,49} + \frac{0,1}{0,01}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 11 B) 20 C) 80 D) 89 E) 110
2008

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{4,9}{0,49} + \frac{0,1}{0,01} &= \frac{4,9 \cdot 100}{0,49 \cdot 100} + \frac{0,1 \cdot 100}{0,01 \cdot 100} \\ &= \frac{490}{49} + \frac{10}{1} = 20 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$\frac{0,2 - 0,025}{0,5}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{7}{20}$ D) $\frac{8}{25}$ E) $\frac{12}{25}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{0,2 - 0,025}{0,5} &= \frac{200 - 25}{500} \\ &= \frac{175}{500} \\ &= \frac{7}{20} \end{aligned}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$\frac{0,1}{0,01} - \frac{0,02}{0,2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 8,9 C) 9 D) 9,9 E) 10,1

2009 – Mat. 1

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{0,1}{0,01} - \frac{0,02}{0,2} &= \frac{10}{1} - \frac{2}{20} \\ &= 10 - \frac{1}{10} \\ &= 10 - 0,1 \\ &= 9,9 \end{aligned}$$

Yanıt D

DEVİRLİ ONDALIK SAYILAR

Bir kesir, ondalıklı yazılmak istenildiğinde ondalık kısmındaki belli sayılar belli bir yerden sonra tekrar ediyorsa buna **devirli ondalık sayı** denir.

$$\frac{5}{33} = 0,151515... = 0,1\overline{5}$$

$$\frac{7}{12} = 0,58333... = 0,58\overline{3}$$

$$\frac{103}{33} = 3,121212... = 3,1\overline{2}$$

$$\frac{7}{3} = 2,3333... = 2,\overline{3}$$

sayıları birer devirli ondalık sayıdır.

Devirli Ondalık Sayının Rasyonel Sayıya Dönüştürülmesi

x, a, b, c, d birer rakam olmak üzere; x, $\overline{abcd}$ devirli ondalık sayısı rasyonel sayıya aşağıdaki gibi dönüştürülebilir.

$$\begin{aligned} x, \overline{abcd} &= \frac{xabcd - xab}{990} \\ &= \frac{\left[\begin{array}{c} \text{Sayının} \\ \text{tamamı} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Devretmeyen} \\ \text{kısım} \end{array} \right]}{\left[\begin{array}{c} \text{Devreden sayı} \\ \text{adedi kadar 9} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{Devretmeyen sayı} \\ \text{adedi kadar 0} \end{array} \right]} \end{aligned}$$

UYARI

Devreden sayı adedi kadar 9, devretmeyen sayı adedi kadar 0; ondalık kısım içindir.

$$\triangleright 0,24\overline{7} = \frac{247 - 2}{990} = \frac{245}{990} = \frac{49}{198}$$

$$\triangleright 0,3\overline{5} = \frac{35}{99}$$

$$\triangleright 0,02\overline{1} = \frac{21}{990} = \frac{7}{330}$$

$$\triangleright 3,20\overline{5} = \frac{3205 - 32}{990} = \frac{3173}{990} = 3 \frac{203}{990}$$

$$\triangleright 1,3\overline{2} = \frac{132 - 13}{90} = \frac{119}{90} = 1 \frac{29}{90}$$

Örnek Soru

$$\left(0,\overline{3}-\frac{1,\overline{2}}{1,\overline{3}}+0,\overline{5}\right)^{-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{9}-\frac{\frac{11}{9}}{\frac{12}{9}}+\frac{5}{9}\right)^{-1} &= \left(\frac{1}{3}-\frac{11}{12}+\frac{5}{9}\right)^{-1} \\ &= \left(-\frac{1}{36}\right)^{-1} = -36\end{aligned}$$

Örnek Soru

$$0,\overline{6} + 0,0\overline{6} + 0,0\overline{66}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{6}{9} + \frac{6}{90} + \frac{66}{990} &= \frac{2}{3} + \frac{2}{30} + \frac{2}{30} \\ &= \frac{20+2+2}{30} = \frac{24}{30} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Örnek Soru

$$x = 0,\overline{90}$$

$$y = \frac{100}{101}$$

$$z = \frac{1000}{1011}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $y < z < x$ B) $y < x < z$ C) $x < z < y$
D) $x < y < z$ E) $z < x < y$

Çözüm

$$x = 0,\overline{90} = \frac{90}{99} = \frac{10}{11} = \frac{10 \times 100}{11 \times 100} = \frac{1000}{1100}$$

$$y = \frac{100}{101} = \frac{100 \times 10}{101 \times 10} = \frac{1000}{1010}$$

$$z = \frac{1000}{1011}$$

x, y ve z nin payları eşit olduğundan paydası küçük olan daha büyük olacaktır. Bu durumda $x < z < y$ sıralaması doğru olur.

Yanıt C

Örnek Soru

a ve b sıfırdan farklı birer rakam olmak üzere,

$$\frac{0,\overline{ab} + 0,\overline{ba}}{0,\overline{ab} + 0,\overline{ba}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 1 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{33}$ E) $\frac{1}{99}$

Çözüm

a = 1 , b = 2 seçilirse,

$$\begin{aligned}\frac{0,\overline{ab} + 0,\overline{ba}}{0,\overline{ab} + 0,\overline{ba}} &= \frac{0,\overline{12} + 0,\overline{21}}{0,\overline{12} + 0,\overline{21}} = \frac{\frac{12}{99} + \frac{21}{99}}{\frac{12}{99} + \frac{21}{99}} \\ &= \frac{\frac{33}{99}}{\frac{33}{99}} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} = 1\end{aligned}$$

Yanıt B

1. $x + \frac{3}{125}$

sayısı bir tam sayı olduğuna göre, x in virgülden sonraki kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ,996 B) ,986 C) ,976
D) ,876 E) ,864

2. 0,025 sayısı, 0,2 sayısının yüzde kaçıdır?

- A) 0,5 B) 12,5 C) 25 D) 25,5 E) 50

3. $(1,\overline{3}) \cdot (0,\overline{6})$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{8}{9}$

4. $a = 0,\overline{6}$ olduğuna göre,

$$a + \frac{1}{\frac{1}{a}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $1,\overline{3}$ B) $1,\overline{2}$ C) $1,\overline{1}$ D) $1,1\overline{2}$ E) $1,1\overline{3}$

5. $0,0\overline{4}$ sayısı, $0,00\overline{2}$ sayısının kaç katıdır?

- A) 2 B) 20 C) 22 D) 200 E) 220

6. $6,\overline{2} + 3,\overline{5} - 2,\overline{3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $6,\overline{4}$ B) $7,\overline{4}$ C) $8,\overline{4}$ D) $8,\overline{3}$ E) $9,\overline{3}$

7. Bir sayıyı $0,\overline{6}$ ile çarpmak, o sayıyı kaçta bölmek demektir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

8. $x = 0,5 + 0,4$

$$y = 0,0\overline{5} + 0,0\overline{4}$$

olduğuna göre, $\frac{x-y}{x+y}$ kesrinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{19}$ B) $\frac{1}{19}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 19

9. $2,\overline{3} : (1,\overline{4} + 0,\overline{2})$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{7}{5}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{16}{9}$

10. $x = 0,\overline{5}$, $y = 0,\overline{4}$ olduğuna göre,

$$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $4,\overline{5}$ D) $4,\overline{7}$ E) $5,\overline{4}$

11. $x = 0,\overline{3}$, $y = 0,\overline{33}$, $z = 0,\overline{303}$

olduğuna göre, x, y, z nin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $x = y = z$
D) $x = y < z$ E) $z < x = y$

12. x, y, z birer rakam olmak üzere,

$$\left(\frac{x,x}{0,x} : \frac{yy}{0,y} \right) - \frac{0,z}{z}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{10}$ B) 0 C) $\frac{1}{10}$ D) 1 E) 10

13. x, y, z birer rakam ve

$$0,\overline{xy} + 0,\overline{yz} + 0,\overline{zx} = 3$$

olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 9 C) 18 D) 27 E) 81

14. $\frac{5}{37}$

kesrinin ondalık açılımında virgülden sonraki 2012. basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

15. $0,\overline{a} + 0,\overline{b} - 1,\overline{c} = 0$

olduğuna göre, a + b – c ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 15 B) 9 C) 3 D) 1 E) 0

16. $x = \frac{7}{7,6} - \frac{2}{2,04} + \frac{3}{4,004}$

olduğuna göre, $\frac{14,6}{7,6} - \frac{4,04}{2,04} + \frac{7,004}{4,004}$ ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1–x B) x–1 C) x–2
D) 1+x E) 2–x

1.
$$\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{5}{6}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{5}{6}$ E) 2

2.
$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}}{\frac{4}{9} + \frac{9}{4} - 2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{6}{5}$ C) $-\frac{5}{6}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{6}{5}$

3.
$$\frac{2x}{3} - 1 = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, $\frac{1}{x}$ sayısı kaçtır?

- A) $0,\overline{3}$ B) $0,\overline{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{9}{4}$ E) 3

4.
$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{3}{4}} + 2$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) 2 E) 4

5.
$$\frac{\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

6.
$$0,\overline{3} + 0,0\overline{3} + 0,00\overline{3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $0,00\overline{3}$ B) $0,0\overline{3}$ C) $0,37$
D) $0,3\overline{7}$ E) $3,\overline{3}$

7. $3,\overline{3}$ sayısı, $0,\overline{3}$ sayısının kaç katıdır?

- A) 10^{-1} B) 3 C) 9 D) 10 E) 10^2

8.
$$\frac{0,2 + 0,02 + 0,002}{1,11}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 0,2 C) 0,02 D) 5 E) 0,5

9. Aşağıdakilerden hangisi $-\frac{3}{5}$ kesrinden büyüktür?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{7}{10}$ C) $-\frac{11}{15}$
D) $-\frac{13}{20}$ E) $-\frac{14}{25}$

10. $1,\overline{3} < x < 1,4$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi ola-
maz?

A) $\frac{122}{90}$ B) $\frac{123}{90}$ C) $\frac{124}{90}$ D) $\frac{125}{90}$ E) $\frac{126}{90}$

11. $\frac{1}{2} + \frac{8}{3} - \frac{6}{5} = a$ olduğuna göre,

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + 1$$

işleminin sonucunun a cinsinden değeri aşağı-
dakilerden hangisidir?

A) 2a B) a + 1 C) $a - \frac{1}{5}$
D) $a + \frac{1}{5}$ E) a – 1

12. a ve b sıfırdan farklı birer rakam olmak üzere;

$$\frac{0,a+0,b}{0,\overline{a+0,b}}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\frac{1}{10}$ C) a + b D) $\frac{a+b}{9}$ E) $\frac{9}{10}$

13. x ve y doğal sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 0,3\overline{6}$$

olduğuna göre, x + y toplamının en küçük de-
ğeri kaçtır?

A) 8 B) 11 C) 33 D) 44 E) 55

14. x ile y pozitif tam sayılar olmak üzere, $\frac{x}{y}$ kesrinin
payına 1 eklenip, paydasından 1 çıkarılırsa kesrin
değeri $\frac{3}{2}$ oluyor.

Buna göre, $\frac{x}{y}$ kesri aşağıdakilerden hangisi
olabilir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{1}{7}$

15. a ve b birbirinden farklı negatif tam sayılar ol-
mak üzere,

$$\frac{3a}{4b}$$

ifadesi basit kesir olduğuna göre, a + b topla-
mı en çok kaçtır?

A) –2 B) –3 C) –7 D) –10 E) –12

16. a, b, c doğal sayılar olmak üzere,

$$\frac{a}{b}$$
 kesri basit kesir

$$\frac{a}{c}$$
 kesri bileşik kesir

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesin-
likle yanlıştır?

A) a = c B) a < b C) c < a
D) c = b E) c < b

1. $x = 0,\overline{2}$
 $y = 2,\overline{2}$

olmak üzere, $\frac{x+y}{x-y}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-1,\overline{2}$ B) $-1,\overline{1}$ C) $1,\overline{1}$ D) $1,\overline{2}$ E) $1,\overline{3}$

2. $\frac{0,\overline{3}+0,\overline{6}}{0,\overline{3}-0,\overline{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) 3 C) $\frac{9}{2}$ D) 6 E) 9

3. $\frac{1-0,1:0,01-0,9}{2-0,3:0,03+0,8}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{11}{8}$ B) $-\frac{9}{8}$ C) $\frac{11}{9}$ D) $\frac{11}{8}$ E) $\frac{13}{8}$

4. $\frac{x}{\frac{3}{4}}$ sayısı $\frac{1}{2}$

sayısının 24 katına eşit olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{14}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{15}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{8}{7}$ E) $\frac{13}{10}$

6. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{5}\right) = 0,05 \cdot x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. a = 1,1 ve b = 1,2 olduğuna göre,

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) : b^{-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1,1 B) 1,2 C) 2,1 D) 2,2 E) 2,3

8. $\frac{a}{b}$ kesrinin payına 3 eklenip, paydası 2 ile çarpılınca kesrin değeri 2 katına çıkıyor.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $a + b$ ile $a \cdot b$ aralarında asal sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1,4\bar{8}$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 10 B) 30 C) 45 D) 60 E) 90

10. $\frac{a+1}{2a-1}$

ifadesi bileşik kesir olduğuna göre, a nın en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. Hangi sayının yüzde 65 i, 45 sayısının yüzde 13 üne eşittir?

- A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

12. $\frac{2}{3}$ sayısının payına $\frac{1}{3}$ eklenirse sayı kaç artar?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{12}$

13. $0,25\bar{1}$ devirli ondalık açılımının virgülden sonraki 1000. basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

14. x ile y doğal sayı ve

$$3 < x < y < 8$$

olduğuna göre, $\frac{2x+y}{x+y}$ kesrinin en küçük değeri kaçtır?

- A) $\frac{13}{9}$ B) $\frac{14}{10}$ C) $\frac{15}{11}$ D) $\frac{16}{11}$ E) $\frac{17}{12}$

15. x ile y tam sayı ve $2 < y < x < 8$ olmak üzere,

$$\frac{3x+2}{y+3}$$

kesrinin en küçük değeri için $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 11 E) 13

16. $\frac{17}{5x-8}$

kesrinin mutlak değeri basit kesir olduğuna göre, x in alabileceği en büyük negatif tam sayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

17. $x + \frac{1}{4}$ toplamı pozitif bir tam sayı ise x in virgülden sonraki kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 85 B) 75 C) 25 D) 15 E) 5

18. $\left(\frac{2}{0,3} + 2,35\right) : \left(\frac{2}{0,33} + \frac{235}{100}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

19. $\frac{2a-1}{a+3}$

ifadesini bileşik kesir yapan en küçük a doğal sayısı kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

20. $a + \frac{1 + \frac{1}{a+1}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}} = 3$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

21. a ile b birer tam sayı olmak üzere,

$$a = \frac{4b-2}{b+2}$$

olduğuna göre, a nın en küçük değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) -6 E) -14

22. a, b doğal sayı ve

$$2 < a < b < 11$$

olduğuna göre, $\frac{a+b+14}{a+b}$ kesrinin alabileceği

en büyük değer kaçtır?

A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

23. $\frac{\overline{x, \overline{x} + x, \overline{xx} + x, \overline{xxx}}}{x, \overline{xxx}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

24. x pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\frac{2x^2}{3x+2}$$

kesrinin basit kesir olabilmesi için x in alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3.ÜNİTE

GERÇEK SAYILAR – BASİT EŞİTSİZLİKLER

KAZANIM

- ❖ Rasyonel olmayan (irrasyonel) sayıların varlığını belirtir.
- ❖ Gerçek sayılar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerinin özelliklerini belirtir.
- ❖ Gerçek sayılarda eşitsizliğin özelliklerini belirtir.
- ❖ Gerçek sayılar kümesinde açık, kapalı, yarı açık aralıkları ifade eder.
- ❖ Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini değişik sayı kümelerinde bulur.

GERÇEK (REEL) SAYILAR

Her rasyonel sayının devirli ya da sonlu bir ondalık açılımının olduğunu ve sayı doğrusunda belirli bir yerinin var olduğunu biliyorsunuz.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$$

Ondalık açılımı devirli olmayan birçok sayı vardır. Bu sayıların rasyonel karşılığı yoktur.

$$\pi = 3,1415926...$$

Karesi 5'e eşit olan bir rasyonel sayı da yoktur. O hâlde $\sqrt{5}$ sayısı sayı doğrusunda 2 ile 3 arasındaki bir noktaya karşılık gelir.

$$(2 < \sqrt{5} < 3)$$

$\sqrt{5}$ gibi rasyonel karşılığı olmadığı hâlde, sayı doğrusunda bir görüntüsü olan sayılara “**irrasyonel sayılar**” denir. Irrasyonel sayılar Q^I sembolü ile gösterilir.

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi ile oluşan kümeye “**gerçek (reel) sayılar**” kümesi denir. Gerçek sayılar kümesi R sembolü ile gösterilir.

$$R = Q \cup Q^I$$

$$-12, -\frac{1}{2}, 0, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{11}}{3}, e, \pi, ...$$

birer gerçek sayıdır.

Gerçek Sayılar Kümesinde Toplama İşleminin Özellikleri

Kapalılık Özelliği

$\forall x, y \in R$ için $x+y \in R$ olacağından gerçek sayılar kümesinde toplama işleminin kapalılık özelliği vardır.

$$\sqrt{5} \in R \text{ ve } \frac{3}{7} \in R \text{ için } \sqrt{5} + \frac{3}{7} \in R \text{ olur.}$$

Değişme Özelliği

$\forall x, y \in R$ için $x + y = y + x$ olacağından gerçek sayılar kümesinde toplama işleminin değişme özelliği vardır.

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{2} \text{ dir.}$$

Birleşme Özelliği

$\forall x, y, z \in R$ için,

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

olacağından gerçek sayılar kümesinde toplama işleminin birleşme özelliği vardır.

$$(\sqrt{5} + 2) + \frac{3}{7} = \sqrt{5} + (2 + \frac{3}{7}) \text{ dir.}$$

Birim (Etkisiz) Eleman

$\forall x \in R$ için,

$$x + 0 = 0 + x = x$$

olacağından gerçek sayılar kümesinde toplama işleminin birim elemanı sıfırdır.

$$\sqrt{2} + 0 = 0 + \sqrt{2} = \sqrt{2} \text{ dir.}$$

Ters Eleman Özelliği

Toplama işleminin etkisiz elemanı sıfır(0) olmak üzere,
 $\forall x \in \mathbb{R}$ için,

$$x + (-x) = (-x) + x = 0$$

olacağından gerçekte sayılar kümesinde toplama işlemine göre, x in tersi $-x$ tir.

$\sqrt{3}$ ün toplama işlemine göre tersi $-\sqrt{3}$, $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ nin

toplama işlemine göre tersi $\frac{\sqrt{5}}{2}$ dir.

Gerçek Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Özellikleri

UYARI

Toplama işlemindeki özelliklere benzer yaklaşımla çarpma işleminin özellikleri için aşağıdaki sonuçlara ulaşılabilir.

1. Gerçek sayılar kümesinde çarpma işleminin kapalılık özelliği vardır.
2. Gerçek sayılar kümesinde çarpma işleminin değişme ve birleşme özellikleri vardır.
3. Gerçek sayılar kümesinde çarpma işleminin birim (etkisiz) elemanı 1 dir.
4. Gerçek sayılar kümesinde sıfırdan farklı her sayının çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{x}$ tir.
5. Gerçek sayılar kümesinde çarpma işleminin yutan elemanı sıfırdır.

BASİT EŞİTSİZLİKLER

Eşitsizlik, eşit olmanın karşıtıdır. x, y ye eşit değilse x, y den küçük ya da büyüktür.

x, y ye eşit değilse $x \neq y$ şeklinde gösterilir.

$x \neq y$ ise; $x < y$ (x küçüktür y)

ya da $x > y$ (x büyüktür y) olur.

Ayrıca x, y den küçük ya da eşitse $x \leq y$; x, y den büyük ya da eşitse $x \geq y$ şeklinde gösterilir.

Reel Sayı Aralıkları

Kapalı Aralık

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < b$ olmak üzere,
 $a \leq x \leq b$

eşitsizliğini sağlayan bütün x değerlerini içine alan küme **[a, b]** ile gösterilir ve buna **kapalı aralık** denir.



$2 \leq x \leq 5$ ise, x sayısı $[2, 5]$ kapalı aralığındadır.

Açık Aralık

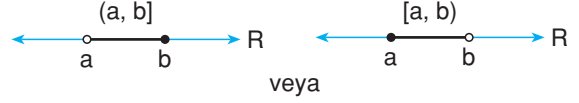
$[a, b]$ kapalı aralığının uç noktaları aralıktan çıkarılırsa elde edilen aralığa **açık aralık** denir ve **(a, b)** sembolü ile gösterilir.



$2 < x < 5$ ise, x sayısı $(2, 5)$ açık aralığındadır.

Yarı Açık Aralık

$[a, b]$ kapalı aralığının uç noktalarından yalnız biri çıkarılırsa elde edilen aralığa **yarı açık aralık** denir.



$2 < x \leq 5$ ise, x sayısı $(2, 5]$ ya da,

$2 \leq x < 5$ ise, x sayısı $[2, 5)$ yarı açık aralığındadır.

Eşitsizliklerin Özellikleri

1. Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir ya da her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitsizliğin yönü değişmez.

$$a < b \text{ ise } a + c < b + c$$

$$a < b \text{ ise } a - c < b - c \text{ dir.}$$

2. Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı pozitif sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizlik yön değiştirmez.

$$c > 0 \text{ iken } a < b \text{ ise } c \cdot a < c \cdot b$$

$$c > 0 \text{ iken } a < b \text{ ise } \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \text{ dir.}$$

3. Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı negatif sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizlik yön değiştirir.

$$c < 0 \text{ iken } a < b \text{ ise } c \cdot a > c \cdot b$$

$$c < 0 \text{ iken } a < b \text{ ise } \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \text{ olur.}$$

4. Aynı yönlü eşitsizliklerde taraf tarafa toplama işlemi yapılabilir. Ancak çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri yapılamaz.

$$\left. \begin{array}{l} a < b \\ c < d \end{array} \right\} a + c < b + d \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r} \dots < \dots \\ + \dots < \dots \\ \hline \dots < \dots \end{array} \quad \begin{array}{r} \dots < \dots \\ + \dots \leq \dots \\ \hline \dots < \dots \end{array} \quad \begin{array}{r} \dots \leq \dots \\ + \dots \leq \dots \\ \hline \dots \leq \dots \end{array}$$

5. a ile b aynı işaretli ve $a < b$ ise $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ dir.

a ile b zıt işaretli ve $a < b$ ise $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ dir.

6. Sıfır (0) ile bir (1) arasındaki sayıların üssü büyüdükçe değeri küçülür.

Örnek Soru

$$-\frac{5}{4} < x < \frac{7}{3}$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2010-YGS

Çözüm

$$-\frac{5}{4} < x < \frac{7}{3} \Rightarrow -1\frac{1}{4} < x < 2\frac{1}{3} \text{ ve } x \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \{-1, 0, 1, 2\} \text{ dir.}$$

$$-1 + 0 + 1 + 2 = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$\frac{6-5x}{11} < 2$$

eşitsizliğini sağlayan x in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

Çözüm

$$\frac{6-5x}{11} < 2$$

$$11 \cdot \frac{6-5x}{11} < 2 \cdot 11$$

$$6-5x < 22$$

$$-5x < 16$$

$$x > -\frac{16}{5}$$

olduğundan x in en küçük tam sayı değeri -3 tür.

Yanıt B

Örnek Soru

$$2x + 3y - 8 = 0 \text{ ve } -2 < x < 5$$

olduğuna göre, y nin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{2}{3} < y < 4$ B) $-2 < y < 3$ C) $-2 < y < 4$

$$D) -3 < y < \frac{4}{3}$$

$$E) -\frac{2}{3} < y < \frac{3}{4}$$

Çözüm

$$2x + 3y - 8 = 0$$

$$-2 < x < 5$$

$$3y = 8 - 2x$$

$$4 > -2x > -10$$

$$y = \frac{8-2x}{3} \dots (1)$$

$$12 > 8 - 2x > -2$$

$$4 > \frac{8-2x}{3} > -\frac{2}{3}$$

(1) , eşitsizlikte yerine yazılırsa;

$$4 > y > -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} < y < 4 \text{ olur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

Yiğit, evden okula iki farklı yoldan gidebilmektedir.

$$\text{I. yol : } (420 - 3x) \text{ m}$$

$$\text{II. yol : } (2x + 30) \text{ m}$$

uzunluğundadır.

I. yol, II. yoldan daha kısa olduğuna göre, x sayısı aşağıdaki aralıkların hangisindeki tüm değerleri alabilir?

- A) (0, 78) B) (78, 140) C) (0, 140)
D) (78, 210) E) (0, 210)

Çözüm

I. yol, II. yoldan daha kısa olduğu için

$$420 - 3x < 2x + 30$$

$$390 < 5x$$

$$78 < x \text{ tir.}$$

Ayrıca yolun uzunluğu negatif olamayacağından

$$420 - 3x > 0$$

$$420 > 3x$$

$$140 > x \text{ olur.}$$

Buradan $78 < x < 140$ olarak bulunur.

x sayısı (78, 140) aralığındadır.

Yanıt B

Örnek Soru

$$-9 < 6 - 3x \leq 15$$

koşulunu sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 4 E) 7

Çözüm

$$-9 < 6 - 3x \leq 15$$

$$-15 < -3x \leq 9$$

$$5 > x \geq -3$$

olduğundan x in alabileceği tam sayı değerleri toplamı

$$4 + 3 + 2 + 1 + 0 + (-1) + (-2) + (-3) = 4 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

x ve y birer tam sayı olmak üzere,

$$3 < x < 8 \text{ ve } 4 < y \leq 7$$

olduğuna göre, $2x - 3y$ ifadesinin alabileceği en büyük ve en küçük değer toplamı kaçtır?

- A) -11 B) -12 C) -13 D) -14 E) -15

Çözüm

$$x = 7 \text{ ve } y = 5 \text{ ise } 2x - 3y = 2 \cdot 7 - 3 \cdot 5 = -1 \text{ dir.}$$

(En büyük değer)

$$x = 4 \text{ ve } y = 7 \text{ ise } 2x - 3y = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 7 = -13 \text{ tür.}$$

(En küçük değer)

Buradan, $2x - 3y$ ifadesinin alabileceği en büyük ve en küçük değer toplamı -14 bulunur.

Yanıt D

Örnek Soru

x ve y reel sayı olmak üzere,

$$3 < x < 8 \text{ ve } 4 < y \leq 7$$

olduğuna göre, $2x - 3y$ ifadesinin alabileceği en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı kaçtır?

- A) -11 B) -12 C) -13 D) -14 E) -15

Çözüm

$$3 < x < 8 \text{ ise } 6 < 2x < 16$$

$$4 < y \leq 7 \text{ ise } -12 > -3y \geq -21$$

$$6 < 2x < 16$$

$$+ \quad -21 \leq -3y < -12$$

$$-15 < 2x - 3y < 4$$

olduğundan, $2x - 3y$ ifadesinin alabileceği en büyük tam sayı değeri 3, en küçük tam sayı değeri -14 olup toplamı $3 + (-14) = -11$ bulunur.

Yanıt A

Örnek Soru

a,b,c negatif tam sayı olmak üzere,

$$\frac{b}{a+c} > \frac{b}{b+c}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $c > b$ B) $b > c$ C) $a > b$
D) $a > c$ E) $b > a$

Çözüm

$\frac{b}{a+c} > 0$ ve $\frac{b}{b+c} > 0$ olduğundan eşitsizlik ters çevrilirse;

$$\frac{b}{a+c} > \frac{b}{b+c} \Rightarrow \frac{a+c}{b} < \frac{b+c}{b} \text{ olur.}$$

$$b/ \frac{a+c}{b} < \frac{b+c}{b} \Rightarrow a + c > b + c \dots (b < 0) \\ a > b \text{ dir.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

x ile y gerçekte sayı olmak üzere,

$$x > 0$$

$$y^2 > y$$

$$x \cdot y > 0$$

olduğuna göre, y için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $1 < y$ B) $0 < y < 1$ C) $-1 < y < 0$
D) $-2 < y < -1$ E) $y < -2$

Çözüm

$x > 0$ ve $x \cdot y > 0$ olduğundan $y > 0$ dır. Doğru cevap C, D ve E olamaz. $y^2 > y$ olacağından y bileşik kesir olmalıdır. Bu da y nin 1 den büyük olmasını gerektirir.

Yanıt A

Örnek Soru

$$3 - x < 6 - 2x \leq x + 3$$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(1, 3]$ B) $(1, 3)$ C) $[1, 3)$
D) $[1, +\infty)$ E) $(-\infty, 3)$

Çözüm

$$3 - x < 6 - 2x \leq x + 3 \text{ ise}$$

$$3 - x < 6 - 2x \text{ ve } 6 - 2x \leq x + 3 \text{ olmalıdır.}$$

$$6 - 2x \leq x + 3$$

$$3 - x < 6 - 2x$$

$$6 - 3 \leq x + 2x$$

$$-x + 2x < 6 - 3$$

$$3 \leq 3x$$

$$x < 3 \quad \dots (1)$$

$$1 \leq x \quad \dots (2)$$

(1) ve (2) nin birlikte sağlandığı aralık $1 \leq x < 3$ tür.

Yanıt C

Örnek Soru

a ve b reel sayı olmak üzere,

$$2 < a \leq 4$$

$$-3 \leq b < 5$$

olduğuna göre, a.b çarpımının kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

Çözüm

a nın sınırları ile b nin sınırları çarpıldığında;

$$2 \cdot (-3) = (-6)$$

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$4 \cdot (-3) = -12$$

$$4 \cdot 5 = 20 \text{ bulunur.}$$

Bulunan bu değerlerden en küçüğü a.b çarpımının alt sınırını, en büyüğü ise a.b çarpımının üst sınırını oluşturur.

Buna göre,

$$-12 \leq a \cdot b < 20$$

olduğundan a.b çarpımının $-12, -10, \dots, 19$ olmak üzere alabileceği 32 farklı tam sayı değeri vardır.

Yanıt E

Temel Matematik Konu Anlatımlı

Örnek Soru

x bir reel sayı olmak üzere,

$$-2 < x < 3$$

olduğuna göre, $x^2 - 2x$ ifadesinin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$$-2 < x < 3 \Rightarrow -3 < x - 1 < 2$$

$$0 \leq (x - 1)^2 < 9$$

$$0 \leq x^2 - 2x + 1 < 9$$

$$-1 \leq x^2 - 2x < 8$$

Elde edilen eşitsizliğe göre, $x^2 - 2x$ ifadesinin alabileceği en küçük tam sayı değerinin -1 olduğu görülür.

Yanıt B

1. $x - 2 < \frac{5}{3}$

eşitsizliğini sağlayan en büyük x tam sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $x - 5 < 0,3$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x doğal sayısı vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

3. $5 - 2x \geq 3$

olduğuna göre, x in en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \leq -1$ B) $x \leq 1$ C) $x \leq 4$
D) $x \leq -4$ E) $4 \leq x$

4. $-2 < x + 4 < 8$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -6 C) -7 D) -8 E) -9

5. $5x - 2 < 3x + 4$

olduğuna göre, x in alabileceği doğal sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) 10

6. $-4 < 3x + 2 \leq 8$

eşitsizliği veriliyor.

Buna göre, x in en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, 6]$ B) $(-2, 2]$ C) $[-2, 2)$
D) $[-6, 2)$ E) $[-2, 2]$

7. $a.b < 0$

$b.c > 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a < 0$ B) $b < 0$ C) $c < 0$
D) $a.c > 0$ E) $a.c < 0$

8. $x.y^3 < 0$, $x.z^2 < 0$, $y.z > 0$

olduğuna göre, x, y, z nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, + B) +, -, - C) +, -, +
D) -, +, + E) -, -, +

9. x ile y birer doğal sayı olmak üzere,

$$3 \leq x < 8$$

$$4 < y \leq 9$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 48 B) 56 C) 63 D) 71 E) 72

10. $0 < x < y$ ve $z = \frac{2x+y}{y}$

olduğuna göre, z nin en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $0 < z < 1$ B) $0 < z < 2$ C) $1 < z < 3$
D) $1 < z < 2$ E) $2 < z < 3$

11. $x = \frac{17}{13}$, $y = \frac{19}{15}$, $z = \frac{15}{11}$

sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y < x < z$ B) $x < y < z$ C) $z < x < y$
D) $z < y < x$ E) $x < z < y$

12. x bir reel sayı olmak üzere,

$$-3 < x < 4$$

olduğuna göre, $x^2 - 4x$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

13. $3x + y < 9$

$$x - y > 4$$

eşitsizlik sistemi veriliyor.

Buna göre, $x + y$ toplamının alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar ve

$$\frac{a}{b} > 3, \quad \frac{b}{c} < 3$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 10

15. $x = \frac{3y+1}{2}$ ve $\frac{2}{3} < x < \frac{3}{4}$

olduğuna göre, y nin en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 < y < \frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{3} < y < \frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{9} < y < \frac{1}{6}$
D) $\frac{4}{3} < y < \frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{3} < y < \frac{1}{6}$

16. x ve y birer tam sayı olmak üzere,

$$2 < x < y < 8$$

sıralaması veriliyor.

$\frac{x-y}{x+y}$ ifadesi bir tam sayı olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1. $-\frac{5}{2} < \frac{x}{3} < 4$

olduğuna göre, x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 38 B) 39 C) 45 D) 48 E) 50

2. $1 + \frac{x-5}{2} < \frac{x-3}{2}$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < 0$ B) $x < 3$ C) $\emptyset$ D) R E) $x < 5$

3. $\frac{2x+1}{2} < \frac{3x-2}{3} + 2$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < 2$ B) $x < 3$ C) $\emptyset$ D) R E) $x < \frac{3}{2}$

4. $3 < \frac{1-x}{2} < 5$

olduğuna göre, x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -11 B) -13 C) -21 D) -26 E) -35

5. $(0,0001)^x < (0,001)^5$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayı değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $5^x - 3^x > 16$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x doğal sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. a ile b tam sayı olmak üzere,

$$-4 < a < 2$$

$$-2 < b < 4$$

olduğuna göre, $a^2 + 2b$ ifadesinin alabileceği en büyük değer ile en küçük değer toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 18 E) 20

8. $x = \frac{5y+1}{2}$ ve $-3 < y < 1$

olduğuna göre, x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -15 B) -16 C) -17 D) -18 E) -19

9. $x - 3y < 2$
 $-y + 3x > 16$

eşitsizlik sistemine göre, $x + y$ toplamının en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10. $3x + y < 3y + 1$

olduğuna göre, y nin çözüm kümesinin x cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y > \frac{3x+1}{2}$ B) $y > \frac{3x-1}{2}$ C) $y < \frac{3x+1}{2}$
 D) $y < \frac{3x-1}{2}$ E) $y > 3x + 1$

11. x, y ve z pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\frac{x+y}{z} < \frac{x}{z} + 1$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $y > z$ B) $y < x$ C) $y < z$
 D) $x < z$ E) $z < x$

12. x ile y reel sayı olmak üzere,

$$3 < x < 8$$

$$2 < y < 11$$

olduğuna göre, $x^2 - y^2$ farkının alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 57 B) 58 C) 59 D) 60 E) 61

13. $2x - 3 \leq 4x + 1 < 2x + 5$

olduğuna göre, x in en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4 \leq x < 5$ B) $-4 \leq x < 4$ C) $-2 \leq x < 2$
 D) $-2 \leq x < 4$ E) $-2 \leq x < 0$

14. x ile y tam sayı olmak üzere,

$$-1 < x < 4$$

$$4 < y < 8$$

olduğuna göre, $\frac{x+y+2}{x+y}$ kesrinin en küçük değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{13}{11}$ C) $\frac{6}{5}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{3}{2}$

15. $2 \leq a < 3$

olduğuna göre, $a \cdot b = 3$ ifadesinde a azalan değerler alırken b deki değişim için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Sabit kalır. B) Artarak $\frac{3}{2}$ olur.
 C) Azalarak $\frac{3}{2}$ olur. D) Artarak 1 olur.
 E) Azalarak 1 olur.

16. x, y, z negatif tam sayı olmak üzere,

$$\frac{1}{x \cdot y} < \frac{1}{y \cdot z} < \frac{1}{x \cdot z}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $z < y < x$ C) $z < x < y$
 D) $y < x < z$ E) $y < z < x$

17. $3 < x < 4$ ve $7 < 2x + y < 13$

olduğuna göre, y nin en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 7)$ B) $(-1, 5)$ C) $(1, 7)$
D) $(1, 5)$ E) $(5, 7)$

18. x ve y reel sayı olmak üzere,

$$2x < y + 5$$

$$y < x - 3$$

olduğuna göre, x in en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < 2$ B) $x < -2$ C) $x > 2$
D) $x > -2$ E) $-2 < x < 2$

19. $-3 < x \leq 2$

$$-4 \leq y < 0$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamının alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 25 D) 26 E) 35

20. $-3 \leq x \leq 2$

$$-2 \leq y \leq 1$$

olduğuna göre, $x \cdot y - 2y$ ifadesinin alabileceği tam sayı değerleri kaç tanedir?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

21. $-3 \leq x + 1 \leq 3$

$$-2 \leq y - 1 \leq 2$$

eşitsizliğini sağlayan (x, y) noktalarının analitik düzlemde oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 6 B) 12 C) 16 D) 24 E) 32

22. x pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{9}{4}\right)^y = \left(\frac{4}{9}\right)^z$$

olduğuna göre, x, y, z nin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$
D) $y < z < x$ E) $z < x < y$

23. $0 < a^2 < a$ ve $3 < b < 5$

eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre, $\frac{a}{b}$ ifadesinin alabileceği değerlerin bulunduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(0, \frac{1}{5}\right)$ B) $\left(0, \frac{1}{3}\right)$ C) $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right)$
D) $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{5}\right)$ E) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

24. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{2}{3} < \frac{a}{2b} < \frac{3}{2} \text{ ve } a - b = 4$$

olduğuna göre, b nin alabileceği farklı değerler kaç tanedir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

1. $-2\left(3 - \frac{x}{3}\right) \leq -6$

eşitsizliğin doğal sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1} B) {0} C) $\emptyset$ D) {0, 1} E) {1, 2}

2. x bir reel sayı olmak üzere,

$$4x - 2 \leq 2(3 + 2x)$$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \leq 1$ B) $x \geq 1$ C) $-1 \leq x \leq 1$
D) $\emptyset$ E) R

3. $2(x + 3) - 3x > x + 1$

eşitsizliğin çözüm kümesinde kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $\frac{x+4}{2} - 2 > 3x$

eşitsizliğin doğal sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {0} B) {1} C) {0, 1}
D) {0, 1, 2, ...} E) $\emptyset$

5. x negatif bir tam sayı olmak üzere;

$$3x < -\frac{4}{3} < x$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -5 E) -6

6. $\frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{5}{7}, \frac{8}{9}, \frac{12}{11}$

kesirlerinin en küçükü hangisidir?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{12}{11}$

7. x reel sayı olmak üzere,

$$\frac{x-2}{3} > -4, \quad x+1 \leq -2$$

eşitsizliklerinin ortak çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) [-14, -3] B) (-10, 1] C) [-10, -3]
D) [-14, -3) E) (-10, -3]

8. $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 256$

eşitsizliğini sağlayan en büyük x tam sayısı kaçtır?

- A) -7 B) -8 C) -9 D) -10 E) -11

9. $3x + 1 < -5$, $2x - 1 \geq -11$
eşitsizliklerini birlikte sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $a < 0 < b$
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?
A) $a + b > 0$ B) $a^2 < b^2$ C) $a^2 - b < 0$

D) $\frac{1}{a^2} > \frac{1}{b}$ E) $\frac{a}{b} - 1 < 0$

11. “Hangi sayının $\frac{2}{3}$ ünün 5 eksiği, $\frac{3}{2}$ sinin 2 fazlasından küçüktür.”

Sorusunun çözüm kümesini bulabilmek için aşağıdaki eşitsizliklerden hangisi kullanılmalıdır?

- A) $x \cdot \frac{2}{3} + 5 < x \cdot \frac{3}{2} - 2$ B) $x \left(\frac{2}{3} - 5 \right) < x \left(\frac{3}{2} + 2 \right)$
C) $x \cdot \frac{2}{3} - 5 < x \cdot \frac{3}{2} + 2$ D) $x \left(\frac{2}{3} + 5 \right) < x \left(\frac{3}{2} + 2 \right)$
E) $x \left(\frac{3}{2} - 5 \right) < x \left(\frac{2}{3} + 2 \right)$

12. x pozitif tam sayı olmak üzere,

$$a = \frac{x}{2} \quad b = \frac{x}{3} \quad c = \frac{2x}{3}$$

olduğuna göre, a , b , c nin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $c < b < a$ C) $b < a < c$
D) $a < c < b$ E) $c < a < b$

13. x ve y birer tam sayı olmak üzere,

$$-1 \leq x \leq 5$$

$$2 < y < 7$$

olduğuna göre, $x - y$ farkının alabileceği en büyük değer ile en küçük değer farkı kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

14. $-1 \leq x < 2$ ve $y = 2x - 1$

olduğuna göre, y nin en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-3, 3]$ B) $[-3, 3)$ C) $[-1, 2)$
D) $[-1, 2]$ E) $[-3, 0]$

15. $x^2 \cdot y^3 \cdot z < 0$, $x^3 \cdot y \cdot z < 0$, $x \cdot y \cdot z^2 < 0$

olduğuna göre, x , y , z nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $+, +, -$ B) $+, -, -$ C) $+, -, +$
D) $-, +, +$ E) $-, +, -$

16. a ve b tam sayı olmak üzere,

$$-3 < a < 2$$

$$-2 < b < 3$$

olduğuna göre, $a^2 - b^2$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 4 D) 2 E) 0

1. $\frac{2}{3} - 3x < 4$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $x - 2 \leq (0,2)^2$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x doğal sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $3x - 5 \leq 4 - 2x$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \leq 9$ B) $x \leq 1$ C) $x \geq 9$

- D) $x \leq \frac{9}{5}$ E) $x \geq \frac{9}{5}$

4. $x = 2^{-4}$, $y = \frac{2^{-1}}{2^2}$, $z = \frac{y}{x}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $z < y < x$ C) $z < x < y$
D) $x < z < y$ E) $y < x < z$

5. $-4 < 2 - 3x < 5$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $2x - 3 < 5$, $2 - x \leq 1$

eşitsizliklerinin ortak çözüm kümesinde kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. x gerçel sayısı için,

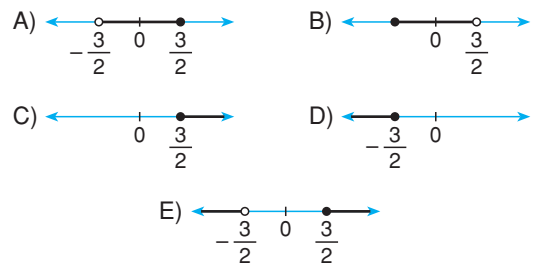
$$3^{x-3} = 210$$

olduğuna göre, x in değeri aşağıdaki aralıklardan hangisinin elemanıdır?

- A) $4 < x < 5$ B) $5 < x < 6$ C) $6 < x < 7$
D) $7 < x < 8$ E) $8 < x < 9$

8. $x + \frac{1}{2} \geq 2$
 $\frac{3}{2} - x > 3$

eşitsizliklerinin ortak çözüm kümesi, aşağıdaki sayı doğrularının hangisinde doğru olarak verilmiştir?



9. $x.z < 0$, $x^2.y < 0$, $x - z < 0$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisinin değeri kesinlikle negatiftir?

A) $\frac{y^2}{z}$ B) $x.y^3$ C) $x^2 \cdot y$ D) $\frac{x^3}{y}$ E) $x.y.z$

10. x, y, z gerçel sayılar olmak üzere,

$$x.y.z^2 < 0$$

$$\frac{x^3 \cdot z^3}{y^6} > 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $x > y$ B) $x.y > 0$ C) $y.z < 0$
D) $x.z < 0$ E) $x > z$

11. x ve y tam sayı olmak üzere,

$$-2 \leq x < 5$$

$$-1 < y \leq 7$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının en küçük değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) -4 D) -13 E) -14

12. x, y gerçel sayıları için,

$$2x + 3y = 24 \text{ ve } 3 < x < 6$$

olduğuna göre, y nin en geniş tanım aralığı aşağıdaki seçeneklerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $2 < y < 3$ B) $4 < y < 6$ C) $4 < y < 7$
D) $4 < y < 8$ E) $6 < y < 10$

13. $-4 < a < -1$, $3 < 2b - a < 14$

olduğuna göre, b nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

14. a, b, c pozitif tam sayılardır.

$$a < b < c, \quad a.b < 12, \quad b.c < 18$$

olduğuna göre, b nin en büyük değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. x ve y birer tam sayı olmak üzere,

$$-2 < x < y < 4$$

olduğuna göre, $2x - y$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

16. a, b ve c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{2}{a} = \frac{b}{3} = \frac{b.c}{a}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a < b < c$ B) $c < b < a$ C) $c < a < b$
D) $b < a < c$ E) $b < c < a$

4.ÜNİTE

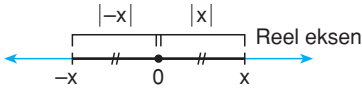
MUTLAK DEĞER

KAZANIM

- ❖ Bir gerçık sayının mutlak değeriini açıklar ve mutlak değeri ile ilgili özellikleri belirtir.
- ❖ Birinci dereceden bir bilinmeyenli bir veya iki mutlak değeri terim içeren denklemlerin çözümleri kümesini bulur.
- ❖ Birinci dereceden bir bilinmeyenli bir veya iki mutlak değeri terim içeren eşitsizliklerin çözümleri kümelerini bulur.

MUTLAK DEĞERİN TANIMI

Bir sayının sayı doğrusu üzerinde başlangıç noktasına olan uzaklığına bu sayının mutlak değeri denir.



x sayısının mutlak değeri $|x|$ sembolüyle gösterilir.

$$x > 0 \text{ ise } |x| = x$$

$$x = 0 \text{ ise } |x| = |0| = 0$$

$$x < 0 \text{ ise } |x| = -x \text{ olup}$$

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \text{ ise} \\ -x, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır.

$$\triangleright \sqrt{x^2} = |x| \geq 0, \quad \sqrt[3]{x^3} = x$$

$$\sqrt[4]{x^4} = |x| \geq 0, \quad \sqrt[5]{x^5} = x$$

$$\sqrt{(x^2 - y^2)^2} = |x^2 - y^2| \geq 0$$

$$\triangleright \sqrt[n]{x^{2n}} = |x| \geq 0 \quad (n \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\triangleright |-\sqrt{5}| = -(-\sqrt{5}) = \sqrt{5}$$

$$\triangleright \left| \frac{3}{2} \right| = \frac{3}{2}$$

Örnek Soru

$$\sqrt{(-7)^2} + \sqrt[4]{(-12)^4} + \sqrt[3]{(-10)^3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 15 E) 29

Çözüm

$$|-7| + |-12| + (-10) = 7 + 12 - 10 = 9 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$a > 0$, $b < 0$ olduğuna göre,

$$\sqrt{(b-a)^2} - \sqrt{(2a-b)^2}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2a + 3b$ B) $2b - 3a$ C) $2b - a$
D) $-2a$ E) $-a$

1999 – ÖSS

Çözüm

$a > 0$ ve $b < 0$ olduğundan $(b - a)$ negatif, $(2a - b)$ ise pozitifdir.

$$\begin{aligned} \sqrt{(b-a)^2} - \sqrt{(2a-b)^2} &= |b-a| - |2a-b| \\ &= -(b-a) - (2a-b) = -b+a-2a+b \\ &= -a \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$x < 0$ ve $y > 0$ için,

$$|x| + |y| - |y - x|$$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) $2x$ C) $2y$ D) x E) $-y$

Çözüm

$$x < 0 \Rightarrow |x| = -x$$

$$y > 0 \Rightarrow |y| = y$$

$x < 0$ ve $y > 0$ için $y - x > 0$ ve $|y - x| = y - x$ tir.

$$\begin{aligned} |x| + |y| - |y - x| &= -x + y - (y - x) \\ &= -x + y - y + x = 0 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$a < b < 0$ olmak üzere,

$$|a| + |a + b| - |a - b|$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-a$ B) a C) $2b - a$ D) $-3a$ E) $-(a + 2b)$

Çözüm

$$a < 0 \text{ için } |a| = -a$$

$$a + b < 0 \text{ olduğu için } |a + b| = -a - b$$

$$a - b < 0 \text{ olduğu için } |a - b| = -a + b \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} |a| + |a + b| - |a - b| &= -a - a - b + a - b \\ &= -a - 2b = -(a + 2b) \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$a < 0 < b$ olmak üzere,

$$\sqrt{b^2} + \sqrt{a^4 - 2a^3b + a^2b^2} - |a^2 + b|$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ab B) $b - a$ C) $ab - a$ D) $-ab$ E) $ab + 2b$

Çözüm

$$b > 0 \Rightarrow \sqrt{b^2} = |b| = b$$

$$a^2 + b > 0 \Rightarrow |a^2 + b| = a^2 + b$$

$$\sqrt{a^4 - 2a^3b + a^2b^2} = \sqrt{(a^2 - ab)^2} = |a^2 - ab|$$

$$a < 0, b > 0 \text{ için } a^2 - ab > 0 \Rightarrow |a^2 - ab| = a^2 - ab \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \sqrt{b^2} + \sqrt{a^4 - 2a^3b + a^2b^2} - |a^2 + b| \\ = b + a^2 - ab - a^2 - b \\ = -ab \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

Temel Matematik Konu Anlatımı

MUTLAK DEĞERE AİT BAZI ÖZELLİKLER

Her a, b reel sayısı için,

- $|a| \geq 0$
- $|a| = |-a|$ veya $|a - b| = |b - a|$
- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
- $b \neq 0$ için $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$
- $||a| - |b|| \leq |a + b| \leq |a| + |b| \dots$ (üçgen eşitsizliği)
- $n \in \mathbb{Z}^+, |a^n| = |a|^n$

Örnek Soru

$5 - 4x \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{|15 - 12x|}{|8x - 10|}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{|15-12x|}{|8x-10|} &= \frac{|3(5-4x)|}{|2(4x-5)|} \\ &= \frac{|3||5-4x|}{|2||4x-5|} \\ &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

Örnek Soru

$x \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{|4x| - |-6x| + |x^2| - |x|^2}{|4-x| - |x-4| + |2x|}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}&\frac{|4x| - |-6x| + |x^2| - |x|^2}{|4-x| - |x-4| + |2x|} \\ &= \frac{4|x| - 6|x| + |x|^2 - |x|^2}{|x-4| - |x-4| + 2|x|} \\ &= \frac{4|x| - 6|x| + 0}{0 + 2|x|} \\ &= \frac{-2|x|}{2|x|} \\ &= -1\end{aligned}$$

Örnek Soru

x ile y reel sayı ve $x+y \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{|8x| + |-8y|}{|2x+2y|}$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

Çözüm

$|x+y| \leq |x| + |y|$ üçgen eşitsizliğine göre,

$|x+y| = |x| + |y|$ seçilmelidir.

$$\begin{aligned}\frac{|8x| + |-8y|}{|2x+2y|} &= \frac{8|x| + |-8||y|}{2|x+y|} \\ &= \frac{8(|x| + |y|)}{2|x+y|} \\ &= \frac{8}{2} \cdot 1 \\ &= 4 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

UYARI

m ile n birer sabit reel sayı olmak üzere,

$$|x+m| + |x+n|$$

ifadesinin en küçük değeri $x+m=0$ eşitliğini sağlayan ($|x+n| = 0$ eşitliğini sağlayan) $x = -m$ değeri ($x = -n$ değeri) için bulunabilir.

Temel Matematik Konu Anlatımlı

Örnek Soru

$$|2x-6| + |3y+15|$$

ifadesinin en küçük değeri için $x-y$ farkı kaçtır?

- A) 8 B) 5 C) 3 D) 2 E) -2

Çözüm

$$|2x-6| + |3y+15|$$

toplamının en küçük değeri 0 dır.

$$|2x-6| + |3y+15| = 0 \text{ ise}$$

$$|2x-6| = 0 \text{ ve } |3y+15| = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$|2x-6| = 0 \Rightarrow 2x-6=0 \Rightarrow x=3 \text{ ve}$$

$$|3y+15| = 0 \Rightarrow 3y+15=0 \Rightarrow y=-5 \text{ bulunur.}$$

$$x-y = 3 - (-5) = 8 \text{ dir.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$A = \frac{12}{|x+3| + |3x-6|}$$

olduğuna göre, A'nın en büyük değeri kaçtır?

- A) -3 B) $\frac{4}{5}$ C) 2 D) $\frac{12}{5}$ E) 3

Çözüm

$$\begin{aligned} x+3=0 &\Rightarrow x=-3 \Rightarrow A = \frac{12}{|-3+3| + |-9-6|} \\ &= \frac{12}{15} \\ &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x-6=0 &\Rightarrow x=2 \Rightarrow A = \frac{12}{|2+3| + |6-6|} \\ &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$A = |2-x| - |4+x|$$

olduğuna göre, A'nın alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 6 B) 7 C) 9 D) 12 E) 13

Çözüm

$$2-x=0 \Rightarrow x=2$$

$$4+x=0 \Rightarrow x=-4$$

$$\begin{aligned} x=2 &\Rightarrow A = |2-2| - |4+2| \\ &= -6 \end{aligned}$$

A=-6 ; A'nın alabileceği en küçük tam sayı değeridir.

$$\begin{aligned} x=-4 &\Rightarrow A = |2-(-4)| - |4-4| \\ &= 6 \end{aligned}$$

A=6 ; A'nın alabileceği en büyük tam sayı değeridir.

Bu durumda A, [-6, 6] aralığındaki tüm tam sayı değerlerini de alabilir.

Yanıt E

UYARI

$$|x-a| + |y+b| = 0 \text{ ise}$$

$$\begin{array}{c} \parallel \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \parallel \\ 0 \end{array}$$

$$x-a=0 \Rightarrow x=a \text{ ve } y+b=0 \Rightarrow y=-b \text{ olmalıdır.}$$

Örnek Soru

$$|2x+y+5| + |3x-2y-3| = 0$$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

- A) 3 B) 1 C) -1 D) -3 E) -6

Çözüm

$$\begin{array}{c} |2x+y+5| + |3x-2y-3| = 0 \\ \parallel \qquad \qquad \parallel \\ 0 \qquad \qquad \qquad 0 \end{array}$$

$$2x+y+5=0 \Rightarrow 2x+y=-5 \dots (1)$$

$$3x-2y-3=0 \Rightarrow 3x-2y=3 \dots (2)$$

(1) ile (2) birlikte çözümlerse;

$$\begin{array}{rcl} 2x+y & = & -5 \\ 3x-2y & = & 3 \\ \hline 7x & = & -7 \Rightarrow x = -1 \end{array}$$

$$x=-1 \text{ ve } 2x+y=-5 \text{ ise}$$

$$2(-1)+y=-5$$

$$y=-3 \text{ bulunur.}$$

$$x.y=(-1).(-3)=3 \text{ tür.}$$

Yanıt A

1.
$$\frac{|(-2)^2| - |-3^2|}{|(-2)^2 - |3|^2|}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 5

2. $x = -1$ için,

$$|2x-1| - |-2x| + 1$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

3. $x = -2$ için,

$$|(x-3)^2| - |x+1|$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 2 D) 24 E) 26

4. $|3-\sqrt{11}| + |4-\sqrt{11}| - |2-\sqrt{2}| + 2$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $1-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}+1$
D) $2\sqrt{11}$ E) $\sqrt{11}+2$

5. $5 < x < 9$ olmak üzere,

$$f(x) = |5-x| - |9-x| + 2x + 5$$

fonksiyonunun en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x-9$ B) $2x-9$ C) $4x+4$
D) $2x+4$ E) $4x+9$

6. $x < 0$ olmak üzere,

$$| |2x-1| - 1 |$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $2x$ B) $-2x$ C) $2-2x$
D) $2x-2$ E) $2x+2$

7. $x > 0$ olmak üzere,

$$|x+1| - |-2x| + |-1-x|$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) x E) $2x$

8. $a < 0 < b$ olduğuna göre,

$$\frac{|a-b|}{|b-a|} - |2a-1|$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) 1 B) $1-2a$ C) $2a$
D) $-2a$ E) $2+2a$

9. $x < 0$ olduğuna göre

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{(-x)^2} + \sqrt[3]{(-x)^6}$$

ifadesinin değeri nedir?

- A) $-x^2$ B) x^2 C) $x(x+2)$
D) $x(x-2)$ E) $x(2-x)$

10. x bir reel sayı olmak üzere,

$$\frac{36}{|x+3| + |x-9|}$$

kesrinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 36 B) 24 C) 12 D) 4 E) 3

11. $|2x - a| + |x + b| + |x - 2| = 0$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12. x ve y reel sayı olmak üzere,

$$|2x - y|$$

ifadesinin en küçük değeri için $\frac{x-2y}{x+y}$ kesrinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{5}{3}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $\frac{5}{3}$

13. $a < 0 < b$ olmak üzere,

$$\frac{|8a - 8b|}{|b + |a||}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $8a$ B) $8b$ C) a D) b E) 8

14. $x < 0 < y$ olmak üzere,

$$|x - y|^2 - |(x - y)^2|$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) $2(x - y)^2$ C) $-2(x - y)^2$
D) $2(x + y)^2$ E) $-2(x + y)^2$

15. $a < |a|$ ve $b < a$ olmak üzere,

$$\frac{|a - b| + |b - a|}{|a + b|}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) $\frac{-2(b - a)}{a + b}$ C) $\frac{2(b - a)}{a + b}$
D) 0 E) -2

16.

$$\frac{|a| + |b|}{|a + b|} + 3$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

MUTLAK DEĞERLİ DENKLEMLER

$a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ olmak üzere,

$$|f(x)| = a$$

denkleminin çözüm kümesi $f(x) = a$ veya $f(x) = -a$ denklemlerinin çözüm kümelerinin birleşimine eşittir.

Örnek Soru

$$|2x - 7| = 17$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 12 E) 17

Çözüm

$$|2x - 7| = 17 \text{ ise}$$

$$2x - 7 = 17 \text{ veya } 2x - 7 = -17 \text{ dir.}$$

$$2x = 24$$

$$2x = -10$$

$$x = 12$$

$$x = -5$$

$$\mathcal{C}_1 = \{12\}$$

$$\mathcal{C}_2 = \{-5\} \Rightarrow \mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2$$

$$= \{-5, 12\} \text{ dir.}$$

Denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı $12 - 5 = 7$ dir.

Yanıt B

Örnek Soru

$$|3x - 12| = -4$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

Bir ifadenin mutlak değeri en küçük sıfıra eşit olabilir.

Hiçbir reel sayı değeri için negatif olamayacağından

$$\mathcal{C} = \emptyset \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$|3 + |4x - 13|| = 5$$

denklemini sağlayan x reel sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{13}{2}$ C) 9 D) 11 E) 13

Çözüm

$$|3 + |4x - 13|| = 5$$

$$3 + |4x - 13| = 5$$

$$\text{veya } 3 + |4x - 13| = -5$$

$$|4x - 13| = 2$$

$$|4x - 13| = -8 \Rightarrow \mathcal{C}_1 = \emptyset$$

$$4x - 13 = 2$$

$$4x - 13 = -2$$

$$4x = 15$$

$$4x = 11$$

$$x = \frac{15}{4}$$

$$x = \frac{11}{4} \Rightarrow \mathcal{C}_2 = \left\{ \frac{15}{4}, \frac{11}{4} \right\}$$

x reel sayılarının toplamı $\frac{15}{4} + \frac{11}{4} = \frac{26}{4} = \frac{13}{2}$ bulunur.

Yanıt B

Örnek Soru

$$|4x - 12| + |6 - 2x| = 24$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1\}$ B) $\{7\}$ C) $\{-7\}$ D) $\{-1, 7\}$ E) $\{-7, -1\}$

Çözüm

$$|4x - 12| + |6 - 2x| = 24$$

$$|4(x - 3)| + |2(3 - x)| = 24$$

$$4|x - 3| + 2|3 - x| = 24$$

$$4|x - 3| + 2|x - 3| = 24$$

$$6|x - 3| = 24$$

$$|x - 3| = 4$$

$$x - 3 = 4 \Rightarrow x = 7$$

$$x - 3 = -4 \Rightarrow x = -1 \text{ bulunur.}$$

$$\mathcal{C} = \{-1, 7\} \text{ dir.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$|x - 2| = |x + 5|$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-\frac{2}{3}\}$ B) $\{-\frac{3}{2}\}$ C) $\{-1\}$ D) $\{-7\}$ E) $\{-\frac{1}{7}\}$

Çözüm

Bu tip denklemlerde eşitliğin her iki tarafının karesini alarak çözüm yapmak kolaylık sağlayacaktır.

$$|x - 2| = |x + 5| \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x^2 + 10x + 25$$

$$10x + 4x = 4 - 25$$

$$x = -\frac{21}{14}$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$|x+4| = 2x-6$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$ B) $\{10\}$ C) $\left\{\frac{2}{3}, 10\right\}$
 D) $\left\{-\frac{2}{3}, 10\right\}$ E) $\left\{-10, -\frac{2}{3}\right\}$

Çözüm

$$|x + 4| = 2x - 6$$

$$x \leq -4 \text{ ise } -x - 4 = 2x - 6$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$x = \frac{2}{3}$ değeri $x \leq -4$ koşulunu sağlamadığından kök olamaz.

$$x > -4 \text{ ise } x + 4 = 2x - 6$$

$$-x = -10$$

$$x = 10 \text{ } (10 > -4)$$

$$\mathcal{C} = \{10\} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$|x - 3| + |x + 2| = 9$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-4, 5\}$ B) $\{-5, 4\}$ C) $\{-4\}$ D) $\{5\}$ E) $\emptyset$

Çözüm

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x \leq -2 \Rightarrow |x - 3| + |x + 2| = 9$$

$$-x + 3 - x - 2 = 9$$

$$-2x = 8$$

$$x = -4$$

$$\mathcal{C}_1 = \{-4\}$$

$$-2 < x \leq 3 \Rightarrow |x - 3| + |x + 2| = 9$$

$$-x + 3 + x + 2 = 9$$

$$5 = 9$$

$5 \neq 9$ olduğundan $-2 < x \leq 3$ aralığında denklemin kökü yoktur.

$$x > 3 \Rightarrow |x - 3| + |x + 2| = 9$$

$$x - 3 + x + 2 = 9$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

$$\mathcal{C}_2 = \{5\}$$

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = \{-4, 5\} \text{ olur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$|x + 3| \cdot |x - 3| = x + 3$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-3\}$ B) $\{2, 4\}$ C) $\{-3, 2, 4\}$
 D) $\{-3, -2\}$ E) $\{-2, 4\}$

Çözüm

$|x+3| \cdot |x-3|$ çarpımı negatif olamayacağından eşitliğin sağ tarafındaki $x+3$ ifadesi de negatif olamaz. Bu durumda $x+3 \geq 0$ olduğundan $|x+3| = x+3$ tür.

$$|x+3| \cdot |x-3| = x+3 \Rightarrow (x+3)|x-3| = (x+3)$$

$$(x+3)(|x-3| - 1) = 0$$

$$x+3 = 0 \text{ veya } |x-3| - 1 = 0 \text{ dir.}$$

$$x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow \mathcal{C}_1 = \{-3\}$$

$$|x-3| - 1 = 0 \Rightarrow |x-3| = 1$$

$$|x-3| = 1 \Rightarrow x-3 = 1 \text{ veya } x-3 = -1 \text{ dir.}$$

$$x = 4 \quad x = 2$$

$$\mathcal{C}_2 = \{2, 4\}$$

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = \{-3, 2, 4\} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

1. $|x + 1| = 5$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) -4 D) -5 E) -6

2. $5|x - 3| + 2 = 0$

denklemini sağlayan kaç farklı x gerçel sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $4x + 5|x| - 18 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-18, -2\}$ B) $\{2\}$ C) $\{-18\}$
D) $\{-18, 2\}$ E) $\{-2, 18\}$

4. $2 < x < 6$ olduğuna göre,

$$3|x - 2| + 2|x - 6| = 12$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{3\}$ B) $\{4\}$ C) $\{5\}$
D) $\{6\}$ E) $\emptyset$

5. $\frac{3}{|2x+1|} = 2$

eşitliğini sağlayan x in negatif değeri kaçtır?

- A) $-\frac{5}{4}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{5}$

6. $|4x| + |-3x| + |-2x| = 36$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -36 B) -16 C) 0 D) 16 E) 36

7. $|2x - 1| = -|x + 1|$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{0\}$ B) $\{2\}$ C) $\{0, 2\}$ D) $\emptyset$ E) $\mathbb{R}$

8. $|x - 5| = 2x + 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-6\}$ B) $\left\{\frac{4}{3}\right\}$ C) $\left\{-\frac{4}{3}\right\}$
D) $\left\{-6, \frac{4}{3}\right\}$ E) $\{6\}$

9. $|2 - x| + |4 - 2x| + |6 - 3x| = 18$
olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. $|x + 2| = |2x - 5|$
eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

11. x gerçel sayı ve

$$||x - 3| - 2| = 4$$

- olduğunu göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) 0 B) 2 C) 5 D) 6 E) 9

12. $|x - 2| + |x + 5| = 7$
denklemini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13. $|x + 1| = 4$ ve $|y - 2| = 3$
olduğuna göre, $x + y$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

14. $|(x - 3) \cdot (x + 2)| = |x - 3|$
eşitliğini sağlayan farklı x değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

15. $x|x - 6| = 8$
denklemini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?
A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

16. $|x^3 - x^2| - |x|^2 = 0$
eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

Mutlak değerli ifade içeren eşitsizlikler çözülürken aşağıdaki özellikler kullanılacaktır.

$a > 0$ ve $b > 0$ olmak üzere,

1. $|f(x)| < a \Rightarrow -a < f(x) < a$ dir.
2. $|f(x)| > a \Rightarrow f(x) > a$ ve $f(x) < -a$ dir.
3. $a < |f(x)| < b \Rightarrow a < f(x) < b$ veya $a < -f(x) < b$ dir.

Örnek Soru

$$|x + 2| \leq 4$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 13 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

Çözüm

$$|x + 2| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x + 2 \leq 4$$

$$-6 \leq x \leq 2$$

$x \in \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ dir.

x tam sayı değerleri 9 tanedir.

Yanıt B

Örnek Soru

$$\left| \frac{3}{x-4} \right| > \frac{1}{7}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

- A) $(-17, 25)$ B) $(0, 25)$ C) $\mathbb{R} - \{4\}$
D) $(-17, 21)$ E) $(-17, 25) - \{4\}$

Çözüm

$$\left| \frac{3}{x-4} \right| > \frac{1}{7} \Rightarrow \left| \frac{x-4}{3} \right| < 7$$

$$-7 < \frac{x-4}{3} < 7$$

$$-21 < x - 4 < 21$$

$$-17 < x < 25$$

$$\left| \frac{3}{x-4} \right| > \frac{1}{7} \text{ eşitsizliğini } x = 4 \text{ sağlamadığından çözüm}$$

kümesi, $\mathbb{C} = (-17, 25) - \{4\}$ tür.

Yanıt E

Örnek Soru

$$\frac{5}{|x-3|} < \frac{1}{2}$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -65 B) -63 C) -60 D) -55 E) -53

Çözüm

$$\frac{5}{|x-3|} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{|x-3|}{5} > 2$$

$$|x-3| > 10 \text{ ise}$$

$$x-3 > 10 \Rightarrow x > 13 \text{ veya } x-3 < -10 \Rightarrow x < -7 \text{ dir.}$$

Bu aralıktaki tam sayıların toplamı

$$(-8) + (-9) + (-10) + (-11) + (-12) + (-13) + 0 = -63 \text{ tür.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$2 < |3 - 5x| < 7$$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayıları kaç tanedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$2 < 3 - 5x < 7 \Rightarrow -1 < -5x < 4$$

$$\frac{1}{5} > x > -\frac{4}{5}$$

Bu aralıktaki doğal sayı sıfırdır.

$$2 < -3 + 5x < 7 \Rightarrow 5 < 5x < 10$$

$$1 < x < 2$$

Bu aralıkta doğal sayı yoktur.

Yanıt B

UYARI

1. a ve b sıfırdan farklı reel sayı olmak üzere,

$$|x-a| + |x-b| > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi tüm reel sayılardır. Çünkü, mutlak değer in içine hangi x değeri yazılırsa yazılsın sonuç daima sıfırdan büyüktür.

2. $|x-a| + |x-b| < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi boş kümedir. Çünkü, iki mutlak değer in toplamı pozitifdir, negatif olamaz.

1. $|x - 1| \leq 2$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\left| \frac{3x+1}{2} \right| < 2$

olduğuna göre, x in tanım aralığı aşağıdaki seçeneklerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A)
- $x < 1$
- B)
- $0 < x < 1$
- C)
- $x < -\frac{5}{3}$
-
- D)
- $x > -\frac{5}{3}$
- E)
- $-\frac{5}{3} < x < 1$

3. $\sqrt{2 - |2x - 3|}$

ifadesi bir reel sayı olduğuna göre, x in alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $\frac{2}{|3x-1|} < 1$

eşitsizliğini sağlayan en küçük pozitif x tam sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $|2x - 1| > 3$

olduğuna göre, $|2x| + 1$ ifadesinin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $|2x-1| \geq 3$

olduğuna göre, x in çözüm kümesine dahil olmayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $2 < |1 - x| < 5$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. $||x| + |x|| - |x| < 4$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayı değeri vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. $|2x - 1| < 2x$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $x < 0$ B) $x < 1$ C) $x < -\frac{1}{4}$
D) $x > \frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{4} < x < 0$

10. $|x - 2| \geq 3$, $|x - 1| \leq 4$

eşitsizliklerinin ortak çözüm kümesinde kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $x^2 < 16$, $y^2 < 25$

olduğuna göre, $x - y$ farkının en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -5 B) -6 C) -7 D) -8 E) -9

12. $|x^2 - 2x + 1| < 9$

olduğuna göre, x in tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $\frac{|3x - 3| + |1 - x|}{1 + |x - 1|} < 3$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

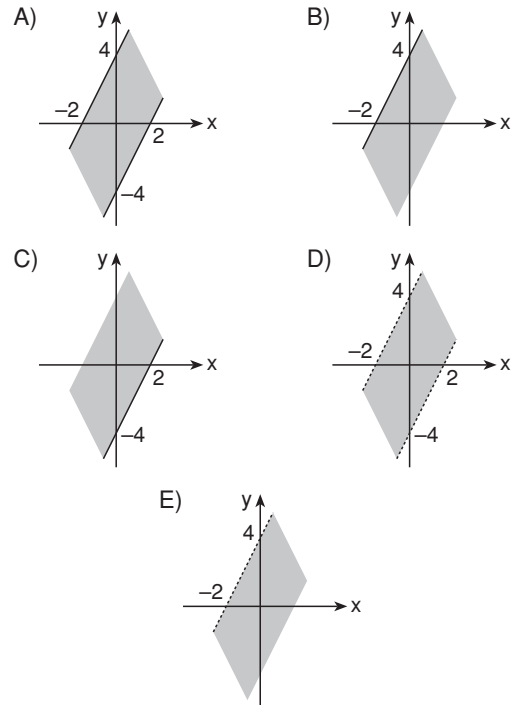
14. $\frac{|x + 1|}{|x - 2|} \leq 0$

olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-1 < x < 2$ B) $x = -1$ C) $-1 \leq x < 2$
D) $-1 \leq x \leq 2$ E) $x = 2$

15. $|2x - y| < 4$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdaki grafiklerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?



1. $x < 0 < y$ olmak üzere,

$$\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} - |-x| + |y|$$

ifadesinin değeri nedir?

- A) $2x$ B) $-2x$ C) $2y$ D) $2(x - y)$ E) $2(x + y)$

2. $y < x < |x|$ ve

$$\sqrt{9x^2} + \sqrt[3]{y^3} = -|y| + 3$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

3. $|x - 2| + |x + 1| = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2\}$ B) $\{-1\}$ C) $\{2, -1\}$ D) $\emptyset$ E) $\mathbb{R}$

4. $\left| \frac{3x - 2}{x + 1} \right| = 2$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

5. $|ax - by| + |x + 2y| + |y - 1| = 0$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^2 B) $2a^2$ C) $-2a^2$ D) $-2b^2$ E) $\frac{b^2}{2}$

6. $|x - 2| + |x + 1| = 5$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-3\}$ B) $\{-3, 3\}$ C) $\{-2, 3\}$ D) $\emptyset$ E) $\mathbb{R}$

7. $|x + 1| = y$

$$|1 - y| = 2$$

denklemleri sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

8. $a = 2x + 4$ ve $b = 3x - 2$ olmak üzere, $|a - b|$ ifadesi en küçük olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 9 B) 16 C) 25 D) 81 E) 256

9. $x \neq -1$ olduğuna göre,

$$|x + 1| - \frac{4}{|x + 1|} = 3$$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) 3

10. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 3 - x$

denkleminin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {3} B) $x < 3$ C) $x \leq 3$
D) {0} E) $-3 \leq x \leq 3$

11. $|2x - 5| < 7$ olduğuna göre,

$$2|x + 1| + |x - 6| + x$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $4x - 4$ B) $4 - 2x$ C) $2x - 8$
D) $2x + 4$ E) $2x + 8$

12. $|x^2 - 1| \leq 8$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) [0, 3] B) [-3, 3] C) [0, 1]
D) [-3, 0] E) [-1, 0]

13. $|x| < y$ ve $y \leq 3$

olduğuna göre, $x + y$ toplamının en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. $\frac{|x - 2|}{|x| - 2} < 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2 \leq x \leq 2$ B) $-2 < x < 2$ C) $0 < x < 2$
D) $-2 < x < 0$ E) $-1 < x < 1$

15. $-2 < |x + 1| + |2x + 2| < 6$

eşitsizliğini sağlayan x in birbirinden farklı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) 0 E) 1

16. $|x - 3| \leq |x + 1|$

olması için x hangi koşulu sağlamalıdır?

- A) $x \leq 1$ B) $x \leq -1$ C) $x \geq 1$
D) $-3 \leq x \leq 1$ E) $x \geq -1$

17. $\left| \frac{2}{2x - 1} \right| > \frac{1}{5}$

koşulunu sağlayan kaç farklı x tam sayı değeri vardır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

18. $|2 - 4x| - |2x - 1| > 5$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

1. $x < 0$ olduğuna göre,

$$\frac{|x|}{x} + \frac{x}{|x|} + \sqrt{9x^2} + \sqrt{(-x)^2}$$

işleminin sonucu nedir?

- A) $-4x + 2$ B) $4x - 2$ C) $4x$
D) $-4x - 2$ E) $-4x$

2. $|a - 5| + |2 - a|$

ifadesi en küçük değerini aldığı anda

$$|a - 5| + |2 - a| + b = 12$$

eşitliğini gerçekleyen b değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. $\frac{20}{|x-1|+|x+3|}$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. x bir reel sayı olmak üzere,

$$|x + 2| + |x - 3| + |2x - 1|$$

toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 10

5. $\sqrt{3 - |1 - x|}$

ifadesinin gerçel sayı olabilmesi için x in tanım aralığı ne olmalıdır?

- A) $-4 \leq x \leq 2$ B) $x \leq 4$ C) $x \geq -4$
D) $-2 \leq x \leq 4$ E) $-2 < x < 4$

6. $\sqrt{4 - 4x + x^2} - |2x - 4| + 5 = 0$

denkleminin kökleri toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. $|x| + |y - 4| = 6$

$$y = 4 + |x|$$

denklemin sağlayan y değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. $x < 0$ olmak üzere,

$$|x - 2| - |5 - x| + |x| = 0$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) -3 D) -2 E) -1

9. $|x|^2 - |2x| = 3$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, 3\}$ B) $\{-1, 3\}$ C) $\{-3, 3\}$
D) $\{-1, 1\}$ E) $\{-3, -1, 1, 3\}$

10. $|x - 2| = x + 3$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{5}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

11. $\left| \frac{2-x}{3} \right| \leq 2$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

12. $|x + y| < 5$ ve $1 < y < 2$

olduğuna göre, x in en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4 \leq x \leq 3$ B) $-7 < x < 4$ C) $-6 < x < 3$
D) $-3 < x < 3$ E) $-6 < x < 6$

13. $5 < |x - 3| \leq 7$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayıları kaç tane-dir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

14. $\left| \frac{6}{x-3} \right| > 3$

eşitsizliğini gerçekleyen kaç tane x doğal sayısı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. $|1 - x| \geq 3$

eşitsizliğini gerçekleyen x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 0 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

16. $|4x - |2x|| \leq 12$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \leq 2$ B) $x \leq 6$ C) $x \geq 2$
D) $-2 \leq x \leq 6$ E) $x \geq 6$

17. $|3x + 2| = |3 - 2x|$

denkleminin kökleri toplamı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $-\frac{24}{5}$ D) -5 E) 5

18.

$$\frac{40}{|2x+1|+|x-1|+|x-3|}$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 10 D) 20 E) 40

19.

$$\frac{|3x+1|-3}{|x-1|+2} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

20. $|x| \leq 2$ olmak üzere,

$$x - y + 2 = 0$$

denklemini sağlayan y tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

21. $|3x - 1| < 5$ ve $y = 1 - 2x$

olduğuna göre, y nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

22. $||3x - 1| - 2| < 3$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

23. $|3x + 1| + |2 + 6x| - |-3 - 9x| \leq 12$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$ B) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ C) $\{-1\}$ D) $\emptyset$ E) $\mathbb{R}$

24. x tam sayı olmak üzere,

$$x^2 \geq 16 \text{ ve } |x^2 - 2x| \leq 24$$

eşitsizliklerinin ortak çözüm kümesinde kaç eleman vardır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5.ÜNİTE

ÜSLÜ SAYILAR

KAZANIM

- ❖ Bir gerçekte sayının pozitif tam sayı kuvvetini açıklar ve üslü sayılara ait özellikleri belirtir.
- ❖ Üslü sayıların eşitliğini ifade eder ve üslü sayılarla ilgili uygulamalar yapar.

ÜSLÜ SAYININ TANIMI

$a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere n tane a nın çarpımına **a nın n . kuvveti** denir.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tane}} = a^n$$

biçiminde yazılır. Burada a ya **taban** n ye **üs** (derece, kuvvet) ve a^n ye üslü sayı adı verilir.

UYARI

Bazı özel durumlar dışında;

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ tane}} = n \cdot a \neq a^n \text{ olduğuna dikkat ediniz!}$$

► $\underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{4 \text{ tane}} = 7^4$

4 tane

► $\underbrace{5 + 5 + 5 + \dots + 5}_{18 \text{ tane}} = 5 \cdot 18 = 90$

18 tane

► $\underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}_{4 \text{ tane}} = (-2)^4 = 2^4$

4 tane

► $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{18 \text{ tane}} = 3^{18}$

18 tane

ÜSLÜ SAYILARIN ÖZELLİKLERİ

1. $a \neq 0$ olmak üzere $a^0 = 1$ dir.

► $5^0 = 1, (-3)^0 = 1, (0,0007)^0 = 1$
 $(2^5 + 3^{12})^0 = 1$

UYARI

0^0 ve ∞^0 belirsiz ifadelerdir.

Örnek Soru

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{2x-8} = 1$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ tür.}$$

Yanıt E

2. $n \in \mathbb{Z}^+$ ve $x \neq 0$ için

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} \text{ biçiminde tanımlanır.}$$

► $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ tür.

► $3^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ dir.

3. $a \neq 0$ ve $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$(-a)^{2n} = a^{2n}$$

$$(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1} \text{ dir.}$$

► $(-a)^{2n} \neq -a^{2n}, (a \neq 0, n \in \mathbb{Z})$

► $\left(-\frac{5}{3}\right)^7 = -\left(\frac{5}{3}\right)^7, (-5)^{-3} = -5^{-3}$

► $\left. \begin{array}{l} (-3)^4 = 3^4 = 81 \\ -3^4 = -81 \end{array} \right\} (-3)^4 \neq -3^4$

4. $(a^n)^m = (a^m)^n = a^{m \cdot n}$ dir.

► $8^{-2} = (2^3)^{-2} = 2^{-6}$ dir.

► $\frac{(32)^{-3}}{\left(2^2 - \frac{3}{2}\right)^5} = \frac{(2^5)^{-3}}{2^{\left(2 - \frac{3}{2}\right)^5}} = \frac{2^{-15}}{2^{-15}} = 1$ dir.

UYARI

$a \neq 1$ olmak üzere,

$(a^m)^n \neq a^{(m^n)}$ dir.

$$(2^2)^5 = (2^5)^2 = 2^{5 \cdot 2} = 2^{10}$$

$2^{(2^5)} = 2^{32}$ olduğuna göre,

$(2^2)^5 \neq 2^{(2^5)}$ olduğuna dikkat ediniz.

Örnek Soru

$5^n = a$ olduğuna göre, 125^n ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5a$ B) a^5 C) a^3 D) a^2 E) $3a$

Çözüm

$$125^n = (5^3)^n = (5^n)^3 = a^3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÜSLÜ SAYILARDA İŞLEMLER

Çarpma İşlemi

a) Tabanlar aynı ise üsler toplanır.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

b) Tabanlar farklı, üsler aynı ise ortak kuvvet parantezine alınır.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\blacktriangleright 5^3 \cdot 5^4 \cdot 2^7 = 5^7 \cdot 2^7 = (5 \cdot 2)^7 = 10^7$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright (3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2)^5 \cdot 5^{10} &= (4 \cdot 3^2)^5 \cdot 5^{10} \\ &= 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ &= (2 \cdot 3 \cdot 5)^{10} = 30^{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright (-a)^7 \cdot (-a^4) \cdot (-a)^{-2} \cdot a^{-9} &= -a^7 \cdot -a^4 \cdot a^{-2} \cdot a^{-9} \\ &= a^{7+4-2-9} \\ &= a^0 = 1 \end{aligned}$$

Örnek Soru

$$(-a^2)^5 \cdot (-a^{-3})^2 \cdot (-a^6) \cdot (-a^4)^{-3}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-a^{-2}$ B) $-a^2$ C) $-a^{-3}$ D) a^2 E) a^{-2}

Çözüm

$$\begin{aligned} &(-a^2)^5 \cdot (-a^{-3})^2 \cdot (-a^6) \cdot (-a^4)^{-3} \\ &= (-a^{10}) \cdot (a^{-6}) \cdot (-a^6) \cdot (-a^{-12}) \\ &= -a^{10-6+6-12} \\ &= -a^{-2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$3^m = 2$ olduğuna göre,

$$3^{2m+1}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

2009 – Mat. 1

Çözüm

$$3^{2m+1} = (3^m)^2 \cdot 3^1 = (2)^2 \cdot 3 = 12 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$2^{a+1} = m, \quad 3^{a-2} = n$$

olduğuna göre, 72^{a+1} sayısının m ve n cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $72mn$ B) $81m^3n^2$ C) $729n^2m^3$
D) $243mn^2$ E) $243m^3n^2$

Çözüm

$$2^{a+1} = m \Rightarrow 2^a \cdot 2 = m \Rightarrow 2^a = \frac{m}{2}$$

$$3^{a-2} = n \Rightarrow 3^a \cdot 3^{-2} = n \Rightarrow 3^a = 9n$$

$$72^{a+1} = 72^a \cdot 72 = (2^3 \cdot 3^2)^a \cdot 72$$

$$= (2^a)^3 \cdot (3^a)^2 \cdot 72$$

$$= \left(\frac{m}{2}\right)^3 \cdot (9n)^2 \cdot 72$$

$$= \frac{m^3}{8} \cdot 81n^2 \cdot 72 = 729m^3n^2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Bölme İşlemi

a) Tabanlar aynı ise $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$, ($a \neq 0$)

b) Tabanlar farklı, üsler aynı ise

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, (b \neq 0)$$

► $\frac{a^{3x-4}}{a^{x-2}} = a^{3x-4-x+2} = a^{2x-2}$

► $\frac{8^3}{4^2} = \frac{(2^3)^3}{(2^2)^2} = \frac{2^9}{2^4} = 2^{9-4} = 2^5$

Toplama – Çıkarma İşlemi

Tabanları ve üsleri aynı olan üslü ifadeler toplanır veya çıkarılırken, işlem katsayıları arasında yapılır. Ortak olan üslü ifade bir kez yazılır.

► $5 \cdot 2^n + 3 \cdot 2^n - 9 \cdot 2^n = 2^n(5 + 3 - 9) = -2^n$

UYARI

$x \neq y$ iken $x^n + y^n$ toplanamaz.

Örnek Soru

$$15^{13} + 6 \cdot 15^{13} + 8 \cdot 15^{13}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15^{15} B) 15^{14} C) $14 \cdot 15^{13}$
D) $10 \cdot 16^{13}$ E) 16^{13}

2010 – YGS

Çözüm

$$\begin{aligned} 15^{13} + 6 \cdot 15^{13} + 8 \cdot 15^{13} &= 15^{13}(1 + 6 + 8) \\ &= 15^1 \cdot 15^{13} \\ &= 15^{14} \end{aligned}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$\frac{7^{n+1} + 7^n}{2 \cdot 7^{n-2}} + \frac{2^n - 2^{n-1}}{2^{n-2}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 49 B) 96 C) 196 D) 198 E) 200

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{7^{n+1} + 7^n}{2 \cdot 7^{n-2}} + \frac{2^n - 2^{n-1}}{2^{n-2}} &= \frac{7^n \cdot 7 + 7^n}{2 \cdot 7^n \cdot 7^{-2}} + \frac{2^n - 2^n \cdot 2^{-1}}{2^n \cdot 2^{-2}} \\ &= \frac{7^n(7+1)}{2 \cdot 7^n \cdot 7^{-2}} + \frac{2^n(1-2^{-1})}{2^n \cdot 2^{-2}} \\ &= 4 \cdot 7^2 + 2^{-1} \cdot 2^2 \\ &= 196 + 2 \\ &= 198 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$\frac{3^{12} + 9^6 + 27^4}{2^3 \cdot 4^2 \cdot 8^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\left(\frac{2}{3}\right)^{12}$ C) $\left(\frac{3}{2}\right)^{13}$ D) $3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$ E) $\left(\frac{3}{2}\right)^{14}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{3^{12} + 9^6 + 27^4}{2^3 \cdot 4^2 \cdot 8^2} &= \frac{3^{12} + (3^2)^6 + (3^3)^4}{2^3 \cdot (2^2)^2 \cdot (2^3)^2} \\ &= \frac{3^{12} + 3^{12} + 3^{12}}{2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^6} = \frac{3 \cdot 3^{12}}{2^{3+4+6}} = \frac{3^{13}}{2^{13}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{13} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

ÜSLÜ DENKLEMLER

1. $a \neq 0$, $a \neq -1$ ve $a \neq 1$ olmak üzere,
 $a^n = a^m \Rightarrow n = m$ dir.
2. $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,
 $a^{2n-1} = b^{2n-1} \Rightarrow a = b$ dir.
3. $n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$ olmak üzere,
 $a^{2n} = b^{2n} \Rightarrow |a| = |b|$ dir.
4. $a, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $a^n = 1$ ifadesi
a. $a \neq 0$ ve $n = 0$ için
b. $a = 1$ ve $n \in \mathbb{R}$ için
c. $a = -1$ ve n çift sayı olduğunda sağlanır.

Örnek Soru

$$(16)^{3n} = 8^5$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

Çözüm

$$\begin{aligned} (16)^{3n} = 8^5 &\Rightarrow (2^4)^{3n} = (2^3)^5 \\ 2^{12n} &= 2^{15} \\ 12n &= 15 \\ n &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$a = 2^{x-3}$$

$$2a = 8^{x+3}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -9 B) $-\frac{11}{2}$ C) $-\frac{9}{2}$ D) -4 E) 1

Çözüm

$2a = 8^{x+3}$ eşitliğinde I. eşitlikteki a değeri yerine yazılırsa,

$$2a = 8^{x+3} \Rightarrow 2 \cdot 2^{x-3} = (2^3)^{x+3}$$

$$2^{x-2} = 2^{3x+9} \Rightarrow x-2 = 3x+9$$

$$2x = -11 \Rightarrow x = -\frac{11}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$a^2 - b^2 = 19$$

$$\frac{8^{a-b}}{8^{b-a}} = 64$$

olduğuna göre, $3a - b$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 18 C) 21 D) 27 E) 39

Çözüm

$$8^{a-b} \cdot 8^{a-b} = 64 \Rightarrow 8^{2(a-b)} = 64 \text{ buradan}$$

$$8^{2(a-b)} = 8^2 \Rightarrow a - b = 1 \text{ dir.}$$

$$(a - b)(a + b) = 19$$

$$a - b = 1$$

$$+ a + b = 19$$

$$\hline 2a = 20$$

$$a = 10 \Rightarrow b = 9 \text{ dur.}$$

$$3a - b = 3 \cdot 10 - 9 = 21 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$(a - 4)^{a+4} = 1$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-4\}$ B) $\{-4, 5\}$ C) $\{-4, 3, 5\}$
D) $\{-4, 3\}$ E) $\{5\}$

Çözüm

$$1. a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$2. a - 4 = 1 \Rightarrow a = 5$$

$$3. a - 4 = -1 \Rightarrow a = 3$$

$a = 3$ için denklemin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir.

$a - 4 = -1$ için $a + 4$ tek sayı ve $(-1)^7 = -1$ olduğundan denklem sağlanmaz.

$\mathcal{C} = \{-4, 5\}$ bulunur.

Yanıt B

Örnek Soru

$$(x-5)^{(x^2-25)} = 1$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-5, 5, 4, 6\}$ B) $\{-5, 5\}$ C) $\{-5, 4, 6\}$
D) $\{-5, 6\}$ E) $\{4, 6\}$

Çözüm

$x^2 - 25 = 0$ ve $x - 5 \neq 0$ olmalıdır.

$$x^2 = 25 \quad x \neq 5$$

$$x = \pm 5 \quad \Rightarrow \mathcal{C}_1 = \{-5\}$$

$x=5$ değeri hem tabanı hem üssü sıfır yaptığı için kök olamaz.

$$x - 5 = 1 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \mathcal{C}_2 = \{6\}$$

$$x - 5 = -1 \Rightarrow x = 4$$

$$x = 4 \Rightarrow x^2 - 25 = 4^2 - 25 = -9 \text{ (tek)}$$

$x = 4$ değeri üssü tek yaptığı için kök olamaz.

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = \{-5, 6\} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

UYARI

$P(x)^{Q(x)} = 1$ biçimindeki denklemlerde üs sıfır olduğunda tabanın 0 olup olmadığı kontrol edilmelidir!

Örnek Soru

x ve y tam sayı olmak üzere,

$$3^{x+y-3} = 7^{x-y-5}$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) -15 B) -5 C) -4 D) 3 E) 15

Çözüm

$x, y \in \mathbb{Z}$ için $x + y - 3$ ve $x - y - 5$ birer tam sayıdır.

$$3^{x+y-3} = 7^{x-y-5}$$

eşitliği $x + y - 3 = 0$ ve $x - y - 5 = 0$ iken sağlanacaktır.

Buna göre,

$$x + y = 3$$

$$+ x - y = 5$$

$$2x = 8 \Rightarrow x = 4, y = -1 \text{ bulunur.}$$

$$x \cdot y = 4 \cdot (-1) = -4 \text{ tür.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$(2x - 5)^8 = x^8$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{25}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 5 D) $\frac{25}{3}$ E) 25

Çözüm

$$(2x - 5)^8 = x^8 \text{ ise}$$

$2x - 5 = x$ veya $2x - 5 = -x$ tir. (Kuvvet çift olduğundan)

Bu denklemlerden $x_1 = 5, 3x = 5 \Rightarrow x_2 = \frac{5}{3}$ bulunur.

x in alabileceği değerlerin çarpımı, $5 \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{3}$ tür.

Yanıt D

Örnek Soru

$$4 - 4^x + 3^x \cdot 4^{x+1} = \frac{48}{12^{1-x}}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2003 - ÖSS

Çözüm

$$4 - 4^x + 3^x \cdot 4^{x+1} = \frac{48}{12^{1-x}}$$

$$4 - 4^x + 3^x \cdot 4^{x+1} = \frac{48}{12 \cdot 12^{-x}}$$

$$4 - 4^x + 12^x \cdot 4 = 4 \cdot 12^x$$

$$4 - 4^x = 0 \Rightarrow 4 = 4^x \Rightarrow x = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

ÜSLÜ SAYILARIN SIRALANMASI

1. $a \neq 1$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$a^m < a^n$ ifadesinde;

► $a > 1$ ise $m < n$

► $0 < a < 1$ ise $m > n$ dir.

2. $a < b < -1$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ için

► $a^{2n} > b^{2n}$

► $a^{2n-1} < b^{2n-1}$ dir.

3. $-1 < a < b < 0$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ için

► $a^{2n} > b^{2n}$

► $a^{2n-1} < b^{2n-1}$ dir.

Örnek Soru

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{3-5x} < 7^{2x+15}$$

olduğuna göre, x in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{3-5x} < 7^{2x+15}$$

$$7^{-3+5x} < 7^{2x+15} \Rightarrow 5x - 3 < 2x + 15$$

$$\Rightarrow 3x < 18$$

$$\Rightarrow x < 6 \text{ dir.}$$

Buna göre, x in alabileceği en büyük tam sayı değeri 5 tir.

Yanıt B

Örnek Soru

$$\left(\frac{2}{9}\right)^{5x-3} < \left(\frac{9}{2}\right)^{5-3x}$$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$$\left(\frac{2}{9}\right)^{5x-3} < \left(\frac{9}{2}\right)^{5-3x} = \left(\frac{2}{9}\right)^{3x-5}$$

$$0 < \frac{2}{9} < 1 \text{ olduğundan } 5x - 3 > 3x - 5$$

$$2x > -2$$

$$x > -1$$

Buna göre, x in alabileceği en küçük tam sayı değeri 0 dir.

Yanıt C

Örnek Soru

$$a = (9^2)^4$$

$$b = (3^3)^{(2^2)} \cdot 3^2$$

$$c = (81^4)^5$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $b < a < c$ B) $c < a < b$ C) $a < b < c$
D) $a < c < b$ E) $b < c < a$

Çözüm

$$a = (3^4)^4 = 3^{16}$$

$$b = (3^3)^4 \cdot 3^2 = 3^{12} \cdot 3^2 = 3^{14}$$

$$c = 81^{20} = (3^4)^{20} = 3^{80}$$

$b < a < c$ dir.

Yanıt A

ÜSLÜ SAYILAR

10 un Kuvvetleri

1. $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $10^n = \underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ tane sıfır}}$

10^n sayısının sonunda n tane sıfır rakamı vardır ve sayı $(n + 1)$ basamaklıdır.

2. $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere, $10^{-n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_{(n-1) \text{ tane sıfır}}$

10^{-n} sayısında virgölün sağında $(n - 1)$ tane sıfır ve n tane rakam vardır.

Örnek Soru

$7 \cdot 5^7 \cdot 8^3$ sayısı kaç basamaklıdır?

Çözüm

$$\begin{aligned} 7 \cdot 5^7 \cdot 8^3 &= 7 \cdot 5^7 \cdot 2^9 = 7 \cdot 5^7 \cdot 2^7 \cdot 2^2 \\ &= 28 \cdot 10^7 \\ &= \underbrace{28}_{2 \text{ tane}} \underbrace{0000000}_{7 \text{ tane}} \\ 2 + 7 &= 9 \text{ basamaklıdır.} \end{aligned}$$

Örnek Soru

$$10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,011 B) 0,101 C) 0,111
D) 0,123 E) 0,321

2010 – YGS

Çözüm

$$\left. \begin{aligned} 10^{-1} &= 0,1 \\ 10^{-2} &= 0,01 \\ 10^{-3} &= 0,001 \end{aligned} \right\} 10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3} = 0,1 + 0,01 + 0,001 = 0,111 \text{ olur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$(0,0003)^2 \cdot (20)^8 \cdot (-40)^{-4} \cdot 10^6$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 9 C) 90 D) 300 E) 900

Çözüm

$$\begin{aligned} &(0,0003)^2 \cdot (20)^8 \cdot (-40)^{-4} \cdot 10^6 \\ &= (3 \cdot 10^{-4})^2 \cdot (2 \cdot 10)^8 \cdot (-4 \cdot 10)^{-4} \cdot 10^6 \\ &= 3^2 \cdot 10^{-8} \cdot 2^8 \cdot 10^8 \cdot 4^{-4} \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 \\ &= 3^2 \cdot 10^2 \\ &= 900 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$\frac{100000^5 + 1000^{10} + 100^{20}}{10^{35} + 10^{25} + 10^{20}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10^5 B) 10^4 C) 10^3 D) 10^2 E) 10

Çözüm

$$\begin{aligned} &\frac{100000^5 + 1000^{10} + 100^{20}}{10^{35} + 10^{25} + 10^{20}} \\ &= \frac{(10^5)^5 + (10^3)^{10} + (10^2)^{20}}{10^{35} + 10^{25} + 10^{20}} \\ &= \frac{10^{25} + 10^{30} + 10^{40}}{10^{35} + 10^{25} + 10^{20}} \\ &= \frac{10^5(10^{20} + 10^{25} + 10^{35})}{10^{35} + 10^{25} + 10^{20}} \\ &= 10^5 \end{aligned}$$

Yanıt A

1.
$$\underbrace{3 + 3 + 3 + \dots + 3}_{27 \text{ tane}} = A$$

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{27 \text{ tane}} = B$$

olduğuna göre, $\frac{B}{A}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3^{27} B) 3^{26} C) 3^{25} D) 3^{24} E) 3^{23}

2.
$$\frac{5^2 + 5^2 + 5^2}{3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{25}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{25}{9}$ D) $\frac{25}{27}$ E) $\frac{5}{27}$

3.
$$\frac{(-2)^{-3} \cdot 3^{-4}}{6^{-3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{9}{8}$ B) $-\frac{1}{27}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{9}{8}$

4.
$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot (-2^2)}{(-2)^4}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

5.
$$\frac{2^{-3} + 2^{-2} + 2^{-1}}{2 + 2^2 + 2^3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2^{-4} B) 2^{-3} C) 2^{-1} D) 1 E) 2

6.
$$\frac{-2^{-6} \cdot (-3^5)^0}{(-2)^{-6} \cdot (-2^2)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 4

7.
$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} + 3^{-2} + \left(-\frac{9}{4}\right)^{-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{27}$ C) 0 D) 1 E) $\frac{8}{27}$

8.
$$\frac{(-2)^{-2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3}{8^{-1} \cdot 16}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{32}$ C) $-\frac{1}{64}$ D) $\frac{1}{64}$ E) $\frac{1}{8}$

9. 8^{12+m} sayısı, 2^{32+3m} sayısının kaç katıdır?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

10. $(2^4 + 2^4 + 2^4 + 2^4)^3 \cdot (125)^6$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10^{12} B) 10^{13} C) 10^{15}
D) 10^{16} E) 10^{18}

11. $3^{-x} = a$ olduğuna göre,

$$\frac{1}{3^{x-2}}$$

ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 9a B) 8a C) 7a D) 6a E) 3a

12.
$$\frac{(-a)^{-2} \cdot (-a)^3}{a^{-5}}$$

işleminin sonucu nedir?

- A) $-a^6$ B) $-a^5$ C) $-a^3$ D) a^5 E) 1

13. $(-a)^6 + 3(a^{-1})^{-2} - (-a^3)^2$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3a^2$ B) $2a^3$ C) $3a^2$ D) $2a^6$ E) $-3a^6$

14.
$$\frac{3^{a-2} - 3^{a-3}}{3^a - 3^{a-1}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3^3 B) 3^2 C) 3^{-2} D) 3^{-3} E) 0

15. $x = 2^{52}$

$$y = 3^{65}$$

$$z = 3^{39}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $y < x < z$ B) $y < z < x$ C) $x < y < z$
D) $z < x < y$ E) $z < y < x$

16. $3^3 \cdot 16^2 \cdot 5^9$

sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

1.
$$\frac{(48)^7 \cdot (-2)^{-9} \cdot 9^3}{(-8)^6 \cdot (-27)^3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{2}{3^4}$ B) $-\frac{2}{3^3}$ C) $2 \cdot 3^2$ D) $2 \cdot 3^4$ E) $\frac{2}{3^4}$

2.
$$\frac{25^{x+1} \cdot 5^{x-2}}{(0,2)^{-3} \cdot 5^{2x-1}}$$

işleminin sonucu nedir?

A) 5^{2x-1} B) 1 C) 5 D) 5^{x-2} E) 5^{x+1}

3. $3^{x-2} = 2$

olduğuna göre, 3^{2x-3} kaçtır?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 36

4. a negatif tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi pozitif sayıdır?

A) $(-a)^8$ B) $-a^{-10}$ C) a^{-5}
D) $-(-a)^{-10}$ E) $-a^6$

5. $2^a = x$
 $3^a = y$

olduğuna göre, 72^a ifadesinin x ve y cinsinden değeri nedir?

A) x^2y^3 B) x^3y^3 C) x^3y^2 D) x^3y E) xy

6. $2^x = a$ ve $3^x = b$

olduğuna göre, 48^{x-1} ifadesinin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a^4 \cdot b$ B) $\frac{a^4 \cdot b}{2^4 \cdot 3}$ C) $a^3 \cdot b^2$
D) $\frac{a^3 \cdot b}{2^3 \cdot 3}$ E) $a^2 \cdot b^2$

7. $3^{a+b} = 16$
 $3^{a-b} = 4$

olduğuna göre, $\frac{a-b}{2a+b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{4}$

8. $3^a = 15$
 $3^b = 125$

olduğuna göre, $b - 3a$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) -3 B) -1 C) 1 D) 3 E) 5

9. $3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = 351$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $3^a + 3^{a-1} + 3^{a-2} = 39.9^{a+4}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -14 B) -13 C) -12 D) -11 E) -10

11. $\frac{2^a \cdot 2^a}{4^a + 4^a} = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{a}{8}}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $\frac{2^{x-2} + 2^{x-1}}{2^{x+2} + 2^{x+3}} = 2^x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

13. $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} = 152$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

14. $2^x = 5^y = a$

olduğuna göre, $10^{x \cdot y}$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^{x+y} B) a^{xy} C) a^{2x+2y} D) a^{x-y} E) a^{2x-2y}

15. a ile b tam sayı olmak üzere,

$$27^{-2} \cdot 5^3 \cdot 15^7 = 3^a \cdot 5^b$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 11 D) 12 E) 15

16. a ile b pozitif tam sayı olmak üzere,

$$5a^3 = 24.b$$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 7 B) 15 C) 20 D) 51 E) 55

1.
$$\frac{(-1)^{1999} + (-1)^{1998} - (-1)^{1997}}{(-2)^{2000} + (-2)^{2001}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $(-2)^{-1}$ B) -2^{-2000} C) 0 D) 2^{-1} E) 1

2. $2^a = x$, $3^a = y$ olduğuna göre,

$$\frac{24^{a-1}}{6^{2a-1}}$$

ifadesinin x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{y}$ B) $\frac{4y}{x}$ C) $\frac{2y}{3}$ D) $\frac{x}{4y}$ E) $\frac{3x}{2}$

3. $2^{x+1} = 9$
 $3^{y+2} = 4$

olduğuna göre, y nin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+1}{x-2}$ B) $\frac{x}{x-2}$ C) $\frac{x}{x+1}$
D) $\frac{2-2x}{x+1}$ E) $\frac{2x+2}{x-1}$

4. $5^x = 343$
 $25^y = 49$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{x-y}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. m ve n doğal sayı olmak üzere,

$$16^m \cdot (25)^n$$

çarpımı 9 basamaklı en küçük doğal sayı olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

6. $(0,64)^{x-1} = \frac{5}{4}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) -2

7. $2^{2x+2} = 40^x$

olduğuna göre, $(100)^x$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

8. $3^{(x^2+2x)} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

9. $\frac{3^{x+1} + 3^{x+1} + 3^{x+1}}{(15)^x + (15)^x} = 22,5$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

10. x ile y pozitif reel sayı olmak üzere,

$$\frac{(x^y)^x}{(y^x)^y} = x^6 \cdot y^{-6}$$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

11. a sayma sayısı olmak üzere,

$$x = 7^a \text{ ve } y = 7^{1-a}$$

olduğuna göre, x azalarak 7 olursa y nasıl değişir?

- A) Azalarak 1 olur. B) Azalarak 0 olur.
C) Artarak 7 olur. D) Artarak 1 olur.
E) Artarak 0 olur.

12. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$3a^2 = 54.b$$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

13. a, b, c pozitif tam sayı olmak üzere,

$$16^a \cdot 125^b = 10^c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 19 D) 24 E) 28

14. $(x + 1)^{14} = (x^2 + 5)^7$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. x > 0 olmak üzere,

$$x^4 = 9 \text{ ve } x^a \cdot x^b = 27$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

16. $5^{1-2n} \cdot (27)^{x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{4n} = \frac{(45)^{1-2n}}{81}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) -2 E) -3

17. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$(27)^a \cdot (25)^b = 15^c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 12 D) 15 E) 18

18. x ile y tam sayı olmak üzere,

$$x^{2a+1} = y^{b-2} \quad \text{ve} \quad a = \frac{b-3}{2}$$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) $x < y$ B) $y < x$ C) $x - y = 0$
D) $x = 2y$ E) $y = 2x$

19. a, b, c pozitif tam sayı olmak üzere,

$$a^2 = 3b = c^3$$

olduğuna göre, a + c toplamı en az kaçtır?

- A) 252 B) 243 C) 36 D) 27 E) 21

20. $14^x = 10$

olduğuna göre, $2^{x-1} \cdot 7^{x+1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 70

21. $x^y = 10$

olduğuna göre, $x^{2y} + 20x^{-y} - 2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 122 B) 118 C) 114 D) 100 E) 96

22. n doğal sayı olmak üzere,

$$a = (-2^{2n})^{2n-1}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima negatiftir?

- A) $(-a)^{2n-3}$ B) a^n C) a^{n+a}
D) a^{-a} E) $a^{(2n+1)}$

23. x bir pozitif tam sayı olmak üzere,

$$4^{20} + 2^x + 16^9$$

ifadesi bir tamkare olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

24. $(4x + 1)^{2012} = (3x^2 - 8x - 5)^{2012}$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) 4 C) $\frac{16}{3}$ D) 6 E) 7

1. $a = 2^x - 2$
 $b = 2^{x+2}$

olduğuna göre, a'nın b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b+8}{4}$ B) $\frac{b+4}{8}$ C) $\frac{b-8}{4}$
D) $\frac{b-4}{8}$ E) $\frac{b+4}{4}$

2. $\frac{24^x + 8^x}{1+3^x} = 64$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

3. $3^{x+2} = 15^x$

olduğuna göre, 5^{x+1} kaçtır?

- A) 60 B) 55 C) 50 D) 45 E) 40

4. $2^{x+2} \cdot 3^{x+3} = 54 \cdot 3^x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $(0,002)^a$ sayısı üç basamaklı bir doğal sayı olduğuna göre, a yerine hangi tam sayı yazılmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

6. $16^{a+1} = 1$ ve $\left(\frac{1}{9}\right)^{1-b} = 27$

olduğuna göre, a . b çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 1 C) -1 D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{5}{2}$

7. $\frac{5^{x+1} + 25^x + 15^x}{5^x + 5 + 3^x} = \frac{1}{125}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 1 E) 2

8. $30^x = 2^{x+1} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^{2x}$

olduğuna göre, 5^x kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

9. $\left(\frac{4}{25}\right)^{1-x} = (2,5)^x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

10. x ve y tam sayı olmak koşuluyla,

$$x^{y+1} = \frac{1}{32}$$

olduğuna göre, x . y çarpımı kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -9 D) -8 E) -6

11. $2^a = x$

$$3^a = y$$

$$5^a = z$$

olduğuna göre, $(0,48)^a$ ifadesinin x, y ve z türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{z \cdot y^2}{z^2}$ B) $\frac{x \cdot y}{z^2}$ C) $\frac{x^2 \cdot y^2}{z}$
D) $\frac{x^2 \cdot y}{z^2}$ E) $x \cdot y^2 \cdot z$

12. n bir sayma sayısı olmak üzere,

$$9^2 \cdot 9^4 \cdot 9^6 \cdot \dots \cdot 9^{2n} = 27^{60}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

13. $3^{6-x} \leq 1 \leq 5^{10-x}$

olduğuna göre, x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 31 B) 33 C) 36 D) 38 E) 40

14. $8^{-1}(x^2 - 2)^3 = 0,008$

olduğuna göre, $\frac{x^2}{12}$ kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{25}$

15. $a = \frac{2^x - 1}{2^{-x}}$, $b = 2^{1-x}$

olduğuna göre, a nın b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2-2b}{b^2}$ B) $\frac{4+2b}{b^2}$ C) $\frac{4-2b}{b}$
D) $\frac{2-2b}{b}$ E) $\frac{4-2b}{b^2}$

16. $x^a = 3$, $9^b = y^2$, $y^c = x^3$

olduğuna göre, a.b.c çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 6

1. $81^{9+\frac{n}{2}}$ sayısı, $27^{13+\frac{2n}{3}}$ sayısının kaç katıdır?

- A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{27}$ E) $\frac{1}{81}$

2. $\frac{3^x + 3^x + 3^x}{3^x \cdot 3^x \cdot 3^x} = \frac{1}{3^4}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

3. $\frac{5^a + 5^a + 5^a + 5^a + 5^a}{5^a \cdot 5^a \cdot 5^a \cdot 5^a \cdot 5^a} = 5^{4b}$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) -4 B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 4

4. $3^{-a} = b$

olduğuna göre, 3^{2a-2} ifadesinin b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{9}{b^2}$ B) $\frac{3}{b}$ C) $\frac{1}{9b^2}$ D) $9b^2$ E) b^2

5. $2^a \cdot 3^{a+1} = 96 \cdot 3^a$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $5^{-x} = 3$ ve $3^y = 45$

olduğuna göre, x in y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + 2y$ B) $\frac{1}{1+2y}$ C) $\frac{1}{2-y}$
D) $\frac{1}{2+y}$ E) $\frac{1}{y+4}$

7. $3,2 \cdot 10^{-5} + 0,44 \cdot 10^{-4} + 0,024 \cdot 10^{-3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2 \cdot 10^{-4}$ B) $2 \cdot 10^{-3}$ C) 10^{-6}
D) 10^{-5} E) 10^{-4}

8. $\frac{3^x + 1}{3^{-x} + 1} = (27)^{-2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

9. $\frac{a+a^2+a^3+a^4}{1+a^{-1}+a^{-2}+a^{-3}}$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) a^4 B) a^3 C) a^2 D) a E) 1

10. x bir rakam olmak üzere,

$$5^{22} \cdot 2^{20+x}$$

sayısı en çok kaç basamaklıdır?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 25 E) 26

11. $\frac{x^n + x^{n+1} + x^{n+2}}{x^n + x^{n-1} + x^{n-2}} = x^{(x-4)}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. $2^x + 4^x + 6^x + \dots + 40^x = a$
 $3^x + 6^x + 9^x + \dots + 60^x = b$
 $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{9}{4}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

13. $2^{(x^2-x)} + 2^{(2+x-x^2)} = 5$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

14. $x \neq -\frac{1}{2}$ olmak üzere,

$$5x^2 + 2x^3 = 1$$

olduğuna göre, $\frac{x^2}{2x-1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

15. $2^{11} + 2^{20} - 2^{10} - 2$

sayısı aşağıdakilerden hangisine tam olarak bölünür?

- A) $2^{10} + 1$ B) $2^9 - 1$ C) $2^9 + 1$
D) 4 E) $2^{10} + 3$

16. n bir tam sayı ve $x = 2n - 1$ olmak üzere,

$$a^2 - 16b^2 = 0$$

$$A = \frac{b^{-x} - a^x}{b^x - a^{-x}}$$

olduğuna göre, A nın alabileceği değerlerin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2 \cdot 4^x$ B) -4^x C) 16^x D) 8^x E) 0

6.ÜNİTE

KÖKLÜ SAYILAR

KAZANIM

- Negatif olmayan bir gerçık sayının karekökünü ve üslü biçimini açıklayarak, kareköklü sayılara ait özellikleri belirtir. Kareköklü sayılarla ilgili uygulamalar yapar.
- Bir gerçık sayının pozitif tam kuvvetten kökünü ve üslü biçimini açıklayarak köklü sayılara ait özellikleri, üslü sayıların özelliklerinden yararlanarak gösterir. Köklü sayılarla ilgili uygulamalar yapar.

KÖKLÜ İFADENİN TANIMI

n bir pozitif doğal sayı ve a reel sayı olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a}$$

ifadesine **a sayısının n inci kuvvetten kökü** denir. ($n \geq 2$)

$a \geq 0$ için

$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ ifadesine “**karekök a** ”

$\sqrt[3]{a}$ ifadesine “**küpkök a** ”

...

$\sqrt[n]{a}$ ifadesine “ **n . kuvvetten kök a** ” denir.

► Her köklü ifade reel sayı belirtmez.

- n tek ise $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$
- n çift ve $a \geq 0$ ise $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$
- n çift ve $a < 0$ ise $\sqrt[n]{a} \notin \mathbb{R}$ dir.

► $x^2 = -4$ ise $x \notin \mathbb{R}$ dir.

Çünkü x reel sayısının ikinci kuvveti (-4) olamaz.

$x = \sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$ dir.

Fakat $x^3 = -27 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-27} \in \mathbb{R}$
 $x = -3$ tür.

$\sqrt{2} \rightarrow$ reel sayıdır.

$\sqrt[3]{-7} \rightarrow$ reel sayıdır.

$\sqrt[4]{-5} \rightarrow$ reel sayı değildir.

Örnek Soru

$$\sqrt[8]{\frac{7x-1}{3}} + 5$$

ifadesinin reel sayı olması için x hangi koşulu sağlamalıdır?

Çözüm

Kök derecesi çift olduğundan kök içindeki ifade negatif olamayacağından;

$$\frac{7x-1}{3} + 5 \geq 0 \Rightarrow \frac{7x-1}{3} \geq -5$$

$$7x-1 \geq -15$$

$$7x \geq -14 \Rightarrow x \geq -2 \text{ olmalıdır.}$$

Örnek Soru

A bir reel sayı olmak üzere,

$$A = \frac{\sqrt{x-5} + \sqrt{5-x} + 5x-4}{x-2}$$

olduğuna göre, **A** kaçtır?

Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5 \\ 5-x \geq 0 \Rightarrow 5 \geq x \end{array} \right\} \Rightarrow x = 5 \text{ tir.}$$

$x = 5$, **A** da yerine yazılırsa,

$$\frac{0+0+5 \cdot 5-4}{5-2} = \frac{21}{3} = 7 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

Aşağıdakilerden hangisi bir rasyonel sayıdır?

A) $\sqrt{2} + 1$

B) $2\sqrt{2} - 1$

C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$

E) $\frac{2\sqrt{2}-2}{3\sqrt{2}-3}$

2010 - YGS

Çözüm

- A) $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ olduğundan $\sqrt{2} + 1 \notin \mathbb{Q}$ dur.
- B) $2\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ olduğundan $2\sqrt{2} - 1 \notin \mathbb{Q}$ dur.
- C) $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ olduğundan $\frac{1}{\sqrt{2}} \notin \mathbb{Q}$ dur.
- D) $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ ve $\sqrt{2} + 1 \notin \mathbb{Q}$ olduğundan $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} \notin \mathbb{Q}$ dur.
- E) $\frac{2\sqrt{2} - 2}{3\sqrt{2} - 3} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{3(\sqrt{2} - 1)} = \frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$ dur.

Yanıt E

KÖKLÜ İFADELERİN ÖZELLİKLERİ

1. Rasyonel Üs

$a \geq 0$ olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

2. Kök İçindeki İfadenin Kök Dışına Çıkarılması

n bir pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & n \text{ tek sayı ise,} \\ |a|, & n \text{ çift sayı ise,} \end{cases}$$

UYARI

$a \geq 0$ için $\sqrt[n]{a^n} = a$,
 $(\sqrt[n]{a})^n = a$ dir.

- $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$
- $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$
- $\sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3$
- $\sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} = \underbrace{|\sqrt{7} - 2|}_{\sqrt{7} - 2 > 0} = \sqrt{7} - 2$

3. Köklü İfadenin Üssünün Alınması

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \text{ dir.}$$

- $(\sqrt[7]{(-3)})^6 = \sqrt[7]{(-3)^6} = \sqrt[7]{3^6} = 3^{\frac{6}{7}}$

4. Kök İçindeki Bir Çarpanın Kök Dışına Çıkarılması

$a > 0$ olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \sqrt[n]{b} \text{ dir.}$$

- $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$
- $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$

5. Kök Dışındaki Bir Çarpanın Kök İçine Alınması

$$\frac{a}{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{\frac{a^n \cdot c}{b^n}}$$

Burada n çift sayı ise $\frac{a}{b} > 0$ olmalıdır.

- $\frac{4}{3} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot 8}$
- $a \cdot b \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{a^4 \cdot b^4}} = \sqrt[5]{\frac{a^5 \cdot b^5}{a^4 \cdot b^4}} = \sqrt[5]{a \cdot b}$

6. Bir Kökün Derecesini Genişletme veya Sadeleştirme,

k ve a pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a^m} = n \cdot k \sqrt[n]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[n]{a^{\frac{n}{k} \cdot \frac{m}{n}}} \text{ dir}$$

- $\sqrt[15]{5^{10}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[45]{5^{30}}$
- $\sqrt[5]{(-5)^{15}} = (-5)^3 = -125$
- $\sqrt[5]{(-2)^{30}} = (-2)^6 = 64$
- $\sqrt[10]{(2)^{30}} = 2^3 = 8$

Örnek Soru

$x < 0 < y$ olmak üzere,

$$\sqrt{25x^2} - \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[4]{16y^4}$$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2y - 6x$ B) $y - 6x$ C) $4x + 2y$
D) $y - 3x$ E) $4x - 2y$

Çözüm

$$\begin{aligned}\sqrt{25x^2} - \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[4]{16y^4} &= |5x| - x + |2y| \\ &= -5x - x + 2y \\ &= -6x + 2y \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$A = \sqrt{-x^2 + 6x - 9} + 4x - 1$$

ifadesi bir reel sayı olduğuna göre, A kaçtır?

- A) 3 B) 7 C) 9 D) 11 E) 12

Çözüm

$$A = \sqrt{-x^2 + 6x - 9} + 4x - 1 = \sqrt{-(x-3)^2} + 4x - 1,$$

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $(x-3)^2 \geq 0$ ve $-(x-3)^2 \leq 0$ dır.

A'nın reel sayı olması için $x-3=0$ olmalıdır.

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \text{ için,}$$

$$A = \sqrt{-(3-3)^2} + 4 \cdot 3 - 1 = 0 + 11 = 11 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Temel Matematik Konu Anlatımlı

Çözüm

Kök dereceleri 4, 3, 2 olup; OKEK(4, 3, 2) = 12 dir.

$$x = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{8}$$

$$y = \sqrt[3]{5^4} = \sqrt[12]{625}$$

$$z = \sqrt[2]{3^6} = \sqrt[12]{729}$$

Buna göre, $729 > 625 > 8 \Rightarrow z > y > x$ tir.

UYARI

Negatif köklü sayıların sıralanışında önce (–) işareti göz önünde bulundurulmadan sıralama yapılır. Sonra eksi işaretleri yazılarak eşitsizliklerin yönü değiştirilir.

Örnek Soru

$$x = -\sqrt{7}, \quad y = -\sqrt{11}, \quad z = -\sqrt{13}$$

sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

$$\sqrt{7} < \sqrt{11} < \sqrt{13} \text{ olduğundan}$$

$$-\sqrt{7} > -\sqrt{11} > -\sqrt{13} \Rightarrow x > y > z \text{ dir.}$$

KÖKLÜ İFADELERDE SIRALAMA

Kök dereceleri eşit olan köklü ifadelerde, kök içerisi büyük olan en büyüktür. Eğer kök derecesi eşit değilse eşit hale getirilip sıralama yapılır.

$$x > y > z \text{ ise } \sqrt[n]{x} > \sqrt[n]{y} > \sqrt[n]{z} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$x = \sqrt[4]{2}$$

$$y = \sqrt[3]{5}$$

$$z = \sqrt{3}$$

sayılarını sıralayınız.

KÖKLÜ İFADELERDE DÖRT İŞLEM

Toplama – Çıkarma İşlemi

Köklü ifadelerin dereceleri ve içlerindeki sayıları eşit ise toplanabilir veya çıkarılabilir.

$$a \cdot \sqrt[n]{x} \pm b \cdot \sqrt[n]{x} = (a \pm b) \cdot \sqrt[n]{x} \text{ tir.}$$

UYARI

$a, b \neq 0$ olmak üzere,

$$\sqrt{a^2 + b^2} \neq a^2 + b^2$$

$$\sqrt{a} \mp \sqrt{b} \neq \sqrt{a \mp b} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$3\sqrt{245} + 10\sqrt{20} - 5\sqrt{180} - 3\sqrt{45}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{5}$ E) $5\sqrt{5}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{49 \cdot 5} + 10\sqrt{4 \cdot 5} - 5\sqrt{36 \cdot 5} - 3\sqrt{9 \cdot 5} \\ &= 21\sqrt{5} + 20\sqrt{5} - 30\sqrt{5} - 9\sqrt{5} \\ &= (21 + 20 - 30 - 9)\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$\sqrt[3]{-625} + \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{125}$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $-3\sqrt[3]{5}$ B) $-\sqrt[3]{5}$ C) $\sqrt[3]{5}$ D) $2\sqrt[3]{5}$ E) $7\sqrt[3]{5}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{5 \cdot (-5)^3} + \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5^3} = -5\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} \\ &= \sqrt[3]{5}(-5 + 1 + 1) \\ &= -3\sqrt[3]{5} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

Çarpma – Bölme İşlemi

Kök kuvvetleri aynı (eşit) olan köklü ifadeler, çarpılıp bölünebilir. Kök kuvvetleri eşit değil ise, eşitlenerek çarpma ya da bölme işlemi yapılır.

m, n çift doğal sayı iken $a, b \in \mathbb{R}^+$

m, n tek doğal sayı iken $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{a \cdot b} \\ \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} &= \sqrt[m \cdot n]{a^m \cdot b^n} \\ &= \sqrt[m \cdot n]{a^m \cdot b^n} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \text{ ve } (b \neq 0)$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \frac{m \cdot \sqrt[n]{a^m}}{m \cdot \sqrt[n]{b^n}} = \sqrt[n]{\frac{a^m}{b^n}}, (b \neq 0)$$

$$\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36} = 6$$

$$\frac{\sqrt{75x^3}}{\sqrt{3x}} = \sqrt{\frac{75x^3}{3x}} = \sqrt{25x^2} = |5x|$$

$$\frac{\sqrt{72} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt{18} \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{72 \cdot 27}{18 \cdot 3}} = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$$

Örnek Soru

$$\frac{\sqrt{0,4} + \sqrt{0,9} - \sqrt{1,6}}{\sqrt{0,1} + \sqrt{1,6} - \sqrt{0,9}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{0,4} + \sqrt{0,9} - \sqrt{1,6}}{\sqrt{0,1} + \sqrt{1,6} - \sqrt{0,9}} &= \frac{\sqrt{\frac{4}{10}} + \sqrt{\frac{9}{10}} - \sqrt{\frac{16}{10}}}{\sqrt{\frac{1}{10}} + \sqrt{\frac{16}{10}} - \sqrt{\frac{9}{10}}} \\ &= \frac{2+3-4}{1+4-3} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$\frac{\sqrt{10^x + 10^x + 10^x}}{\sqrt{5^x + 5^x + 5^x}} = 0,25$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

Çözüm

$$\frac{\sqrt{10^x + 10^x + 10^x}}{\sqrt{5^x + 5^x + 5^x}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^x}{3 \cdot 5^x}} = \sqrt{\left(\frac{10}{5}\right)^x} = \sqrt{2^x}$$

$$\sqrt{2^x} = 0,25 = \frac{1}{4} = 2^{-2}$$

$$2^{\frac{x}{2}} = 2^{-2} \Rightarrow \frac{x}{2} = -2 \Rightarrow x = -4 \text{ olur.}$$

Yanıt B

PAYDANIN RASYONEL YAPILMASI (Paydanın kökten kurtarılması)

Payda tek terimli ise

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \frac{a \cdot \sqrt[n]{b^{n-m}}}{b} \text{ dir. } (n > m \text{ ve } b \neq 0)$$

$$\frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\frac{20}{\sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5}}{5} = 4\sqrt{5}$$

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{2^{3-1}}}{2} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$$

$$\frac{7}{\sqrt[5]{3^4}} = \frac{7\sqrt[5]{3}}{3}$$

Rasyonel ifadenin paydasında

$x \pm \sqrt{y}$, $\sqrt{x} \pm \sqrt{y}$, $\sqrt{x} \pm y$ gibi ifadeler varsa,

$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y)$ özdeşliğinden faydalanılarak ifade rasyonel yapılır.

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} \left(\text{veya } \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} \right) \text{ şeklindeki ifadelerde}$$

$$(\sqrt{b} - \sqrt{c}) \cdot (\sqrt{b} + \sqrt{c}) = b - c$$

olacağından paydada iki kare farkı elde edilerek payda kökten kurtarılmış olur.

Örnek Soru

$$\frac{1}{\sqrt{2} + 1} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

2009 – Mat. 1

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2} + 1} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} &= \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}^2 - 1^2} - \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}^2 - 1^2} \\ &= \frac{\sqrt{2} - 1}{1} - \frac{\sqrt{2} + 1}{1} \\ &= \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} - 1 \\ &= -2 \end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$\frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}-1$
D) $\sqrt{3}+1$ E) $2\sqrt{3}-1$

2010 - YGS

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} &= \frac{6\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} - \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} \\ &= \frac{6\sqrt{3}}{3} - \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1 \\ &= \sqrt{3} + 1 \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$\frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1} &= \frac{\sqrt{5}+1}{(\sqrt{5})^2-1^2} - \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5})^2-1^2} \\ &= \frac{\sqrt{5}+1}{4} - \frac{\sqrt{5}-1}{4} \\ &= \frac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{4} \\ &= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{7}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $-\sqrt{7}$ D) $-\sqrt{5}$ E) $-2\sqrt{7}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} &= \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} + \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} \\ &= \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{2} + \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2} \\ &= \sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$a = \frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{2}+1}$$

olduğuna göre, $\frac{\sqrt{10}-1}{\sqrt{2}-1}$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3a B) 9a C) $\frac{a}{3}$ D) $\frac{9}{a}$ E) $\frac{3}{a}$

Çözüm

$$a = \frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{2}+1} \dots (1)$$

$$b = \frac{\sqrt{10}-1}{\sqrt{2}-1} \dots (2)$$

(1) ile (2) taraf tarafa çarpılırsa

$$a.b = \frac{(\sqrt{10}+1)(\sqrt{10}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{10-1}{2-1} = 9$$

$$b = \frac{9}{a} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

KÖK İÇİNDE KÖKLÜ İFADELER

$$1. \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{\sqrt[r]{a}}} = \sqrt[n \cdot m \cdot r]{a}$$

$$\sqrt[n]{c} \sqrt[m]{b} \sqrt[r]{a} = \sqrt[n \cdot m \cdot r]{c^m \cdot b^r \cdot a}$$

($n \cdot m \cdot r$ çarpımı çift sayı ise $a \geq 0$ olmalıdır.)

$$\triangleright \quad \sqrt[5]{3\sqrt{2}} = \sqrt[30]{2}$$

$$\sqrt[3]{2} \sqrt[4]{5} \sqrt[3]{2} = \sqrt[36]{2^{12} \cdot 5^3 \cdot 2} = \sqrt[36]{2^{13} \cdot 5^3}$$

$$2. \quad \sqrt{a+2\sqrt{b}} \text{ veya } \sqrt{a-2\sqrt{b}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x > y > 0 \\ a = x + y \\ b = x \cdot y \end{array} \right\} \text{ olmak üzere } x, y \in \mathbb{R} \text{ sayıları varsa}$$

$$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{(\sqrt{x} \pm \sqrt{y})^2} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y} \text{ dir.}$$

$$\triangleright \quad \sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

↓
2.3

$$\triangleright \quad \sqrt{7-2\sqrt{10}} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

↓
2.5

$$\triangleright \quad \sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{7+2\sqrt{4 \cdot 3}} = \sqrt{4} + \sqrt{3}$$

$= 2 + \sqrt{3}$

$$\triangleright \quad \sqrt{8-\sqrt{60}} = \sqrt{8-\sqrt{4 \cdot 15}} = \sqrt{8-2\sqrt{15}}$$

↓
3.5

$= \sqrt{5} - \sqrt{3}$

Örnek Soru

$$\sqrt{6-2\sqrt{5}} \text{ ve } \sqrt{6+2\sqrt{5}}$$

sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $6+\sqrt{6}$

Çözüm

$$\frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}} + \sqrt{6+2\sqrt{5}}}{2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{1} + \sqrt{5} + \sqrt{1}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{2}$$

$$= \sqrt{5}$$

Yanıt C

Temel Matematik Konu Anlatımlı

Örnek Soru

$$\sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{3+\sqrt{5}}$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{3}$

Çözüm

$$\sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{3+\sqrt{5}} = \sqrt{3-\sqrt{\frac{4}{4} \cdot 5}} + \sqrt{3+\sqrt{\frac{4}{4} \cdot 5}}$$

$$= \sqrt{3-2\sqrt{\frac{5}{4}}} + \sqrt{3+2\sqrt{\frac{5}{4}}}$$

$\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2}$ $\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$$= \sqrt{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2} + \frac{1}{2}}$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{5}{2}} = 2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

1. $4 \cdot \sqrt{2 + \frac{1}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

2. $\sqrt{80 \sqrt{\frac{1}{25}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

3. $\sqrt[3]{5 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\frac{20}{\sqrt{5}} : \frac{\sqrt{20}}{5}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) 1 C) $\sqrt{5}$ D) 5 E) 10

5. $\frac{\sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{8}}{2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 0 E) 1

6. $\frac{2\sqrt{63} - \sqrt{112}}{\sqrt{7}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $\frac{\sqrt{80} - \sqrt{45} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) 3 C) 4 D) $2\sqrt{5}$ E) 5

8. $\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{32} - \sqrt{50}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

9.
$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{20}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) 3 D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{5}$

10.
$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

11.
$$\sqrt{1,6} + \sqrt{2,5} - \sqrt{3,6}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) $3\sqrt{10}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{10}$

12.
$$(\sqrt{0,32} - \sqrt{0,18}) \cdot \sqrt{2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

13.
$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{2}$ B) 2 C) 3 D) 1 E) -1

14.
$$\sqrt{0,16} + \sqrt{0,64} - \sqrt{0,81}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

15.
$$\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 3

16.
$$\frac{1}{2-2\sqrt{2}} - \frac{1}{2+2\sqrt{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\sqrt{2}$ B) -1 C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

1. $\sqrt{3a+b} + \sqrt{8-2b} = 0$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) $-\frac{4}{3}$ C) 3 D) 4 E) 8

2. $\sqrt{5x+2} + \sqrt{2x-7}$

ifadesinin tanımlı olabilmesi için x in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $9^{-\frac{1}{2}} + 27^{-\frac{2}{3}} + 81^{-\frac{3}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{9}{27}$ B) $\frac{11}{27}$ C) $\frac{13}{27}$ D) $\frac{15}{27}$ E) $\frac{17}{27}$

4. $a < 0$ olmak üzere,

$$\frac{\sqrt{a^2} - \sqrt[3]{(-a)^3} + \sqrt[7]{a^7}}{\sqrt[4]{a^4}}$$

ifadesinin değeri nedir?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 3 E) a

5. $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt[5]{3}$, $z = \sqrt[10]{20}$

sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < y < z$ B) $y < x < z$ C) $z < x < y$
D) $x < z < y$ E) $y < z < x$

6. $\frac{1}{3+2\sqrt{2}} - \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $4\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 0 D) $-2\sqrt{2}$ E) $-4\sqrt{2}$

7. $\sqrt{3} = x$
 $\sqrt{2} = y$

olduğuna göre, $\sqrt{48} + \sqrt{50} - \sqrt{32}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2x - y$ B) $4x + y$ C) $x + y$
D) $x - 2y$ E) $x - y$

8. $\sqrt[3]{-0,027} - \sqrt[3]{0,008}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{10}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) $-\frac{7}{8}$

9. $\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{375}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C)
- $\sqrt[3]{2}$
- D)
- $\sqrt[3]{3}$
- E)
- $2\sqrt[3]{3}$

10. $\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)
- $3\sqrt[3]{2}$
- B)
- $2\sqrt[3]{2}$
- C)
- $\sqrt[3]{2}$
- D)
- $-\sqrt[3]{2}$
- E)
- $-2\sqrt[3]{2}$

11. $\sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{125}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}} - \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D)
- $\sqrt[3]{3}$
- E)
- $2\sqrt[3]{3}$

13. $\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)
- $\sqrt[4]{3}$
- B)
- $\sqrt[4]{6}$
- C)
- $\sqrt[4]{8}$
- D)
- $\sqrt[3]{2}$
- E)
- $\sqrt[3]{3}$

14. $\sqrt[3]{2\sqrt{8\sqrt{\frac{1}{4}}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B)
- $\sqrt{3}$
- C)
- $\sqrt[3]{2}$
- D)
- $\sqrt[3]{4}$
- E) 2

15. $\sqrt[3]{8^{x+1}} = 16$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

16. $\frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{(-2)^3}} = 3^{x+2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1. $\sqrt[3]{\sqrt{2^2} \sqrt[3]{2^3}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt[18]{2^5}$ B) $\sqrt[3]{2}$ C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt[8]{2^5}$

2. $\sqrt[5]{a^2}$ sayısının $\sqrt{a^5}$ sayısına oranı kaçtır?

- A) $a^{\frac{1}{10}}$ B) $a^{-\frac{21}{10}}$ C) $a^{-\frac{10}{21}}$ D) $a^{-\frac{1}{10}}$ E) a^{-1}

3. $\sqrt[3]{4^a} = 2^{a-2}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\sqrt{2^{\frac{x-3}{2}}} = 8$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 9 B) 15 C) 27 D) 67 E) 81

5. $x > 1$ ve $x \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$$\sqrt[x]{\frac{2^{x+4}}{16}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

6. $\sqrt{17^2 - 15^2} - \sqrt{8^2 + 6^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -12

7. $\frac{\sqrt{7 - \sqrt{48}}}{2 - \sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $2\sqrt{3}$

8. $\sqrt{6 + \sqrt{20}} - \sqrt{6 - \sqrt{20}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-2\sqrt{5}$ B) 1 C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$

9. $\sqrt[3]{\sqrt{9^{x+1}}} = 81$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

10. $\sqrt{6+4\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $\sqrt{15-6\sqrt{6}} + \sqrt{6}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

12. $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) $-\sqrt{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

13. $3^{(\sqrt{2}+1)} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{2}{\sqrt{2}-1}}$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

14. $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1}} = \frac{27}{8}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

15. $\sqrt[4]{\frac{6^8-3^8}{2^8-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

16. $m = \sqrt{3}$ ve $n = \sqrt{2}$ olmak üzere,

$$x = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{18}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

olduğuna göre, x in m ve n türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m^2.n$ B) $m.n$ C) $-m.n$ D) $m.n^2$ E) $\frac{1}{m.n}$

17. $\sqrt{2x-3} - \sqrt{3x+5}$

ifadesi bir reel sayı olduğuna göre, x yerine aşağıdakilerden hangisi yazılamaz?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. $\frac{\sqrt{20^{10}}}{\sqrt{40^5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2^5 B) $10^{\frac{5}{2}}$ C) 5^5 D) $2^{\frac{5}{2}}$ E) 10^5

19. $\frac{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{2}{3-\sqrt{3}}}{2^{-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}+3$
D) $6\sqrt{3}+2$ E) $\sqrt{3}+1$

20. $a = \sqrt{5}$, $b = \sqrt{3}$, $c = \sqrt[3]{2}$

olduğuna göre, $\sqrt{300}$ ifadesinin a, b, c türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ab^2c B) $b\sqrt{ac}$ C) $a^2b^2c\sqrt{c}$
D) abc E) a^2bc^3

21. x, y, z birbirinden farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{\sqrt{xy} \cdot \sqrt{y} \cdot \sqrt{xyz}}{xy\sqrt{z}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) xyz B) $\sqrt{xyz}$ C) $\sqrt{y}$ D) $\sqrt{x}$ E) $\sqrt{z}$

22. a < 0 olmak üzere,

$$\frac{\sqrt[4]{a^4} + \sqrt{(-a)^2} - \sqrt[3]{(-a)^3}}{\sqrt[3]{(-a)^3}}$$

ifadesinin değeri nedir?

- A) 1 B) $\sqrt[3]{a}$ C) -1 D) $-\frac{1}{a^2}$ E) $-\frac{1}{a}$

23. $\frac{2\sqrt{15^2-12^2} - \sqrt{196}}{\sqrt{5^3+10^2} - \sqrt{289}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

24. $\frac{\sqrt{6!} + \sqrt{7!}}{\sqrt{6!}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $1+\sqrt{5}$ B) $1+\sqrt{7}$ C) 24 D) $\sqrt{6!}$ E) $\sqrt{7!}$

1. Aşağıdaki sayılardan hangisi irrasyonel sayı değildir?

- A) $\sqrt{175}$ B) $\sqrt{108}$ C) $\sqrt{256}$
D) $\sqrt{243}$ E) $\sqrt{250}$

2. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[4]{2}$ B) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{8}$
C) $\frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{3}} = 3$ D) $\frac{\sqrt{3} : \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
E) $(\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3})^2 = 9$

3. $\frac{\sqrt{0,04} + \sqrt{0,09}}{\sqrt{0,01} - \sqrt{0,36}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $\sqrt{\frac{1}{32}} - \sqrt{\frac{1}{8}} + \sqrt{\frac{9}{128}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{32}$

5. $\frac{\sqrt{0,2} + \sqrt{0,5} - \sqrt{0,1}}{\sqrt{20} - \sqrt{10} + \sqrt{50}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{10}$

6. $\sqrt{19^2 - 6^2} - \sqrt{6^2 + 9^2} + \sqrt{2^2 + 3^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $2\sqrt{13}$ C) $3\sqrt{13}$
D) $4\sqrt{13}$ E) $5\sqrt{13}$

7. $\sqrt{2} < \sqrt[3]{x} < \sqrt{3}$

eşitsizliğini sağlayan x in pozitif tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

8. $a = \sqrt{10^{-1}}$, $b = \sqrt[3]{2^{-2}}$, $c = \sqrt[4]{5^{-3}}$

olduğuna göre, a, b, c nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $c < a < b$
D) $c < b < a$ E) $a < c < b$

9.
$$\frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}} : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) $\frac{\sqrt{x}-1}{x}$ C) 1 D) $\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ E) $\frac{\sqrt{x}+1}{x}$

10. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$$

olduğuna göre, $\frac{\sqrt{12x}}{\sqrt{8y}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{7}{8}$

11.
$$\frac{A}{2} = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$$

olduğuna göre, A kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) 4 C) $\sqrt{2}-1$
D) $1-\sqrt{2}$ E) $4-2\sqrt{2}$

12.
$$\sqrt{1-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{1-\frac{1}{4}} \cdot \dots \cdot \sqrt{1-\frac{1}{27}} = a$$

olduğuna göre, a nın $\frac{1}{\sqrt{3}}$ katı kaçtır?

A) 3 B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

13.
$$\sqrt{\sqrt{\left(\frac{34}{9}-1\right)}}-1=x$$

olduğuna göre, 3x kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ E) 3

14.
$$x = 4 - \sqrt{3}$$

olduğuna göre, $\sqrt{12}$ nin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 - x B) 2 - x C) 8 - 2x
D) x - 10 E) x - 6

15. a ile b pozitif reel sayılar olmak üzere,

$$\sqrt{a^2 + 4b + 4a\sqrt{b}} = a + 8$$

$$2a = \sqrt{b}$$

olduğuna göre, $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 8

16.
$$\sqrt{\sqrt{4-\sqrt{12}}(\sqrt{3}+1)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}+1$ D) 2 E) $\sqrt{3}-1$

1. $\frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt{2x+1}}{\sqrt{3x+1}}$

ifadesinin tanımlı olabilmesi için x in en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$
D) $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3} < x \leq \frac{1}{2}$

2. $\sqrt{45 : \sqrt{31 - \sqrt{12 \cdot \sqrt{13 - \sqrt{16}}}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $\left[(\sqrt{2}+1)^2 - (\sqrt{2}-1)^2 \right]^3$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) $16\sqrt{2}$ D) 128 E) $128\sqrt{2}$

4. $a < 0$ olmak üzere,

$$\frac{a\sqrt{a^2} + 4a + 4\sqrt{a^2}}{a + 2\sqrt{a^2}}$$

ifadesinin değeri nedir?

- A) $\frac{a+8}{3}$ B) $a+2$ C) $-a+2$ D) a E) $a+4$

5. $\sqrt{216}$ sayısının yaklaşık değerinin hesaplanabilmesi için aşağıdaki irrasyonel sayılardan hangisinin yaklaşık değerinin bilinmesi gerekir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

6. $\sqrt{2^{x+3}} = \sqrt[3]{4^{2x+1}}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{8}}{2^{\frac{3}{2}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2^{\frac{1}{4}}$ B) $2^{\frac{5}{12}}$ C) $2^{\frac{7}{12}}$ D) $2^{\frac{3}{4}}$ E) $2^{\frac{11}{12}}$

8. $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{20} + \sqrt{30} + \sqrt{40}}{\sqrt{15} + 2\sqrt{5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $1+\sqrt{2}$ B) $1+\sqrt{3}$ C) $1+\sqrt{5}$
D) $1+\sqrt{6}$ E) 1

9. $\frac{(19-8\sqrt{3}).(\sqrt{3}+4)}{4-\sqrt{3}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 13 D) 15 E) 19

10. $\frac{2-\sqrt{6}}{3+\sqrt{15}} : \frac{\sqrt{6}-3}{\sqrt{6}+\sqrt{10}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

11. $\frac{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 1}{\frac{1}{\sqrt{x}}} \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} + 1}{\frac{1}{\sqrt{x}} + x}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $2\sqrt{x}$ C) x D) $-\sqrt{x}$ E) $\frac{1}{\sqrt{x}}$

12. $\frac{b-1}{b-\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ B) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}-1}$ C) $\sqrt{2}+1$
D) $\sqrt{2}-1$ E) 0

13. $a+b=13$ ve $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{13}{15}$

olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

- A) 17 B) 15 C) 13 D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{5}$

14. $\sqrt{2x} - \sqrt{8x} + \sqrt{32x} = 30$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 10 B) 20 C) 35 D) 45 E) 50

15. a ile b pozitif reel sayı ve $a \neq b$ olmak üzere,

$$\frac{b\sqrt{a} - a\sqrt{b}}{2ab - 2a\sqrt{ab}} = 2^{-3}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

16. $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{8^y} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\sqrt{(-3)^{-4x}} \cdot \sqrt{27^y} = 9$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

7.ÜNİTE

ÖZDEŞLİKLER – ÇARPANLARA AYIRMA

KAZANIM

- ❁ İki kare farkı, tam kare, özdeşlikleri, üç terimli ifadenin karesi, tam küp farkı özdeşliklerini, binom açılımı kullanarak çarpanlara ayırma uygulamaları yapar.
- ❁ Ortak çarpan parantezine alma ve gruplandırarak ortak çarpan parantezine alma yöntemlerini uygular.
- ❁ $x^2 + bx + c$ ve $ax^2 + bx + c$ gibi üç terimli polinomları çarpanlarına ayırır.
- ❁ Terim ekleyerek veya çıkararak çarpanlara ayırma uygulamaları yapar.
- ❁ $x^n \pm y^n$ biçimindeki ifadeleri çarpanlarına ayırır.
- ❁ Çok terimli ifadeleri değişken değiştirme yöntemi ile çarpanlarına ayırır.
- ❁ Rasyonel ifadeleri çarpanlarına ayırarak sadeleştirir ve işlemler yapar.

ÖZDEŞLİKLER

İki Kare Farkı Özdeşliği

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b) \text{ dir.}$$

$$4a^2 - 25b^2 = (2a)^2 - (5b)^2 = (2a - 5b) \cdot (2a + 5b)$$

$$x^4 - y^6 = (x^2)^2 - (y^3)^2 = (x^2 - y^3) \cdot (x^2 + y^3)$$

$$a - b = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

Örnek Soru

$$2.a = (2012)^2 - (2010)^2$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2010 B) 4010 C) 4012
D) 4022 E) 4024

Çözüm

$$2.a = (2012)^2 - (2010)^2$$

$$2.a = (2012 - 2010) \cdot (2012 + 2010)$$

$$2.a = 2.4022$$

$$a = 4022 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$(a + 1)^2 - (a - 1)^2$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) a B) 2a C) 3a D) 4a E) 5a

2010 – YGS

Çözüm

$$(a + 1)^2 - (a - 1)^2 = (a + 1 + a - 1)(a + 1 - a + 1) \\ = 2a.2 = 4a$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$a + b + c = A$$

$$a - b - c = B$$

olduğuna göre, $A^2 - B^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4a(b + c)$ B) $4b(a + c)$ C) $2c(a + b)$
D) $2a(b - c)$ E) $2b(a - c)$

2009 – Mat. 1

Çözüm

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \\ = (a + b + c + a - b - c)(a + b + c - a + b + c) \\ = 2a.2(b + c) = 4a(b + c)$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$\frac{1}{x+1} + x - 1 = \frac{1}{x^2}$$

olduğuna göre, $x^3 - 1$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{x-1}$ B) $\frac{1}{x}$ C) $\frac{x-1}{x}$ D) $-x$ E) $\frac{1}{x+1}$

2011 – YGS

Çözüm

$$\frac{1}{x+1} + x - 1 = \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{1 + (x-1)(x+1)}{x+1} = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{x^2}{x+1} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^4 = x+1$$

$$x^4 - x = 1 \Rightarrow x(x^3 - 1) = 1$$

$$x^3 - 1 = \frac{1}{x}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$4x^2 - y^2 = 21$$

$$2x + y = 3$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

Çözüm

$$4x^2 - y^2 = 21 \Rightarrow (2x)^2 - y^2 = 21$$

$$(2x - y)(2x + y) = 21$$

(iki kare farkı özdeşliği kullanıldı.)

$$(2x - y) \cdot 3 = 21 \Rightarrow 2x - y = 7 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{array}{r} 2x - y = 7 \\ + 2x + y = 3 \\ \hline 4x = 10 \end{array}$$

$$x = \frac{5}{2} \text{ ve } y = -2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$x - y = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 13$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 85 B) 92 C) 103 D) 113 E) 124

Çözüm

$$x - y = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 13 \\ + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ \hline 2\sqrt{x} = 14 \\ \sqrt{x} = 7 \\ x = 49 \\ y = 36 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Buradan $x + y = 49 + 36 = 85$ tir.

Yanıt A

Tam Kare Özdeşlikleri

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ dir.}$$

Bu eşitliklerden,

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab \text{ bulunur.}$$

► $(a + 2)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 = a^2 + 4a + 4$

► $(2x - 3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

► $\left(m + \frac{4}{m}\right)^2 = m^2 + 2 \cdot m \cdot \frac{4}{m} + \left(\frac{4}{m}\right)^2$

$$= m^2 + 8 + \frac{16}{m^2}$$

Örnek Soru

$$a^2 + 3ab = 9$$

$$b^2 - ab = 7$$

olduğuna göre, a + b toplamının pozitif değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

$$\begin{array}{r} a^2 + 3ab = 9 \\ + \quad b^2 - ab = 7 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 = 16 \\ (a + b)^2 = 16 \end{array}$$

ise $a + b = 4$ veya $a + b = -4$ bulunur.

Buna göre, $a + b$ toplamının pozitif değeri 4 tür.

Yanıt B

Örnek Soru

$a > b$ olmak üzere,

$$a^2 + b^2 = 11$$

$$a.b = 3$$

olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) 1 D) $-\sqrt{3}$ E) $-\sqrt{5}$

Çözüm

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$11 = (a - b)^2 + 2.3$$

$$5 = (a - b)^2$$

olduğuna göre, $a - b = \pm\sqrt{5}$ tir.

$a > b$ ise $a - b = \sqrt{5}$ bulunur.

Yanıt A

Örnek Soru

$$x - \frac{2}{x} = 3\sqrt{2}$$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{4}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

Çözüm

$$\left(x - \frac{2}{x}\right)^2 = x^2 - 2.x.\frac{2}{x} + \left(-\frac{2}{x}\right)^2$$

$$(3\sqrt{2})^2 = x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}$$

$$18 = x^2 + \frac{4}{x^2} - 4$$

$$x^2 + \frac{4}{x^2} = 22 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$A = 2998$$

$$B = 2994$$

olduğuna göre, $(A + B)^2 - 4AB$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -16 B) -8 C) 0 D) 8 E) 16

Çözüm

$$(A + B)^2 - 4AB = (A - B)^2 \text{ dir.}$$

A ve B değerleri yerine yazıldığında

$$(A - B)^2 = (2998 - 2994)^2 = 4^2 = 16 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$x^2 + y^2 + 6x + 10y = -34$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

$$x^2 + y^2 + 6x + 10y + 34 = 0 \text{ olup}$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 10y + 25 = 0 \text{ şeklinde düzenlenir.}$$

$$(x + 3)^2 + (y + 5)^2 = 0 \text{ olur.}$$

Eşitliğin sağlanması için $x = -3$, $y = -5$ olmalıdır.

$$\text{Buna göre, } \frac{x}{y} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

Üç Terimli İfadenin Karesi

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

$$(x + y - 2)^2 = x^2 + y^2 + (-2)^2 + 2(x.y + x.(-2) + y.(-2)) \\ = x^2 + y^2 + 4 + 2xy - 4x - 4y \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$a + b + c = 14$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 84$$

$$a^2 = b.c$$

olduğuna göre, **b.c** çarpımı kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 24 D) 32 E) 48

Çözüm

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$14^2 = 84 + 2ab + 2ac + 2a^2$$

$$196 - 84 = 2a(b + c + a)$$

$$112 = 2a.14$$

$$a = 4 \text{ olur. } a = 4 \text{ ise } a^2 = b.c$$

$$b.c = 16 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Tam Küp Özdeşlikleri

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \text{ olduğundan,}$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \text{ olduğundan}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) \text{ olur.}$$

$$(a + 1)^2 = a^3 + 3.a^2.1 + 3.a.1^2 + 1^3$$

$$= a^3 + 3a^2 + 3a + 1$$

$$(x - 2)^3 = x^3 - 3x^2.2 + 3.x.2^2 - 2^3$$

$$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

Örnek Soru

$$a^3 - 3a^2 + 3a + 26 = 0$$

olduğuna göre, **a** kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

$$a^3 - 3a^2 + 3a + 26 = 0$$

$$\underbrace{a^3 - 3a^2 + 3a - 1} + 27 = 0$$

$$(a - 1)^3 + 27 = 0$$

$$(a - 1)^3 = -27$$

$$a - 1 = -3$$

$$a = -2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Toplamları 6 ve çarpımları 4 olan iki sayının küpleri toplamı kaçtır?

- A) 72 B) 108 C) 144 D) 196 E) 288

Çözüm

$x + y = 6$ ve $x \cdot y = 4$ olsun.

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 6^3 - 3 \cdot 4 \cdot 6 \\ &= 216 - 72 \\ &= 144 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

İki Küp Toplamı ve İki Küp Farkı Özdeşlikleri

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright a^3 + 8 &= (a + 2)(a^2 - a \cdot 2 + 2^2) \\ &= (a + 2)(a^2 - 2a + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright x^3 - 125 &= (x - 5)(x^2 + x \cdot 5 + 5^2) \\ &= (x - 5)(x^2 + 5x + 25) \end{aligned}$$

Örnek Soru

Birbirinden farklı a ve b sayıları için,

$$\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} = b - a$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 4

2011-YGS

Çözüm

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{a \cdot b} \dots (1)$$

$$\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} = b - a \Rightarrow \frac{a^3 - b^3}{a \cdot b} = b - a$$

$$\frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a \cdot b} = -(a - b)$$

$$a^2 + ab + b^2 = -ab$$

$$a^2 + b^2 = -2ab \dots (2)$$

(2) deki $a^2 + b^2$ değeri (1) de yerine yazılırsa;

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{a \cdot b} = \frac{-2ab}{a \cdot b} = -2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$\frac{x^3 - 64}{x^2 + 4x + 16} = 5$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

$$\frac{x^3 - 64}{x^2 + 4x + 16} = 5$$

$$\frac{(x - 4)(x^2 + 4x + 16)}{(x^2 + 4x + 16)} = 5$$

$$x - 4 = 5 \Rightarrow x = 9 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

PASKAL ÜÇGENİ

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere, $(a + b)^n$ açılımında terimlerin katsayılarını bulmak için kullanılan pratik bir yoldur.

$$\begin{array}{ccccccc} & & 1 & & & & \rightarrow (a+b)^0 = 1 \\ & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & \\ 1 & & 1 & & 1 & & \rightarrow (a+b)^1 = a+b \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \\ 1 & & 2 & & 1 & & \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \rightarrow (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{array}$$

Temel Matematik Konu Anlatımlı

$(a + b)^5$ in açılımını yaparken paskal üçgeninden yararlanılır. a nın kuvveti 5 ten başlayarak birer azalır, b nin kuvveti de sıfırdan başlayarak birer artırılır ve paskal üçgenindeki katsayılar yerleştirilirse,

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & 1 & & 1 & & \\ & & 1 & & 2 & & 1 & \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \end{array}$$

$\Rightarrow (a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$ olur. $(a - b)^5$ açılımında işaretler (+) dan başlayarak birer (+), bir (-) olarak devam eder.

$(a - b)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5a.b^4 - b^5$ olur.

$(2a - 3b)^4$ ün açılımı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}(2a - 3b)^4 &= (2a)^4 - 4(2a)^3 \cdot (3b) + 6(2a)^2 \cdot (3b)^2 \\ &\quad - 4(2a)(3b)^3 + (3b)^4 \\ &= 16a^4 - 96a^3b + 216a^2b^2 - 216ab^3 + 81b^4\end{aligned}$$

Açılım yukarıdaki gibi paskal üçgeni yardımıyla yapılabildiği gibi kombinasyon yardımıyla da yapılabilir.

$$\begin{aligned}(2a - 3b)^4 &= \binom{4}{0}(2a)^4 - \binom{4}{1}(2a)^3(3b) + \binom{4}{2}(2a)^2 \cdot (3b)^2 \\ &\quad - \binom{4}{3}(2a)(3b)^3 + \binom{4}{4}(3b)^4 \\ &= 16a^4 - 96a^3b + 216a^2b^2 - 216ab^3 + 81b^4\end{aligned}$$

UYARI

$$\begin{aligned}(a + b)^n &= \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \binom{n}{2}a^{n-2} \cdot b^2 + \\ &\quad \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \dots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \dots + \binom{n}{n}b^n \text{ dir.}\end{aligned}$$

ÇARPANLARA AYIRMA YÖNTEMLERİ

Bir ifadeyi çarpanlarına ayırmak, çarpımları o ifadeyi veren çarpanları bulmaktır.

Çarpanlara ayırmak için bazı yöntemler kullanılır.

Ortak Çarpan Parantezine Alma

İçinde ortak çarpan bulunan ifadelerde bu yöntem kullanılır. Ortak çarpan olarak ifadelerin OBEB'i (ortak harflerin en küçük üslüsü) alınır.

Ya da ortak çarpan olan ifade çarpanının toplama üzerine dağılma özelliğinden yararlanılarak çarpanlarına ayırır.

Örnek Soru

$ax - bx$ ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

Çözüm

$ax - bx$ ifadesinde ortak çarpan x tir.

$ax - bx = x(a - b)$ elde edilir.

x ve $(a - b)$, $ax - bx$ ifadesinin çarpanlarıdır.

Örnek Soru

$5x - 15$ ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

Çözüm

Bu ifadede ortak çarpan 5 tir.

$5x - 15 = 5(x - 3)$ elde edilir.

Örnek Soru

$a^3 - 9a$ ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

Çözüm

Ortak çarpan a dir.

$a^3 - 9a = a(a^2 - 9) = a \cdot (a - 3)(a + 3)$ elde edilir.

Örnek Soru

$2^{a+3} + 3 \cdot 2^{a+1}$ ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

Çözüm

Ortak çarpan 2^{a+1} dir.

$2^{a+3} + 3 \cdot 2^{a+1} = 2^{a+1} \cdot (2^2 + 3) = 7 \cdot 2^{a+1}$ bulunur.

Örnek Soru

$$(2x - 3)^2 - 8x + 12$$

ifadesinin bir çarpanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 17$ B) $2x + 3$ C) $2x - 7$
D) $2x - 5$ E) $x - 7$

Çözüm

$$\begin{aligned}(2x - 3)^2 - 8x + 12 &= (2x - 3)^2 - 4(2x - 3) \\ &= (2x - 3)(2x - 3 - 4) \\ &= (2x - 3)(2x - 7)\end{aligned}$$

Yanıt C

UYARI

$n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,
 $(a-b)^{2n} = (b-a)^{2n}$
 $(a-b)^{2n-1} = -(b-a)^{2n-1}$ dir.

Örnek Soru

$$(2-a)^2 \cdot (3-x) + (2-a)(x-3)^2$$

ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

Çözüm

$(x-3)^2 = (3-x)^2$ olduğundan ortak çarpan $(2-a) \cdot (3-x)$ tir.
 $(2-a)^2 \cdot (3-x) + (2-a)(x-3)^2 = (2-a)(3-x)[(2-a) + (3-x)]$
 $= (2-a)(3-x)(5-a-x)$ olur.

Örnek Soru

$$x^3 - 2y = 7$$

$$x^4 - 2xy = 21$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 4 D) 9 E) 11

2010 – YGS

Çözüm

$$x^3 - 2y = 7 \dots (1)$$

$$x^4 - 2xy = 21 \dots (2)$$

$$x^4 - 2xy = 21 \quad ((1), (2) \text{ de yerine yazılacak})$$

$$x(x^3 - 2y) = 21$$

$$x \cdot 7 = 21$$

$$x = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Gruplandırma Yoluyla Çarpanlara Ayırma

Verilen ifadenin terimleri gruplara ayrılıp, her grupta bulunan ortak çarpanın parantezine alınır.

Örnek Soru

$$ax - by + bx - ay$$

ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} ax - by + bx - ay &= ax - ay + bx - by \\ &= a(x - y) + b(x - y) \\ &= (x - y)(a + b) \end{aligned}$$

Örnek Soru

$$a^3 - a^2 + a - 1$$

ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} a^3 - a^2 + a - 1 &= (a^3 - a^2) + (a - 1) = a^2(a - 1) + (a - 1) \\ &= (a - 1)(a^2 + 1) \end{aligned}$$

Örnek Soru

$$x(3y - 1) - (3y - x^2)$$

ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} x(3y - 1) - (3y - x^2) &= 3xy - x - 3y + x^2 \\ &= (3xy - 3y) + (x^2 - x) \\ &= 3y(x - 1) + x(x - 1) \\ &= (x - 1)(3y + x) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Üç Terimli İfadelerin Çarpanlara Ayrılması

1) $x^2 + bx + c$ şeklindeki ifadelerin çarpanlara ayrılması

$$\begin{array}{cc} x^2 + bx + c \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad +m \\ x \quad +n \end{array}$$

$x^2 + bx + c$ şeklindeki ifadeler çarpanlara ayrılırken çarpımları c ye, toplamları b ye eşit olan iki sayı bulunur.

$m \cdot n = c$ ve $m + n = b$ ise

$x^2 + bx + c = (x + m) \cdot (x + n)$ dir.

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3) \cdot (x + 4)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad +3 \\ x \quad +4 \end{array}$$

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3) \cdot (x - 1)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad -3 \\ x \quad -1 \end{array}$$

$$a^2 - 3a - 4 = (a - 4) \cdot (a + 1)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow \quad \downarrow \\ a \quad -4 \\ a \quad +1 \end{array}$$

$$x^2 - (a + b)x + a \cdot b = (x - a) \cdot (x - b)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad -a \\ x \quad -b \end{array}$$

$$m^2 - mn - 6n^2 = (m - 3n) \cdot (m + 2n)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow \quad \downarrow \\ m \quad -3n \\ m \quad +2n \end{array}$$

2) $ax^2 + bx + c$ şeklindeki ifadenin çarpanlara ayrılması

$$\begin{array}{cc} ax^2 + bx + c & \text{veya} & ax^2 + bx + c \\ \downarrow & & \downarrow \\ m \cdot x & \rightarrow & p \\ n \cdot x & \rightarrow & k \end{array} \quad \begin{array}{cc} m \cdot x & \rightarrow & k \\ n \cdot x & \rightarrow & p \end{array}$$

ifadesinde,

$a = m \cdot n$ $c = p \cdot k$ ve $b = m \cdot k + n \cdot p$ ise

$ax^2 + bx + c = (mx + p) \cdot (nx + k)$ dir.

$$2x^2 - x - 1 = (2x + 1) \cdot (x - 1)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2x & \rightarrow +1 \\ x & \rightarrow -1 \end{array}$$

$$2x \cdot (-1) + x \cdot 1 = -x$$

$$3x^2 - 14x - 5 = (3x + 1) \cdot (x - 5)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 3x & \rightarrow +1 \\ x & \rightarrow -5 \end{array}$$

$$3x \cdot (-5) + x \cdot 1 = -14x$$

$$6x^2 + x - 2 = (2x - 1) \cdot (3x + 2)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2x & \rightarrow -1 \\ 3x & \rightarrow +2 \end{array}$$

$$2x \cdot 2 + 3x \cdot (-1) = x$$

Terim Ekleyip Çıkarma Yoluyla Çarpanlara Ayırma

Bundan önceki yöntemlerle çarpanlara ayıramayan ifadeler, uygun terimler eklenip çıkarılarak özdeşliklere dönüştürülür ve özdeşliklerden yararlanılarak çarpanlara ayrılır.

$x^4 + x^2 + 1$ ifadesine, x^2 li terim eklenir ve sonucun değişmemesi için x^2 li terim çıkarılırsa,

$$\begin{aligned} x^4 + x^2 + 1 &= x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x) \end{aligned}$$

Örnek Soru

$$a^4 - 7a^2 + 9$$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 - a - 3$ B) $a + 3$ C) $a^2 + a + 3$
D) $a^2 + 3$ E) $a - 3$

Çözüm

$$\begin{aligned} a^4 - 7a^2 + 9 &= a^4 - 7a^2 + 9 + a^2 - a^2 \\ &= a^4 - 6a^2 + 9 - a^2 \\ &= (a^2 - 3)^2 - a^2 \\ &= (a^2 - 3 - a)(a^2 - 3 + a) \end{aligned}$$

Yanıt A

$x^n \pm y^n$ Şeklindeki İfadelerin Çarpanlarına Ayrılması

n bir doğal sayı olmak üzere,

$$x^n - y^n = (x-y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \dots + x.y^{n-2} + y^{n-1})$$

$$x^{2n+1} + y^{2n+1} = (x+y)(x^{2n} - x^{2n-1}y + \dots - x.y^{2n-1} + y^{2n})$$

özdeşliklerinden yararlanılarak $x^n \mp y^n$ biçimindeki ifadeler çarpanlarına ayrılır.

$$\triangleright x^7 - 128 = x^7 - 2^7$$

$$= (x-2)(x^6 + 2x^5 + 4x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 32x + 64)$$

$$\triangleright a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$

$$\triangleright x^9 - 1 = (x-1)(x^8 + x^7 + x^6 + \dots + 1)$$

UYARI

$x \neq 1$ olmak üzere,

$$1. \ x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^2 + x + 1)$$

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} = \frac{x^n - 1}{x - 1}$$

$$2. \ x^{2n+1} + 1 = (x+1)(x^{2n} - x^{2n-1} + \dots - x + 1)$$

$$1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{2n-1} = \frac{x^{2n+1} + 1}{x + 1} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{15}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} = \frac{x^n - 1}{x - 1} \text{ olduğundan}$$

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{15} = \frac{2^{15+1} - 1}{2 - 1} \text{ yazılabilir.}$$

$$= \frac{2^{16} - 1}{1} = 2^{16} - 1 \text{ bulunur.}$$

Değişken Değiştirme Yöntemiyle Çarpanlarına Ayırma

Derecesi ikiden daha fazla olan ifadelerin, ikinci dereceye dönüştürülüp daha kolay bir şekilde çarpanlarına ayrılabilmesi için kullanılan bir yöntemdir. Bu ifadelerde benzer ifadeler değişken kullanılarak yeniden adlandırılır.

$$\triangleright x^4 - 3x^2 - 10 \text{ ifadesinde } x^2 = t \text{ dönüşümü uygulanırsa}$$

$$x^4 - 3x^2 - 10 = (x^2)^2 - 3x^2 - 10 = t^2 - 3t - 10 = (t-5)(t+2)$$

$$= (x^2 - 5)(x^2 + 2) \text{ olur.}$$

Örnek Soru

$$4^x + 2^x - 12$$

ifadesini çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

$2^x = t$ dönüşümü uygulanacaktır.

$$4^x + 2^x - 12 = (2^x)^2 + 2^x - 12 = t^2 + t - 12$$

$$= (t+4)(t-3) = (2^x + 4)(2^x - 3)$$

Örnek Soru

$$(x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15$$

ifadesini çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

$x^2 - 4x = t$ dönüşümü uygulanacaktır.

$$(x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15 = t^2 - 2t - 15$$

$$= (t-5)(t+3)$$

$$= (x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x + 3)$$

$$= (x-5)(x+1)(x-1)(x-3)$$

Örnek Soru

$$x = \sqrt[3]{7} + 2 \text{ olmak üzere,}$$

$$(x-3)^3 + 3(x-3)^2 + 3(x-3) + 1$$

ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$x-3 = t$ olsun.

$$(x-3)^3 + 3(x-3)^2 + 3(x-3) + 1$$

$$= t^3 + 3t^2 + 3t + 1 = (t+1)^3$$

$$= (x-3+1)^3$$

$$= (x-2)^3$$

$$= (\sqrt[3]{7} + 2 - 2)^3$$

$$= 7 \text{ bulunur.}$$



ÖZDEŞLİKLER – ÇARPANLARA AYIRMA

Bölüm Kazanım Testi – 1

1. $(218^2 - 18^2) - 47200$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 4000 D) 4200 E) 47000

2. $(444)^2 - (333)^2 = (111)^2 \cdot x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $m + n = 4$

$m \cdot n = 2$

olduğuna göre, $m^2 + n^2$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 18

4. a ve b pozitif reel sayılardır.

$a^2 + b^2 = 13$ ve $a \cdot b = 6$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $ab - ac + bc - c^2$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a - c B) b + c C) a + c D) a - b E) a + b

6. $xp - 3xk - yp + 3yk$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p + 3k B) p - 3k C) x + y
D) x - p E) x - k

7. $(x - 2)^2 - (2x + 3)^2$

ifadesinin çarpanlarına ayrılmış şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x + 5)(3x + 1)$ B) $(x - 5)(3x - 1)$
C) $-(x + 5)(3x + 1)$ D) $(x - 5)x$
E) $(3x + 1)x$

8. $9(2x - 1)^2 - 25(x + 1)^2$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $10x + 3$ B) $2x + 1$ C) $x + 8$
D) $11x + 2$ E) $8x + 2$

Temel Matematik Konu Anlatımlı

9. $a^3b - b^3a = 33$

$a^2b + b^2a = 11$

olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $a = x$, $b = 2 - x$ olduğuna göre,

$(a - b)^2 + 4ab$

ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $a - \frac{1}{a} = 4$

olduğuna göre, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

12. $9x^2 + 18x + p$

ifadesinin bir tam kare olabilmesi için p kaç olmalıdır?

- A) 1 B) 4 C) 9 D) 16 E) 25

13. $x - m = 3$ ve $y + n = 5$

olduğuna göre, $xy - mn + nx - my$ ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

14. $a - \frac{1}{a} = 1$

olduğuna göre, $a^2 - \frac{1}{a^2}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

15. $x^2 - 4x + y^2 - 6y = -13$

olduğuna göre, $x + y$ toplamının sayısal değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

16. $(2a + 1)^2 - 4a(2a + 1) + 4a^2$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a$ B) $4a^2$ C) 1 D) $a + 1$ E) a

RASYONEL İFADELERİN SADELEŞTİRİLMESİ

Önce sadeleştirilmesi gereken kesrin pay ve paydası çarpanlara ayrılır.

Sonra pay ve paydadaki aynı olan çarpanlar sadeleştirilir.

$$\frac{x^2 - y^2}{2x + 2y} = \frac{(x - y)(x + y)}{2(x + y)} = \frac{x - y}{2}$$

$$\frac{(x + 2)^2}{x^2 - 4} = \frac{(x + 2)(x + 2)}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{x + 2}{x - 2}$$

$$\frac{3x^2 + 6x + 12}{x^3 - 8} = \frac{3(x^2 + 2x + 4)}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{3}{x - 2}$$

Örnek Soru

$$\frac{a^2 - 2a - 3}{\left(\frac{1}{a} + 1\right)\left(\frac{3}{a} - 1\right)}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3a^2$ B) $-a^2$ C) $2a^2$ D) $a - 2$ E) $a + 1$

2009 – Mat. 1

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{a^2 - 2a - 3}{\left(\frac{1}{a} + 1\right)\left(\frac{3}{a} - 1\right)} &= \frac{(a - 3)(a + 1)}{\left(\frac{1 + a}{a}\right)\left(\frac{3 - a}{a}\right)} \\ &= (a - 3) \cdot (a + 1) \cdot \frac{a}{a + 1} \cdot \frac{a}{3 - a} \\ &= -a^2 \end{aligned}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$\frac{x^4 + 6x^3 + 9x^2}{x^2 + x - 2} : \frac{x^4 - 9x^2}{x^2 - x - 6}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x - 1}{x + 3}$ B) $\frac{x + 1}{x + 3}$ C) $\frac{x - 2}{x + 1}$
D) $\frac{x + 3}{x - 1}$ E) $\frac{x - 2}{x + 3}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{x^4 + 6x^3 + 9x^2}{x^2 + x - 2} : \frac{x^4 - 9x^2}{x^2 - x - 6} \\ &= \frac{x^2(x^2 + 6x + 9)}{(x + 2)(x - 1)} : \frac{x^2(x^2 - 9)}{(x - 3)(x + 2)} \\ &= \frac{x^2(x + 3)^2}{(x + 2)(x - 1)} \cdot \frac{(x - 3)(x + 2)}{x^2(x - 3)(x + 3)} \\ &= \frac{x + 3}{x - 1} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$\frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{x + 5}{x - 1}$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{x + 5}{x - 1} &\Rightarrow \frac{x^2 + ax + b}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{x + 5}{x - 1} \\ \frac{x^2 + ax + b}{x + 1} &= x + 5 \end{aligned}$$

$x^2 + ax + b = (x + 1)(x + 5) = x^2 + 6x + 5$ olduğundan $a = 6$ ve $b = 5$ olur.

Buradan $a + b = 6 + 5 = 11$ bulunur.

Yanıt C

Örnek Soru

$$\left(\frac{1}{x - 3} + \frac{1}{x + 3} - \frac{6}{x^2 - 9}\right) : \frac{2}{x + 3}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3 B) -1 C) x D) 1 E) $x - 3$

Çözüm

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{x - 3} + \frac{1}{x + 3} - \frac{6}{x^2 - 9}\right) : \frac{2}{x + 3} \\ &= \frac{x + 3 + x - 3 - 6}{(x - 3)(x + 3)} \cdot \frac{x + 3}{2} = \frac{2x - 6}{x - 3} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{2(x - 3)}{x - 3} \cdot \frac{1}{2} \\ &= 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - x + a}$$

İfadesi sadeleştirilebilir bir kesir olduğuna göre, a'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -21 B) -28 C) -30 D) -32 E) -36

Çözüm

$$\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - x + a} = \frac{(x-5)(x+3)}{(x-m)(x-n)}$$

kesrinin sadeleşmesi için $(x-5)$ veya $(x+3)$ ifadelerinden herhangi biri $x^2 - x + a$ nın bir çarpanı olmalıdır.

$$x^2 - x + a = (x-5)(x-m) \text{ ise}$$

$x = 5$ için,

$$25 - 5 + a = 0(5-m)$$

$$20 + a = 0$$

$$a = -20 \text{ bulunur.}$$

$$x^2 - x + a = (x+3)(x-n) \text{ ise}$$

$x = -3$ için,

$$9 + 3 + a = 0(-3-n)$$

$$12 + a = 0$$

$$a = -12 \text{ bulunur.}$$

Bu durumda a'nın alabileceği değerler toplamı

$$(-20) + (-12) = -32 \text{ dir.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x - 6} \div \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-2}{x+3}$ B) $\frac{x-3}{x-1}$ C) $\frac{x-3}{x+1}$
D) $\frac{x+2}{x-1}$ E) $\frac{x+3}{x-3}$

Çözüm

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x - 6} \div \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6} = \frac{(x+2)(x-1)}{(x-3)(x+2)} \div \frac{(x-2)(x-1)}{(x+3)(x-2)}$$

$$= \frac{x-1}{x-3} \div \frac{x-1}{x+3}$$

$$= \frac{x-1}{x-3} \cdot \frac{x+3}{x-1}$$

$$= \frac{x+3}{x-3}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$\left(\frac{x}{x+y} - \frac{x-y}{x} \right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x+y}{x} \right)$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) x C) y
D) $\frac{x+y}{x-y}$ E) $\frac{x-y}{x+y}$

2008–Mat 2

Çözüm

$$\left(\frac{x}{x+y} - \frac{x-y}{x} \right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x+y}{x} \right)$$

$$= \frac{x^2 - (x^2 - y^2)}{x(x+y)} \div \frac{x^2 - (x^2 - y^2)}{x(x-y)}$$

$$= \frac{x^2 - (x^2 - y^2)}{x(x+y)} \cdot \frac{x(x-y)}{x^2 - (x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{x-y}{x+y}$$

Yanıt E

1. $\frac{2x^2 - 2x - 4}{x+1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 1$ B) $2x + 1$ C) $2x - 4$
D) $2x + 3$ E) $2x - 2$

2. $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy} : \frac{y - x}{4x}$

işleminin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x$ B) x C) -4 D) 1 E) 4

3. a ve b tam sayıdır.

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} = 16$$

olduğuna göre, a.b çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 15 B) 36 C) 48 D) 63 E) 64

4. $\frac{(x^2 - 4) + (x - 2)^2}{2x}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $x + 2$ C) $x + 4$ D) $2x$ E) $x - 2$

5. $\frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) 1 C) $\frac{x}{x+1}$ D) $\frac{x}{x-1}$ E) $\frac{x^2}{x-1}$

6. $\left(\frac{1}{5x-4} - \frac{1}{4-5x} \right) : \frac{8}{10x-8}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

7. $\frac{a-b}{a^2-b^2} : \frac{a-b}{a^2+2ab+b^2}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a+b}{a-b}$ B) $\frac{a-b}{a+b}$ C) $\frac{a}{a+b}$
D) $\frac{a}{a-b}$ E) $\frac{b}{a-b}$

8. $\frac{x^{2a} - x^{2b}}{x^a - x^b}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^a x^b$ B) $\frac{x^a}{x^b}$ C) $\frac{x^b}{x^a}$
D) $x^a - x^b$ E) $x^a + x^b$

9. $\frac{ax}{1-\frac{a}{x}} + \frac{a^2}{1-\frac{x}{a}}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) a(a + x) C) a + x D) $\frac{a}{x}$ E) x

10. $\frac{a^2-9}{a-3} - \frac{a^2-7a+10}{a-2}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2a + 8 B) -8 C) -2 D) 8 E) 2a - 3

11. $\frac{x^2-ax+b}{x^2+5x+4}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli $\frac{x-2}{x+4}$ olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 0 D) 1 E) 4

12. $\frac{x^3-x^2-2x}{x^2+x} + x+2$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x + 1 B) 2x C) x - 1 D) $\frac{x}{x+1}$ E) x(x + 1)

13. $\frac{(m^2-m)^2}{m^2-m^4}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1-m}{m+1}$ B) $\frac{m+1}{m-1}$ C) $\frac{1}{m-1}$
D) $\frac{1}{m+1}$ E) $\frac{m}{m+1}$

14. $\frac{a^3-1}{a^2-a} : \frac{a^2+a+1}{a^2}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a + 1 B) a C) a - 1 D) $a^2 + a + 1$ E) a^2

15. $\frac{mx+nx+my+ny}{2mx+2nx-3m-3n}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+y}{2x+y}$ B) $\frac{x-y}{2x-3}$ C) $\frac{x+y}{2x+3}$
D) $\frac{x+y}{2x-3}$ E) $\frac{x+y}{3x-y}$

16. $\left(\frac{x^2-5x+4}{x^2+3x+2} : \frac{x^2-x}{x^2+2x} \right) : \frac{1}{x+1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x + 4 B) x - 4 C) x - 1
D) x + 1 E) x + 2

1. $\frac{a^2 \cdot b^{-1}}{a^3 \cdot b^3} : \frac{1}{ab^4}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ab B) $\frac{1}{ab}$ C) $a - b$ D) $a^2 - b^2$ E) 1

2. $\frac{5^6 + 1}{5^4 - 5^2 + 1}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 125 B) 75 C) 50 D) 28 E) 26

3. $\frac{a^2 - b^2 - c(b - a)}{a + b + c}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b$ B) b C) $b - a$ D) a E) $a - b$

4. $x - \frac{3}{x} = 4$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{9}{x^2}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 16 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

5. b tam sayı olmak üzere,

$$\frac{a^2 - 2a + b}{a^2 - 3a - 4}$$

ifadesi sadeleştirilebilir bir kesir olduğuna göre, en sade şekli aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{a+1}{a-1}$ B) $\frac{a}{a-4}$ C) $\frac{a+1}{a}$
D) $\frac{a-3}{a-4}$ E) $\frac{a+3}{a-4}$

6. $a + b = 3$ ve $a \cdot b = 4$ olduğuna göre,

$$\frac{b}{a+2} + \frac{a}{b+2}$$

ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{13}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{4}{7}$

7. $\left(\frac{a^2 - 5a}{a^3 - 4a} : \frac{a^2 - 25}{a^2 - 2a} \right) : \frac{1}{a^2 + 7a + 10}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{a}$ B) $a - 2$ C) $a - 5$ D) $\frac{1}{a - 5}$ E) a

8. $\left(1 + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1} \right) \cdot (x^2 - 3x + 2)$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 - x$ B) $(x - 2)^2$ C) $\frac{x-1}{x-2}$
D) $\frac{x-2}{x-1}$ E) $(x - 1)$

9. $\frac{(a-b)^2 + 4ab}{ab^2 + a^2b}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{a+b}$ B) $\frac{a+b}{b}$ C) $\frac{1}{ab}$
D) $\frac{a+b}{a}$ E) $\frac{a+b}{ab}$

10. $a < 0 < b$ ise

$$b + 3a + \sqrt{9b^2 - 6ab + a^2}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a + 4b$ B) $4a + 4b$ C) $a + 3b$
D) $4a + b$ E) $4a - 3b$

11. $a = 9$ için

$$x = (a - 3) \cdot (a + 3) \cdot (a^2 + 9)$$

olduğuna göre, $\frac{x}{80}$ oranı kaçtır?

- A) 81^4 B) 81^3 C) 81^2 D) 81 E) 0

12. $a^2 + 2a - b^2 + 4b - 3$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b - 3$ B) $a + b + 1$ C) $a + b + 3$
D) $a - b + 3$ E) $a - b - 3$

13. $a^2 - b^2 - 4a - 4b = 12$
 $a + b = 3$

olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

14. $25x^2 + 9y^2 = 30xy$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

15. $9^a + 9^{-a} = 38$

olduğuna göre, $3^a - 3^{-a}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16. $a > 0$ olmak üzere,

$$\left(a - \frac{1}{a}\right) = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$$

olduğuna göre, $a + \frac{1}{a}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

17. $\frac{a^4 - 4a^2}{a-2} - 2a^2$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a^2$ B) a^3 C) $3a^2$ D) a^2 E) $4a^3$

18. $\frac{9(x+1)^2 - 4(x-1)^2}{25x^2 - 1} : \frac{2x+10}{5x-1}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $2x$ D) 4 E) $\frac{1}{5x+1}$

19. $\frac{1}{(x-y)(y-z)} + \frac{1}{(y-z)(z-x)} + \frac{1}{(z-x)(x-y)}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-y}{x-z}$ B) $\frac{y-x}{x-z}$ C) $\frac{x-z}{x-y}$ D) $\frac{y-z}{y-x}$ E) 0

20. $x = 3y + 1$ olduğuna göre,

$$\frac{x^2 - 2x + 1 - 4y^2}{y^2}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x$ B) $6x$ C) $5x$ D) 5 E) 6

21. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 23$

olduğuna göre, $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 25 B) 18 C) 13 D) 7 E) 5

22. $5^x - 3^x = 6$

$$15^x = 8$$

olduğuna göre, $125^x - 27^x$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 380 B) 360 C) 320 D) 300 E) 240

23. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3\sqrt{2}$
 $x \cdot y = 16$

olduğuna göre, $x\sqrt{x} + y\sqrt{y}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $4\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$
D) $9\sqrt{2}$ E) $18\sqrt{2}$

24. $x + \sqrt{x} = 6$

olduğuna göre, $x + \frac{6}{\sqrt{x}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 9 E) 12

8.ÜNİTE

ORAN – ORANTI

KAZANIM

- Orantının tanımını ve özelliklerini açıklar.
- Doğru orantılı ve ters orantılı çoklukları açıklar, bunlarla ilgili uygulamalar yapar.
- Bileşik orantı ile ilgili uygulamalar yapar.
- Aritmetik ve geometrik ortalamayı açıklar, bunlarla ilgili uygulamalar yapar.

ORAN

En az biri sıfırdan farklı, iki çokluğun birbirine bölümüne (karşılaştırılmasına) oran denir.

“4 saatte 200 km yol alan bir araç için alınan yolun geçen zamana oranı”

$$\frac{200 \text{ km}}{4 \text{ saat}}$$

“36 kg ağırlığında olan Yağız’ın kütlesinin, 15 kg ağırlığında olan Yiğit’in kütlesine oranı” $\frac{36 \text{ kg}}{15 \text{ kg}} = \frac{36}{15}$ tir.

UYARI

- Verilen çokluklara göre, oranın bazı durumlarda biriminin olduğu, bazı durumlarda biriminin olmadığına dikkat ediniz.
- $\frac{5}{0}$ kesir olarak tanımlı değildir, ancak bir oran belirtir.

ORANTI

En az iki oranın eşitliğine orantı denir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k, \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

(k : orantı sabitidir.)

$$\frac{12}{4} = \frac{21}{7} = \frac{120}{40} = k \text{ ve } k = 3 \text{ tür.}$$

Not :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ orantısı, $a : c : e = b : d : f$ şeklinde de gösterilebilir.

ORANTININ ÖZELLİKLERİ

1. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ veya $a : c = b : d$

İkili orantıda içler çarpımı, dışlar çarpımına eşittir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ise } a \cdot d = b \cdot c \text{ dir.}$$

2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ dir.

İçler yer değiştirebilir.

3. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ dir.

Dışlar yer değiştirebilir.

4. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ dir.

Her iki tarafın çarpma işlemine göre tersi alınabilir.

5. Bir orantıda oranlar sadeleştirilebilir veya genişletilebilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \frac{m \cdot a}{m \cdot b} = \frac{n \cdot c}{n \cdot d} = k \text{ dir.}$$

(m ≠ 0 ve n ≠ 0)

6. Bir orantıda payların toplamı, paydaların toplamına oranlandığında orantı sabiti değişmez.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \frac{a+c}{b+d} = k \text{ veya}$$

$$\frac{m \cdot n}{m \cdot b} = \frac{n \cdot c}{n \cdot d} = k \text{ ise } \frac{m \cdot a + n \cdot c}{m \cdot b + n \cdot d} = k \text{ dir.}$$

($m \neq 0$ ve $n \neq 0$)

7. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ise $\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = k^n$ veya $\frac{a^n + c^n}{b^n + d^n} = k^n$ dir.

8. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ise $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = k \cdot k$ veya $\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = k^2$ dir.

9. Bir orantının oranlarının herhangi birisinde, payın herhangi bir katı veya paydanın herhangi bir katı paya eklendiğinde, aynı işlem diğer oranlara da uygulanırsa eşitlik bozulmaz.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ise } \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \text{ gibi...}$$

Örnek Soru

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$$

olduğuna göre, $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{a \cdot b \cdot c}$ kesrinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{18}{5}$ D) $\frac{24}{5}$ E) $\frac{48}{5}$

Çözüm

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \text{ ise, } a = 3k, b = 4k, c = 5k \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \frac{a^3 + b^3 + c^3}{a \cdot b \cdot c} &= \frac{27k^3 + 64k^3 + 125k^3}{3k \cdot 4k \cdot 5k} \\ &= \frac{216k^3}{60k^3} \\ &= \frac{18}{5} \text{ tir.} \end{aligned}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = 4$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 12$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 16 C) 24 D) 36 E) 48

Çözüm

$$a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = 4 \text{ ise } x = \frac{4}{a}, y = \frac{4}{b}, z = \frac{4}{c} \text{ dir.}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 12 \Rightarrow \frac{1}{\frac{4}{a}} + \frac{1}{\frac{4}{b}} + \frac{1}{\frac{4}{c}} = 12$$

$$\frac{a}{4} + \frac{b}{4} + \frac{c}{4} = 12$$

$$\frac{a+b+c}{4} = 12$$

$$a+b+c = 48 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

Bir boya ağırlıkları a , b ve c olan üç maddenin karışımından meydana gelmektedir.

1050 gramlık boyadaki, bu maddelerin ağırlıkları

$$\text{oranı, } \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \text{ ve } \frac{b}{c} = \frac{6}{7} \text{ dir.}$$

Buna göre, $c - a$ farkı kaç gramdır?

- A) 30 B) 60 C) 90 D) 120 E) 150

Çözüm

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3k}{4k} \Rightarrow a=3k \text{ ve } b=4k \text{ olsun.}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{4k}{c} = \frac{6}{7} \Rightarrow c = \frac{28k}{6}$$

$$a+b+c=1050 \Rightarrow 3k+4k+\frac{28k}{6}=1050$$

$$\frac{70 \cdot k}{6} = 1050$$

$$k = 90 \text{ olur.}$$

$$c = \frac{28k}{6} = \frac{28}{6} \cdot 90 = 420 \text{ g}$$

$$a = 3k = 3 \cdot 90 = 270 \text{ g}$$

Buradan,

$$c - a = 420 - 270 = 150 \text{ gram bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{a+b}{2a+b} = \frac{7}{10}$$

olduğuna göre, $2a - b$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) 9

Çözüm

$$\frac{a+b}{2a+b} = \frac{7}{10} \Rightarrow 10(a+b) = 7(2a+b)$$

$$10a+10b=14a+7b$$

$$3b=4a$$

$$b=4k \text{ ve } a=3k$$

$$2a-b=2 \cdot 3k-4k=2k \text{ olur.}$$

a ve b pozitif tam sayı olduğundan $k \in \mathbb{Z}^+$ dir.

Buna göre $2a - b$ ifadesi 2 nin pozitif tam sayı katı olmalıdır.

Seçeneklerde 2 nin pozitif tam sayı katı olan 6 vardır.

Yanıt D

Örnek Soru

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

$$\left(\frac{a+b}{b}\right) \cdot \left(\frac{c+d}{d}\right) \cdot \left(\frac{e+f}{f}\right) = 64$$

olduğuna göre, $\frac{a-b}{b} \cdot \frac{c-d}{d} \cdot \frac{e-f}{f}$ çarpımı kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 8 D) 9 E) 27

Çözüm

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ olsun.}$$

$$\left(\frac{a+b}{b}\right) \cdot \left(\frac{c+d}{d}\right) \cdot \left(\frac{e+f}{f}\right) = 64$$

$$\left(\frac{a}{b}+1\right) \cdot \left(\frac{c}{d}+1\right) \cdot \left(\frac{e}{f}+1\right) = 64$$

$$(k+1)(k+1)(k+1) = 64$$

$$(k+1)^3 = 4^3 \Rightarrow k+1 = 4$$

$$k = 3 \text{ olur.}$$

$$\left(\frac{a-b}{b}\right) \cdot \left(\frac{c-d}{d}\right) \cdot \left(\frac{e-f}{f}\right) = \left(\frac{a}{b}-1\right) \cdot \left(\frac{c}{d}-1\right) \cdot \left(\frac{e}{f}-1\right)$$

$$= (k-1)(k-1)(k-1)$$

$$= (k-1)^3$$

$$= (3-1)^3$$

$$= 8$$

Yanıt C

Örnek Soru

Bir çiftlikte ördekler, kazlar ve tavuklar bulunmaktadır. Bunların sayıları sırasıyla a, b ve c dir.

$$a : b : c = 0,4 : 0,8 : 1,2$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı en az kaç olabilir?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

ORAN – ORANTI

Çözüm

$$a:b:c = 0,4:0,8:1,2 \Rightarrow \frac{a}{0,4} = \frac{b}{0,8} = \frac{c}{1,2} = m \text{ dir.}$$

Bu orantıda, orantı sabiti bozulmadan oranların paydaları genişletilirse,

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = k \text{ olur.}$$

Toplamanın en az olması için $k = 1$ seçilirse, $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ ve $a + b + c = 6$ olur.

Yanıt B

Örnek Soru

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3}$$

$$4a + 2c - e = 60$$

$$f - 2d = 10$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) $\frac{16}{5}$ B) 5 C) 15 D) 25 E) $\frac{127}{5}$

Çözüm

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4a}{4b} = \frac{2c}{2d} = \frac{-e}{-f} = \frac{2}{3}$$

Payların toplamı, paydaların toplamına oranlandığında orantı sabiti değişmeyeceğinden,

$$\frac{4a + 2c - e}{4b + 2d - f} = \frac{2}{3} \text{ yazılabilir.}$$

$$\frac{60}{4b - (f - 2d)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{60}{4b - 10} = \frac{2}{3} \Rightarrow 4b - 10 = 90$$

$$4b = 100$$

$$b = 25 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

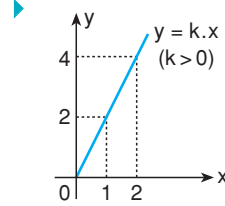
ORANTI ÇEŞİTLERİ

Doğru Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa veya biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa, “**bu iki çokluk doğru orantılıdır**” denir.

Doğru orantılı iki çokluğun oranı sabittir.

y , x ile doğru orantılı ise, $\frac{y}{x} = k$ veya $y = x.k$ dir.

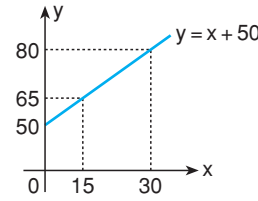


$$\frac{y}{x} = k \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

ise $k = 2$ dir.

$y = x + 50$ ise $x = 15$ için $y = 65$
 $x = 30$ için $y = 80$ dir.

Burada x iki katına çıkarken y iki katına çıkmadığından y , x ile doğru orantılı değildir.

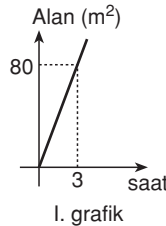


$$\frac{15}{65} \neq \frac{30}{80}$$

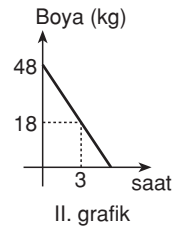
(Oranlar sabit değil)

Temel Matematik Konu Anlatımlı

Örnek Soru



I. grafik



II. grafik

Yukarıdaki doğrusal grafiklerden birincisi zamana bağlı olarak bir boya ustasının boyadığı duvar alanını, ikincisi ise yine zamana bağlı olarak ustanın boya kutusunda kalan boya miktarını göstermektedir.

Bu boya ustası, 48 kg boyanın tümüyle kaç m² lik duvar boyayabilir?

- A) 94 B) 106 C) 108 D) 114 E) 128

2009 – Mat. 1

Çözüm

II. grafikte $48 \text{ kg} - 18 \text{ kg} = 30 \text{ kg}$ boyanın 3 saatte bittiği görülür.

$$\begin{array}{l} 30 \text{ kg boya} \rightarrow 3 \text{ saatte biterse} \\ 48 \text{ kg boya} \rightarrow x \text{ saatte biter} \end{array}$$

D.O

$$30.x = 3.48$$

$$x = 4,8 \text{ saat olur.}$$

I. grafikte boyacının 3 saatte 80 m^2 alan boyadığı görülür.

$$\begin{array}{l} 3 \text{ saatte} \rightarrow 80 \text{ m}^2 \text{ boyarsa} \\ 4,8 \text{ saatte} \rightarrow y \text{ m}^2 \text{ boyar.} \end{array}$$

D.O

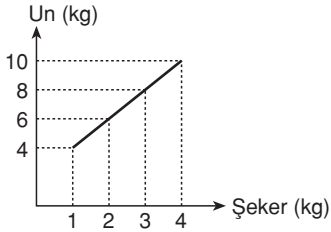
$$3.y = 4,8.80$$

$$y = 128 \text{ m}^2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

Teçrübeli bir aşçı bir pastanın kıvamında olabilmesi için un ve şekerin aşağıdaki doğrusal grafikte verilen miktarlarda kullanılması gerektiğini belirtmiştir.



Buna göre, un ve şekerin toplam miktarının 23 kilogram olduğu kıvamlı bir pastada kaç kilogram şeker vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2009 – Mat.1

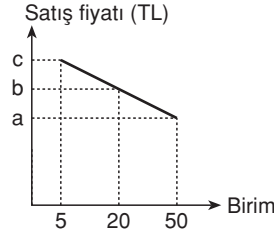
Çözüm

Grafikte de görüldüğü gibi 1 kg dan sonraki her 1 kg şeker artışında 2 kg un artmıştır.

Bu durumda şeker 5 kg iken un 12 kg; şeker 6 kg iken un 14 kg; şeker 7 kg iken; un 16 kg olacağından $7 + 16 = 23 \text{ kg}$ lık kıvamlı bir pasta yapılmış olur.

Yanıt A

Örnek Soru



Bir malın miktarlara bağlı olarak değişen birim satış fiyatı yukarıdaki doğrusal grafikte gösterilmiştir.

c – a = 24 olduğuna göre, c – b farkı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 14 E) 16

2010–YGS

Çözüm

Yukarıdaki grafikten 5 birim malın satış fiyatının c TL, 50 birim malın satış fiyatının a TL olduğu görülür.

$c - a = 24 \text{ TL}$ ise 45 birim malın satış fiyatındaki değişim miktarı 24 TL olur.

$c - b$, 15 birim malın satış fiyatları arasındaki farktır.

$$\begin{array}{l} 45 \text{ br} \rightarrow 24 \text{ TL ise} \\ 15 \text{ br} \rightarrow x \text{ TL dir.} \end{array}$$

D.O

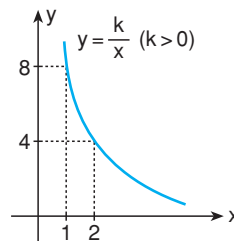
$$45.x = 15.24 \Rightarrow x = 8 \text{ br bulunur.}$$

Yanıt B

Ters Oranti

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda azalıyor veya biri azalırken diğeri de aynı oranda artıyorsa “**bu iki çokluk ters orantılıdır**” denir. Ters orantılı iki çokluğun çarpımı sabittir.

y, x ile ters orantılı ise, $y.x = k$ veya $y = \frac{k}{x}$ tir.



$$y.x = k$$

$$8.1 = k$$

$$4.2 = k$$

$$k = 8 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

95 sayısı 2 ve 4 ile doğru, 3 ile ters orantılı üç parçaya ayrıldığında en küçük parça kaç olur?

- A) 3 B) 5 C) 12 D) 30 E) 60

Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} a = 2k \\ b = 4k \\ c = \frac{k}{3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} a + b + c = 95 \\ 2k + 4k + \frac{k}{3} = 95 \\ \frac{19k}{3} = 95 \Rightarrow k = 15 \text{ tir.} \end{array}$$

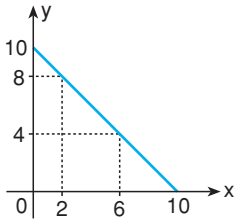
$$a = 2 \cdot 15 = 30, \quad b = 4 \cdot 15 = 60 \text{ (en büyük parça)}$$

$$c = \frac{k}{3} = \frac{15}{3} = 5 \text{ (en küçük parça)}$$

Yanıt B

► $y = -x + 10$ ise $x = 2$ için $y = 8$
 $x = 6$ için $y = 4$

Burada x üç katına çıkarken, y üçte birine inmediğinden, y ile x ters orantılı değildir.



$$8 \cdot 2 \neq 4 \cdot 6$$

(çarpımlar sabit değil)

Bileşik Orantı

k bileşik orantı sabiti olmak üzere y ; x ile doğru ve z

ile ters orantılı ise, $y = \frac{k \cdot x}{z}$ dir.

Örnek Soru

a sayısı, $b + 1$ ile doğru ve $c - 3$ ile ters orantılıdır.

$a = 4$ ve $c = 5$ iken $b = 1$ olduğuna göre, $a = 6$ ve $c = 7$ iken b kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

k bileşik orantı sabiti olmak üzere, a sayısı $b + 1$ ile doğru orantılı ve $c - 3$ ile ters orantılı ise, $a = \frac{k(b+1)}{c-3}$ yazılabilir.

Bu eşitlikte $a = 4$, $c = 5$ ve $b = 1$ yazılarak k bulunur.

$$4 = \frac{k(1+1)}{5-3} \Rightarrow k = 4 \text{ tür.}$$

Buna göre, bileşik orantının denklemini, $a = \frac{4(b+1)}{c-3}$

olur. Bu denklemde $a = 6$, $c = 7$ yazılarak b bulunur.

$$6 = \frac{4(b+1)}{7-3}$$

$$6 = \frac{4b+4}{4}$$

$$4b+4 = 24$$

$$b = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

a , 4 ile ters orantılı ve b , 5 ile doğru orantılıdır.

$a + b = 63$ olduğuna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

- A) 48 B) 50 C) 53 D) 55 E) 57

Çözüm

k bileşik orantı sabiti olmak üzere, a sayısı, 4 ile ters orantılı;

b , 5 ile doğru orantılı ise $4a = \frac{b}{5} = k$ yazılabilir.

Buradan $a = \frac{k}{4}$ ve $b = 5k$ bulunur.

Bu değerler $a + b = 63$ denkleminde yazılarak k bulunur.

$$a + b = 63 \text{ ve } a = \frac{k}{4} \text{ ve } b = 5k \text{ ise}$$

$$\frac{k}{4} + 5k = 63 \Rightarrow \frac{21k}{4} = 63 \Rightarrow k = 12 \text{ dir.}$$

Buna göre, $a = \frac{12}{4} = 3$ ve $b = 5 \cdot 12 = 60$ olup

$$b - a = 60 - 3 = 57 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

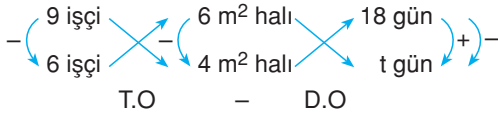
9 işçi, 6 m² halıyı 18 günde dokuyor.

Buna göre, 6 işçi 4 m² halıyı kaç günde dokur?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Çözüm

I. Çözüm :



Şema oluşturulurken sağdan sola doğru düzenleme yapılır. Yani, önce halı çokluğu ile gün çokluğu arasında doğru orantı (D.O) olduğu görüldüğü için çapraz oklar, daha sonra işçi çokluğu ile gün çokluğu arasında ters orantı (T.O) görüldüğü için paralel oklar yerleştirildi. Fakat işçi çokluğu ile gün çokluğu arasında paralel okların oluşabilmesi için işçi çokluğu ile halı çokluğu arasına çapraz oklar yerleştirildi. Oklar takip edilerek denklem yazıldı. Denklem çözülerek sonuç bulundu.

$$6.6.t = 9.4.18 \Rightarrow t = 18 \text{ gün bulunur.}$$

II. Çözüm :

Birinci iş	=	İkinci iş
Birinci iş ile ilgili diğer verilerin çarpımı		İkinci iş ile ilgili diğer verilerin çarpımı
$\frac{6}{9.18}$		$\frac{4}{6.t}$
$6.6t = 9.18.4$		
$t = 18 \text{ gün bulunur.}$		

Yanıt D

UYARI

Dördüncü Orantılı

a, b ve c sayılarının dördüncü orantılısı x ise;

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \text{ tir.}$$

Örnek Soru

2, 3 ve 4 sayıları ile dördüncü orantılı olan sayı kaçtır?

Çözüm

Bu sayı x olsun.

Buna göre, $\frac{2}{3} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 6$ bulunur.

UYARI

Orta Orantı

a ve b sayılarının orta orantılısı x ise,

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

4 ve 9 sayılarının orta orantılısı olan pozitif sayı kaçtır?

Çözüm

Bu sayı x olsun.

Buna göre, $\frac{4}{x} = \frac{x}{9} \Rightarrow x^2 = 36$
 $x = 6$ bulunur.

Örnek Soru

4, 5 ve 8 sayılarının dördüncü orantılı olduğu sayı x olduğuna göre, x ile 90 ın orta orantılı olduğu pozitif sayı kaçtır?

Çözüm

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 10 \text{ olur.}$$

10 ile 90 ın orta orantılısı y ise,

$$\frac{10}{y} = \frac{y}{90} \Rightarrow y^2 = 900$$

$$y = 30 \text{ bulunur.}$$

1. $\frac{a+b}{a-b} = \frac{3}{2}$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

2. x ile y sıfırdan farklı sayılar ve

$$\frac{x+2y}{5} = x-2y$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

3. $\frac{x+y}{y} = \frac{5}{2}$

$$\frac{y+z}{y} = \frac{4}{3}$$

olduğuna göre, $\frac{x}{z}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

4. $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$, $\frac{y}{z} = \frac{5}{6}$

$$x+y+z=118$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 35 B) 30 C) 25 D) 20 E) 15

5. a, b ve c doğal sayılar,

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}, \quad \frac{b}{c} = \frac{3}{5}$$

olduğuna göre, $\frac{a}{c}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{9}{11}$ B) $\frac{8}{9}$ C) $\frac{16}{17}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{9}{20}$

6. $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ ve $\frac{c}{d} = \frac{3}{8}$

olduğuna göre, $\frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{11}{40}$ B) $\frac{7}{40}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{16}{15}$ E) $\frac{17}{15}$

7. $\frac{a}{3} = \frac{b}{6} = \frac{c}{9}$

$$a-2b+3c=36$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = z+1$

$$x+y+z=38$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 21 E) 24

9. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 2$ olduğuna göre,

$$\left(\frac{a-b}{b}\right) \cdot \left(\frac{e-f}{f}\right) \cdot \left(\frac{d+c}{d}\right)$$

çarpımı kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 3 D) 4 E) 6

10. 9600 TL yaşları 15, 16 ve 17 olan üç kardeş arasında yaşları ile doğru orantılı olarak dağıtılıyor.

En küçük kardeş için verilen para kaç TL dir?

- A) 2900 B) 3000 C) 3100
D) 3200 E) 3300

11. 144 sayısı 3 ve 4 sayıları ile doğru, 5 sayısı ile ters orantılı üç parçaya ayrılıyor.

Buna göre, büyük parçanın değeri kaçtır?

- A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

12. a, b ve c sayıları sırasıyla 3, 4, 5 sayıları ile ters orantılıdır.

$$a+b+c = \frac{47}{4}$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. 2a ile b + 1 doğru orantılıdır.

a = 2 iken b = 7 olduğuna göre, b = 3 iken a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. a ile b³ ters orantılıdır.

b = 2 iken a = 81 olduğuna göre, b = 3 iken a kaçtır?

- A) 24 B) 27 C) 30 D) 36 E) 42

15. Aynı kapasitede 30 işçi bir işi 15 günde bitirebilmektedir.

Bu işçilerin yarısı işten ayrılırsa geriye kalan işçiler aynı işin 2 katını kaç günde bitirir?

- A) 36 B) 48 C) 60 D) 80 E) 84

16. Aynı iş gücüne sahip 4 işçi 18 daireyi 14 günde boyarsa, aynı nitelikteki 6 işçi aynı büyüklükteki 27 daireyi kaç günde boyar?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

ORTALAMA ÇEŞİTLERİ

Aritmetik Ortalama

x_1 ve x_2 reel sayılar olmak üzere, bu iki sayının aritmetik ortalaması,

$$\frac{x_1 + x_2}{2} \text{ dir.}$$

Bu kural genelleştirilecek olursa;

$x_1, x_2, \dots, x_n$ reel sayılar olmak üzere, bu n tane sayının aritmetik ortalaması,

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \text{ dir.}$$

UYARI

Aritmetik ortalama, kısaca ortalama şeklinde de ifade edilebilir.

9 ile 15 in ortalaması:

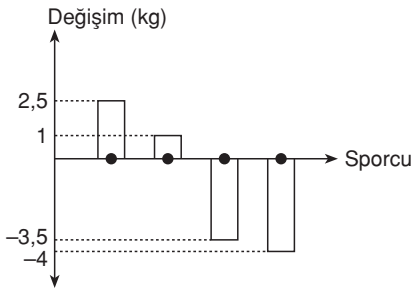
$$\frac{9+15}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ dir.}$$

8, 17 ve 20 nin ortalaması:

$$\frac{8+17+20}{3} = \frac{45}{3} = 15 \text{ tir.}$$

Örnek Soru

Bir güreş müsabakasına katılan dört sporcunun ağırlıkları bir hafta aralıkla ölçülmüştür. Sporcuların ikinci ölçümdeki ağırlıklarının birinci ölçüme göre değişimi aşağıdaki grafikte verilmiştir.



Sporcuların ağırlıklarının ortalaması ilk ölçümde 56 kilogram olduğuna göre, ikinci ölçümde kaç kilogramdır?

- A) 53 B) 54 C) 55 D) 57 E) 58

2010 – YGS

Çözüm

İlk ölçümde sporcuların ağırlık ortalaması 56 kg olduğuna göre, ağırlıklarının toplamı $56 \cdot 4 = 224$ kg dir.

Daha sonra 1. sporcu 2,5 kg artmış, 2. sporcu 1 kg artmış, 3. sporcu 3,5 kg zayıflamış, 4. sporcu 4 kg zayıflamış olduğundan son durumdaki ağırlıklarının toplamı

$$224 + 2,5 + 1 - 3,5 - 4 = 220 \text{ kg olur.}$$

$$\text{Yeni ortalama } \frac{220}{4} = 55 \text{ kg olur.}$$

Yanıt C

Geometrik Ortalama

x_1 ve x_2 reel sayılar olmak üzere, bu iki sayının geometrik ortalaması, $\sqrt{x_1 \cdot x_2}$ dir.

Bu kural genelleştirilecek olursa;

$x_1, x_2, \dots, x_n$ reel sayılar olmak üzere bu n tane sayının geometrik ortalaması $\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$ dir.

5 ile 20 nin geometrik ortalaması:

$$\sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{100} = 10 \text{ dur.}$$

3, 8 ve 9 un geometrik ortalaması:

$$\sqrt[3]{3 \cdot 8 \cdot 9} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2^3} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ dir.}$$

Harmonik Ortalama

x_1 ve x_2 reel sayılar olmak üzere, bu iki sayının harmonik ortalaması,

$$\frac{2}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}} \text{ dir.}$$

Bu kural genelleştirilecek olursa,

$x_1, x_2, \dots, x_n$ reel sayılar olmak üzere, bu n tane sayının harmonik ortalaması;

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} \text{ dir.}$$

40 ve 60 in harmonik ortalaması:

$$\frac{2}{\frac{1}{40} + \frac{1}{60}} = \frac{2 \cdot 120}{5} = 48 \text{ dir.}$$

4, 6 ve 12 nin harmonik ortalaması:

$$\frac{3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}} = \frac{3 \cdot 12}{6} = 6 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

6 sayının aritmetik ortalaması 15 olduğuna göre, bu sayıların toplamı kaçtır?

- A) 72 B) 80 C) 84 D) 90 E) 96

Çözüm

n tane sayının aritmetik ortalaması, bu n tane sayının toplamının n ye bölümü olduğu için;

6 sayının toplamı x ve aritmetik ortalaması 15 ise,

$$\frac{x}{6} = 15 \text{ tir.}$$

Buradan $x = 6 \cdot 15 = 90$ bulunur.

Yanıt D

Örnek Soru

Bir öğrenci dört sınava girmiştir. İlk üç sınavın ortalaması 6 dir.

Dört sınavdan aldığı notların ortalaması 7 olduğuna göre, bu öğrenci son sınavdan kaç almıştır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

İlk üç sınavdan alınan notlar x, y, z son sınavdan aldığı not t olsun.

İlk üç sınavın ortalaması 6 olduğuna göre,

$$\frac{x+y+z}{3} = 6 \Rightarrow x+y+z = 18 \text{ dir.}$$

İlk dört sınavın ortalaması 7 olduğuna göre,

$$\frac{x+y+z+t}{4} = 7 \Rightarrow 18+t = 28 \Rightarrow t = 10 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

Bir sınıftaki kızların not ortalaması 60, erkeklerin not ortalaması ise 75 tir.

Sınıfın not ortalaması 66 olduğuna göre, sınıftaki öğrenci sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 24 B) 27 C) 36 D) 40 E) 44

Çözüm

Bu sınıfta x tane kız, y tane erkek öğrenci olsun.

Kızların not toplamı 60x, erkeklerin not toplamı 75y dir.

Sınıfın not ortalaması 66 olduğuna göre, $\frac{60x + 75y}{x + y} = 66$ yazılabilir.

$$\frac{60x + 75y}{x + y} = 66 \Rightarrow 60x + 75y = 66x + 66y$$

$$9y = 6x$$

$$3y = 2x$$

$$y = 2k \text{ ve } x = 3k \text{ iken } x + y = 5k$$

olacağından öğrenci sayısı 5 in tam sayı katı olmalıdır.

Yanıt D

Örnek Soru

Aritmetik ortalaması 10, geometrik ortalamaları 8 olan iki sayının harmonik ortalaması kaçtır?

- A) 6 B) 6,2 C) 6,4 D) 6,8 E) 7,2

Çözüm

Sayılar x ve y olsun.

$$\frac{x+y}{2} = 10 \Rightarrow x+y = 20$$

$$\sqrt{x \cdot y} = 8 \Rightarrow x \cdot y = 64$$

$$\text{Harmonik ort.} = \frac{2xy}{x+y} = \frac{2 \cdot 64}{20} = 6,4 \text{ olur.}$$

Yanıt C

1. Dokuzluk sayma sistemindeki tüm rakamların aritmetik ortalaması kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

2. On iki kişilik bir grubun yaş ortalaması 12 dir.

Bu gruba yaşı 16 olan kaç kişi katılmalıdır ki tüm grubun yaş ortalaması 15 olsun?

A) 36 B) 24 C) 22 D) 20 E) 18

3. Beş kardeşin yaş ortalaması 24 tür. Bir kardeş ayrılınca kalan kardeşlerin yaş ortalaması 22 oluyor.

Buna göre, ayrılan kardeşin yaşı kaçtır?

A) 26 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

4. Bir öğrenci beş ayrı dersten sınava girmiştir.

Beş dersin aritmetik ortalaması 17, ilk dört dersin aritmetik ortalaması 16,5 olduğuna göre, son dersten kaç almıştır?

A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

5. $ax = by = 36$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$$

olduğuna göre, a ile b sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

A) 36 B) 44 C) 72 D) 80 E) 120

6. Bir sınıftaki kızların not ortalaması 80, erkeklerin not ortalaması 60 tır.

Bu sınıfın tümünün not ortalaması 72 olduğuna göre, kızların sayısının erkeklerin sayısına oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{9}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

- 7.

Bölüm	Çalışan Sayısı	Günlük Çalışma Süresi (Saat)
Çocuk Giyim	10	4
Kadın Giyim	14	12
Erkek Giyim	8	10

Yukarıdaki tablo bir giyim mağazasında üç bölümdeki çalışan sayısı ile o çalışanların günlük çalışma sürelerini göstermektedir.

Buna göre, bu mağazada kişi başına düşen ortalama günlük çalışma süresi kaç saattir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8. İki doğal sayının geometrik ortalaması $6\sqrt{2}$ dir.

Aşağıdakilerden hangisi bu iki doğal sayının toplamı olamaz?

A) 73 B) 38 C) 27 D) 26 E) 22

9. $2 - \sqrt{3}$ ve $2 + \sqrt{3}$ sayılarının aritmetik ortalaması a, geometrik ortalaması b olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?
- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

10. 10 sayının aritmetik ortalaması a, bu sayılardan 4 tanesinin aritmetik ortalaması b dir.

Buna göre, geriye kalan 6 sayının aritmetik ortalaması aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{6a - 2b}{3}$ B) $\frac{5a - 2b}{3}$ C) $\frac{4a - 5b}{3}$
D) $\frac{a - 2b}{6}$ E) $\frac{a - 2b}{3}$

11. 4^3 ve 4^2 sayılarının geometrik ortalaması a, aritmetik ortalaması b olduğuna göre, $\frac{1}{b - a}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

12. x ve y sıfırdan farklı reel sayılardır.

x ve y nin aritmetik ortalaması geometrik ortalamasının 4 katına eşit olduğuna göre,

$\frac{x^2 + y^2}{xy}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 64 B) 62 C) 60 D) 58 E) 56

13. a, b pozitif reel sayıları $4a = 5b$ eşitliğini sağlıyor.

a ile b nin geometrik ortası $4\sqrt{5}$ olduğuna göre, a - b farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

14. $\sqrt{9 + 2\sqrt{8}}$ ve $\sqrt{9 - 2\sqrt{8}}$

sayılarının geometrik ortalaması a olduğuna göre, $\sqrt{63}$ sayısının a türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2a B) 3a C) $\sqrt{7}a$ D) a E) $\frac{a}{7}$

15. 3, 4 ve 10 sayı tabanını göstermek üzere,

$$(a2)_4 \text{ ve } ((b2)_3 + (b)_{10})$$

sayılarının aritmetik ortalaması 12 olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. İki pozitif reel sayının geometrik ortası büyüğünden 12 eksik, aritmetik ortası ise küçüğünden 8 fazladır.

Buna göre, bu sayıların toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

1. $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$

olduğuna göre, $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{2ab}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{47}{27}$ B) 2 C) $\frac{49}{24}$ D) $\frac{25}{24}$ E) $\frac{26}{15}$

2. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{5}$$

olduğuna göre, $\frac{\sqrt{18a}}{\sqrt{5b}}$ ifadesinin değeri kaç olabilir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{6}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{2}{5}$

3. a, b pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\frac{a}{0,6} = \frac{b}{0,8}$$

olduğuna göre, a + b toplamı en az kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 12 E) 14

4. $\frac{2a-b}{6} = \frac{2b-c}{2} = \frac{a-2c}{4} = 3$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

5. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

$$\left(\frac{a+b}{b}\right) \cdot \left(\frac{b+c}{c}\right) \cdot \left(\frac{c+d}{d}\right) = 125$$

olduğuna göre, $\frac{b}{c}$ oranı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $x + \frac{3}{y} = 4$ ve $y + \frac{3}{x} = 12$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

7. M, N ve P maddelerinden

$$\frac{M}{N} = \frac{1}{3}, \quad \frac{N}{P} = \frac{3}{4}$$

olacak şekilde 320 gram ağırlığında bir karışım hazırlanacaktır.

Buna göre, M maddesinden kaç gram gereklidir?

- A) 32 B) 40 C) 60 D) 80 E) 90

8. $\frac{1}{a} = \frac{1}{2b} = \frac{1}{4c}$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 42$$

olduğuna göre, $\frac{1}{b}$ değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

9. Aynı kapasitede beş öğretmen günde 8 saat çalışarak 4 günde 216 soru hazırlarsa, aynı kapasitede 10 öğretmen günde 4 saat çalışarak aynı türden 54 soruyu kaç günde hazırlar?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. x işçinin x + 2 günde yaptığı işin, 2x işçinin x + 1 günde yaptığı işe oranı $\frac{4}{7}$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

11. a + b, a – 2b ve a.b sayıları sırasıyla 5, 3 ve 26 sayıları ile doğru orantılıdır.

Buna göre, $a^2 - b^2$ farkı kaçtır?

A) 1764 B) 1629 C) 1521
D) 1485 E) 1440

12. $\frac{a}{2} = \frac{1}{b}$, $\frac{b}{6} = \frac{1}{c}$ ve $\frac{a}{3} = \frac{1}{c}$ olduğuna göre, a . b . c çarpımının pozitif değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 18

13. $\frac{1}{a.b} + \frac{1}{a.c} + \frac{1}{b.c} = \frac{36}{a.b.c}$
 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$

olduğuna göre, b kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

14. a ve b sayma sayısıdır.

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = \frac{8}{17}$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

15. $\frac{x+3y}{x-3y} = \frac{m}{n}$

olduğuna göre, $\frac{m-n}{m+n}$ ifadesinin x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3y}{x}$ B) $\frac{y}{x}$ C) $\frac{2y}{3x}$ D) $\frac{x}{y}$ E) $\frac{2x}{3y}$

16. $\frac{x+y+z}{22} = \frac{x+z}{10} = \frac{x-z}{6}$

olduğuna göre, x : y : z sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 : 12 : 2 B) 8 : 2 : 12 C) 4 : 6 : 12
D) 2 : 3 : 1 E) 3 : 2 : 4

1. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, $\frac{2a-b+c}{a+b-c}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -4

2. a, b, c maddelerinden a, b, c gram alınarak 470 gramlık bir karışım hazırlanacaktır.

$$3a = 4b = 5c$$

olduğuna göre, a maddesinden kaç gram karıştırılmalıdır?

- A) 180 B) 190 C) 200 D) 210 E) 220

3. Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısının, erkek

öğrencilerin sayısına oranı $\frac{96}{100}$ olduğuna göre,

kız öğrencilerin sayısı en az kaç olabilir?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

4. 144 metre uzunluğundaki bir kablo 5 ile ters, 3 ve 4 ile doğru orantılı 3 parçaya ayrılacaktır.

Buna göre, en uzun parça kaç metredir?

- A) 80 B) 72 C) 66 D) 60 E) 54

5. $ax = by = cz = 6$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{3}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

6. 630 TL üç kişi arasında, $\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{7}$ sayıları ile ters,

$\frac{1}{2}$ sayısı ile doğru orantılı paylaştırılacaktır.

Buna göre, en çok pay alanın hissesi kaç TL dir?

- A) 440 B) 430 C) 420 D) 410 E) 400

7. $\frac{a+b}{3b} = \frac{4}{3}$

$$\frac{a+c}{2c} = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, $\frac{c}{b}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 6

8. a ve b sıfırdan farklı rakamlardır.

$$\frac{a}{0,15} = \frac{b}{0,3}$$

olduğuna göre, en büyük (ba) iki basamaklı sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 96 B) 84 C) 82 D) 63 E) 42

9. Basketbol ve futbol oynayan 36 kişilik bir grupta, basketbol oynayanların sayısının, futbol oynayanların sayısına oranı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{5}{7}$

10. $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ ve $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ sayılarının aritmetik ortalaması a, geometrik ortalaması b olduğuna göre, $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) 2 E) $2\sqrt{2}$

11. Bir dikdörtgenin kenarlarından biri 5 sayısı ile doğru, diğeri 4 sayısı ile ters orantılıdır.

Bu dikdörtgenin alanı 320 cm^2 olduğuna göre, uzun kenarı kaç cm dir?

A) 55 B) 60 C) 75 D) 80 E) 85

12. $a^2 + 16b^2 = 8ab$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

13. Anne ve kızın tamsayı olan yaşları oranı $\frac{1}{3}$, yaşları toplamı 48 dir.

Kaç yıl sonra yaşları oranı $\frac{3}{7}$ olur?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. Aynı kapasitede $(x + 1)$ kişinin 3a günde yaptığı işi, $(2x + 5)$ kişi a günde yaptığına göre, x kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

15. $a+b=\frac{1}{3}$, $b+c=\frac{2}{5}$, $a+c=\frac{7}{15}$

olduğuna göre, $\frac{c}{b}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

16. $\frac{2}{3ab} = \frac{1}{4bc} = \frac{1}{2ac}$

olduğuna göre, a : b : c nin eşiti sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 : 3 : 2 B) 8 : 4 : 3 C) 8 : 3 : 2
D) 6 : 3 : 2 E) 5 : 4 : 3

17. $x.y = 10$

$$\frac{y}{z} = \frac{3}{7}$$

$$z.t = 5$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) z ile t doğru orantılıdır.
- B) y ile t doğru orantılıdır.
- C) x ile z doğru orantılıdır.
- D) x ile t doğru orantılıdır.
- E) x ile y doğru orantılıdır.

18. x, y, z ve t reel sayıları için,

$$\frac{x.z.t}{y} = 10$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) x ile y sabit olmak üzere, z ile t doğru orantılıdır.
- B) t ile y sabit olmak üzere, x ile z doğru orantılıdır.
- C) x ile z sabit olmak üzere, y ile t ters orantılıdır.
- D) x ile t sabit olmak üzere, y ile z doğru orantılıdır.
- E) z ile t sabit olmak üzere, x ile y ters orantılıdır.

19. a ile b reel sayı olmak üzere, a ile b arasında $b = 3a - 5$ bağıntısı vardır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) b ile 3a doğru orantılıdır.
- B) b ile a ters orantılıdır.
- C) b ile a doğru orantılıdır.
- D) $3a + 5$ ile b doğru orantılıdır.
- E) $b + 5$ ile a doğru orantılıdır.

20. Birbirini çeviren üç dişli çarkın yarıçapları 2, 4 ve

$\frac{1}{6}$ ile orantılıdır.

Bu çarklardan çevresi en büyük olan 5 devir yaptığında, çevresi en küçük olan kaç devir yapmış olur?

- A) 40
- B) 60
- C) 80
- D) 100
- E) 120

21. a ile b nin harmonik ortalaması 12 dir.

5, a ve b nin aritmetik ortalaması 10 olduğuna göre, a ile b nin geometrik ortalaması kaçtır?

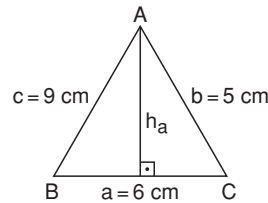
- A) $5\sqrt{3}$
- B) 10
- C) $5\sqrt{6}$
- D) $6\sqrt{6}$
- E) $8\sqrt{6}$

22. x ile y nin aritmetik ortalaması 15 tir.

x ile geometrik ortalaması $6\sqrt{2}$, y ile geometrik ortalaması $3\sqrt{2}$ olan sayı kaçtır?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

23.



ABC üçgen

$$|AB| = 9 \text{ cm}$$

$$|BC| = 6 \text{ cm}$$

$$|AC| = 5 \text{ cm}$$

Şekilde verilenlere göre, a, b, c kenarlarına ait olan yükseklikler sırasıyla aşağıdakilerden hangisiyle orantılıdır?

- A) 5 : 6 : 2
- B) 5 : 8 : 10
- C) 18 : 15 : 10
- D) 12 : 15 : 18
- E) 15 : 18 : 10

9.ÜNİTE

I. DERECEDEN DENKLEMLER

KAZANIM

- ❖ I. dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve eşitlik özelliklerini açıklar.
- ❖ I. dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümelerini bulur.
- ❖ I. dereceden iki bilinmeyenli denklemleri açıklar ve I. dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümelerini bulur.
- ❖ Özel denklemleri açıklar ve çözüm kümelerini bulur.

I. DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

a ile b reel sayılar ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$$a \cdot x + b = 0$$

şeklindeki eşitliklere **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler** denir.

Bu denklemi sağlayan x değerine **denklemin kökü**, köklerden oluşan kümeye de bu **denklemin çözüm kümesi** denir.

EŞİTLİĞİN ÖZELLİKLERİ

1. $a=b \Leftrightarrow a \mp c = b \mp c \dots (c \in \mathbb{R})$

2. $a=b \Leftrightarrow a \cdot c = b \cdot c \dots (c \in \mathbb{R})$

3. $a=b \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{c} \dots (c \in \mathbb{R} \text{ ve } c \neq 0)$

4. $a=b \Leftrightarrow a^n = b^n$

5. $a=b \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}$

6. $a=b$ ve $b=c \Rightarrow a=c$

7.
$$\begin{array}{r} a = b \\ + \quad c = d \\ \hline a+c = b+d \end{array} \dots (\text{İki eşitlik taraf tarafa toplanabilir.})$$

8.
$$\begin{array}{r} a = b \\ - \quad c = d \\ \hline a-c = b-d \end{array} \dots (\text{İki eşitlik taraf tarafa çıkarılabilir.})$$

9.
$$\begin{array}{r} a = b \\ \times \quad c = d \\ \hline a \cdot c = b \cdot d \end{array} \dots (\text{İki eşitlik taraf tarafa çarpılabilir.})$$

10.
$$\begin{array}{r} a = b \\ : \quad c = d \\ \hline \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \end{array} \left(\begin{array}{l} \text{İki eşitlik taraf tarafa bölünebilir.} \\ c \neq 0, d \neq 0 \end{array} \right)$$

$ax + b = 0$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNMASI

Eşitliğin özellikleri kullanılarak denklemin çözüm kümesi bulunur.

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax + b - b = 0 - b$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

$$\mathcal{C} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$$

Örnek Soru

$$5x - 2(x + 4) = x$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$$5x - 2(x + 4) = x$$

$$5x - 2x - 8 = x$$

$$3x - x = 8$$

$$2x = 8$$

$$x = 4 \text{ tür.}$$

$$\mathcal{C} = \{4\} \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

$$(a - 3)x^2 + 2ax - 3a + 5 = 8$$

denklemi birinci dereceden x değişkenine bağlı bir denklemdir.

Buna göre, bu denklemin kökü kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Çözüm

Verilen denklemin birinci dereceden olması için,

$$a - 3 = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \text{ tür.}$$

O hâlde verilen denklem :

$$(3 - 3)x^2 + 2.3x - 3.3 + 5 = 8$$

$$6x - 4 = 8 \text{ olur.}$$

Bu denklem çözülerek;

$$6x - 4 = 8$$

$$6x = 12$$

$$x = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$\frac{3x}{10} - \frac{2x+1}{15} = \frac{3}{5}$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1} B) {2} C) {3} D) {4} E) {5}

Çözüm

$$\frac{3x}{10} - \frac{2x+1}{15} = \frac{3}{5}$$

$$30\left(\frac{3x}{10} - \frac{2x+1}{15}\right) = 30 \cdot \frac{3}{5}$$

$$30 \cdot \frac{3x}{10} - 30\left(\frac{2x+1}{15}\right) = 30 \cdot \frac{3}{5}$$

$$3.3x - 2(2x + 1) = 6.3$$

$$9x - 4x - 2 = 18$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

$$\mathcal{C} = \{4\} \text{ tür.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$\frac{1}{2} - 3a = \frac{1}{8} + 3b$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{4}{9}$

Çözüm

$$\frac{1}{2} - 3a = \frac{1}{8} + 3b$$

$$3b + 3a = \frac{1}{2} - \frac{1}{8}$$

$$3(a+b) = \frac{3}{8}$$

$$a+b = \frac{1}{8}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$\frac{x+1}{x+a} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{1}{x-1} + 4$$

denkleminin bir kökü 4 tür.

Buna göre, a kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 5

Çözüm

Verilen denklemin kökü 4 olduğundan, $x = 4$ için denklem doğrulanır.

$$\frac{x+1}{x+a} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{1}{x-1} + 4$$

$$\frac{4+1}{4+a} + \frac{4+2}{4-2} = \frac{1}{4-1} + 4$$

$$\frac{5}{4+a} + 3 = \frac{1}{3} + 4$$

$$\frac{5}{4+a} = \frac{4}{3}$$

$$4a + 16 = 15$$

$$4a = -1$$

$$a = -\frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$a \neq b$ olmak üzere,

$$ax + b^2 + b = bx + a^2 + a$$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b$ B) $a + b + 1$ C) $a + b - 1$
D) $a + b + 2$ E) $a - b - 1$

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Çözüm

$$ax + b^2 + b = bx + a^2 + a$$

$$ax - bx = a^2 - b^2 + a - b$$

$$x(a - b) = (a - b)(a + b) + (a - b)$$

$$x(a - b) = (a - b)(a + b + 1)$$

$$x = \frac{(a - b)(a + b + 1)}{a - b}$$

$$x = a + b + 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

a ile b sıfırdan ve birbirinden farklı reel sayı olmak üzere,

$$\frac{a+x}{b} - \frac{b+x}{a} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - b - 1$ B) $-a - b + 1$ C) $-a + b - 1$
D) $-a - b - 1$ E) $-a - b$

Çözüm

$$\frac{a+x}{b} - \frac{b+x}{a} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\frac{a(a+x) - b(b+x)}{a \cdot b} = \frac{b-a}{a \cdot b}$$

$$a^2 + ax - b^2 - bx = b - a$$

$$ax - bx = b^2 - a^2 + b - a$$

$$x(a - b) = (b + a)(b - a) + (b - a)$$

$$x = \frac{(b-a)(b+a+1)}{a-b}$$

$$x = -a - b - 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = 1 + \frac{2}{x}$$

denkleminin kökü olan x değeri, aşağıdaki koşulların hangisini sağlar?

- A) $-4 < x < -3$ B) $-3 < x < -2$ C) $-2 < x < -1$
D) $-1 < x < 0$ E) $0 < x < 1$

Çözüm

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = 1 + \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{x+2}{x}$$

$$7x + 14 = 3x$$

$$4x = -14$$

$$x = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2} \text{ dir.}$$

$$x = -\frac{7}{2} \text{ değeri } -4 < x < -3 \text{ aralığındadır.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$4 + \frac{6}{2 + \frac{4}{x+1}} = 5$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$4 + \frac{6}{2 + \frac{4}{x+1}} = 5 \Rightarrow \frac{6}{2 + \frac{4}{x+1}} = 1$$

$$2 + \frac{4}{x+1} = 6$$

$$\frac{4}{x+1} = 4$$

$$x+1 = 1$$

$$x = 0$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$\{x - [z - (y - 1)]\} + x - 3 - \{y - [z - (x + 1)]\} = 6$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) 3 C) $\frac{11}{3}$ D) 7 E) 11

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Çözüm

$$\{x - [z - (y - 1)]\} + x - 3 - \{y - [z - (x + 1)]\} = 6$$

$$x - (z - y + 1) + x - 3 - (y - z + x + 1) = 6$$

$$x - z + y - 1 + x - 3 - y + z - x - 1 = 6$$

$$x - 5 = 6$$

$$x = 11 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$\frac{2}{x} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-2}{x} = \frac{5}{3}$$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$\frac{2}{x} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-2}{x} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{x}{x} + \frac{x+1}{x+2} = \frac{5}{3}$$

$$1 + \frac{x+1}{x+2} = 1 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{x+1}{x+2} = \frac{2}{3}$$

$$2(x+2) = 3(x+1)$$

$$2x+4 = 3x+3$$

$$x = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$2xy + x - y + 4 = 0$$

olduğuna göre, y nin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-4}{2x-1}$ B) $\frac{x-4}{1-2x}$ C) $\frac{x+4}{2x-1}$
D) $\frac{x+4}{1-2x}$ E) $\frac{x-4}{2x+1}$

Çözüm

$$2xy + x - y + 4 = 0$$

$$2xy - y = -x - 4$$

$$y(2x - 1) = -x - 4$$

$$y = \frac{-x-4}{2x-1}$$

$$y = \frac{x+4}{1-2x} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

UYARI

1. $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0$ veya $b = 0$ dır.

2. $\frac{a}{b} = 0 \Rightarrow a = 0$ ve $b \neq 0$ dır.

Örnek Soru

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1,3} B) {-1,3} C) {-1,-3} D) {1,-3} E) {1}

Çözüm

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x-3 = 0 \text{ veya } x+1 = 0 \text{ dır.}$$

Buradan $x = 3$ veya $x = -1$ bulunur.

Buna göre, $\mathcal{C} = \{-1, 3\}$ tür.

Yanıt B

Örnek Soru

$$1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} = 0$$

denklemini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2009 – Mat. 1

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Çözüm

$$\frac{1}{\frac{1}{(x^2)}} + \frac{2}{\frac{x}{(x)}} - \frac{3}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2} = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x + 3 = 0 \text{ veya } x - 1 = 0 \text{ dir.}$$

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$-3 + 1 = -2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, 3\}$ B) $\{-1\}$ C) $\{3\}$ D) $\{1, -3\}$ E) $\{-3\}$

Çözüm

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ ve } x - 3 \neq 0 \text{ dir.}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -1 \text{ olur.}$$

$$x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 \text{ tür.}$$

$$\text{Buna göre, } \mathbb{C} = \{-1\} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$\frac{x}{x^2 - 9} + \frac{3}{9 - x^2} + \frac{4}{x + 3} = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{3\}$ B) $\{-3\}$ C) $\mathbb{R}$ D) $\emptyset$ E) $\mathbb{R} - \{3\}$

Çözüm

$$\frac{x}{x^2 - 9} + \frac{3}{9 - x^2} + \frac{4}{x + 3} = 0$$

$$\frac{x - 3 + 4(x - 3)}{x^2 - 9} = 0$$

$$\frac{5(x - 3)}{x^2 - 9} = 0 \text{ olduğuna göre,}$$

$$5(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ tür.}$$

$$x^2 - 9 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3 \text{ veya } x \neq 3 \text{ tür.}$$

$$\text{Buna göre, } \mathbb{C} = \emptyset \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$x^2 \neq 1$ olmak üzere;

$$\frac{3a}{x^2 + 2} + b = \frac{3b}{x^2 + 2} + a$$

olduğuna göre, a'nın b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) b B) 2b C) -b D) 1 - b E) b + 1

Çözüm

$$\frac{3a}{x^2 + 2} + b = \frac{3b}{x^2 + 2} + a$$

$$\frac{3a}{x^2 + 2} - \frac{3b}{x^2 + 2} = a - b$$

$$\frac{3a - 3b}{x^2 + 2} = a - b$$

$$3(a - b) = (a - b)(x^2 + 2)$$

$$3(a - b) - (a - b)(x^2 + 2) = 0$$

$$(a - b)[3 - (x^2 + 2)] = 0$$

$$a - b = 0 \text{ veya } 3 - (x^2 + 2) = 0$$

$$x^2 \neq 1 \text{ olduğundan } 3 - (x^2 + 2) \neq 0 \text{ dir.}$$

$$\text{Bu durumda, } a - b = 0 \Rightarrow a = b \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

I. DERECEDEN DENKLEMLER

UYARI

$a \cdot x + b = 0$ denkleminde,

$$1. a \neq 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$$\mathcal{C} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$$

Çözüm kümesi tek elemanlıdır.

$$2. a = 0 \text{ ve } b = 0 \text{ ise}$$

$$0 \cdot x + 0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\mathcal{C} = \mathbb{R}$$

Çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

$$3. a = 0 \text{ ve } b \neq 0 \text{ ise}$$

$$0 \cdot x + b = 0$$

$$b = 0$$

$$\mathcal{C} = \{ \}$$

Çözüm kümesi boş kümedir.

Örnek Soru

$$x + 10 = 4(x + 1) - 3x$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$$x + 10 = 4(x + 1) - 3x$$

$$x + 10 = 4x + 4 - 3x$$

$$x + 10 = x + 4$$

$$10 - 4 = x - x$$

$$6 = 0 \text{ bulunur.}$$

$6 \neq 0$ olduğuna göre, $\mathcal{C} = \{ \}$ dir.

Örnek Soru

$$2ax + 7 = 5 + b - 4x$$

denkleminin çözüm kümesi boş kümedir.

Buna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$$2ax + 7 = 5 + b - 4x$$

$$2ax + 4x = 5 + b - 7$$

$$x(2a + 4) - b + 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre,
 $2a + 4 = 0$ ve $-b + 2 \neq 0$ dir.

$$a = -2 \text{ ve } b \neq 2 \text{ dir.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$\frac{x+2}{x+5} + 3x - \frac{6}{1-\frac{1}{2}} = mx + n - \frac{3}{x+5}$$

denkleminin çözüm kümesi boş kümedir.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) -33 B) -27 C) -18 D) 18 E) 36

Çözüm

$$\frac{x+2}{x+5} + 3x - \frac{6}{1-\frac{1}{2}} = mx + n - \frac{3}{x+5}$$

$$\frac{x+2}{x+5} + \frac{3}{x+5} + 3x - \frac{6}{\frac{1}{2}} = mx + n$$

$$\frac{x+5}{x+5} + 3x - 6 \cdot 2 = mx + n$$

$$1 + 3x - 12 = mx + n$$

$$3x - mx - 11 - n = 0$$

$$(3 - m)x - 11 - n = 0$$

Bu denklemin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre,

$$3 - m = 0 \text{ ve } -11 - n \neq 0 \text{ dir.}$$

$$3 - m = 0 \Rightarrow m = 3 \text{ ve } -11 - n \neq 0 \Rightarrow n \neq -11 \text{ olur.}$$

Buna göre, $m \cdot n \neq 3 \cdot (-11)$

$$m \cdot n \neq -33 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$3x - 6 = x - 2(3 - x)$$

denkleminin reel (gerçek) sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\mathbb{R}$ C) $\mathbb{R} - \{3\}$ D) $\{3\}$ E) $\{0\}$

I. DERECEDE DENKLEMLER

Çözüm

$$3x - 6 = x - 2(3 - x)$$

$$3x - 6 = x - 6 + 2x$$

$$3x - 6 = 3x - 6$$

$$3x - 3x = -6 + 6$$

$$0 = 0$$

olduğuna göre, verilen denklemi bütün reel sayılar sağlar. $\mathbb{C} = \mathbb{R}$ dir.

Yanıt B

Örnek Soru

$$(2m + 1)x - 4 = n + 5x$$

denkleminin çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

Buna göre, m.n çarpımı kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 2 E) 6

Çözüm

$$(2m + 1)x - 4 = n + 5x$$

$$(2m + 1 - 5)x - 4 - n = 0$$

$$(2m - 4)x - 4 - n = 0$$

denkleminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğundan; $2m - 4 = 0$ ve $-4 - n = 0$ dir.

Buradan, $m = 2$ ve $n = -4$ bulunur.

Buna göre, $m.n = 2.(-4) = -8$ olur.

Yanıt A

I. DERECEDE İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

a, b, c reel sayılar, $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ olmak üzere,
 $a.x + b.y + c = 0$

biçimindeki denklemlere **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler** denir.

Bu denklemler, düzlemde birer doğru belirtir.

Örnek Soru

1. $3x - 2y + 4 = 0$ denklemi x ve y değişkenine bağlı, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemdir.
2. $3m + 5n - 1 = 0$ denklemi, m ve n değişkenine bağlı, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemdir.

BİRİNCİ DERECEDE İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİNİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNMASI

$$a.x + b.y + c = 0$$

$$a_1.x + b_1.y + c_1 = 0$$

biçimindeki birden fazla iki bilinmeyenli denklemlerden oluşan ikiliye, **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi** denir.

Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesinin bulunmasında en çok kullanılan yöntemler şunlardır:

Yok Etme Yöntemi

Verilen denklemlerin katsayıları, değişkenlerden biri yok edilecek şekilde düzenlenir ve taraf tarafa toplanır. Bulunan değer, denklemlerin herhangi birinde yerine yazılarak diğer bilinmeyen bulunur.

Örnek Soru

$$3x - y - 11 = 0$$

$$2x + 5y - 13 = 0$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$3x - y - 11 = 0$ denklemi 5 ile genişletilip diğer denklem ile taraf tarafa toplanır.

$$15x - 5y - 55 = 0$$

$$+ \quad 2x + 5y - 13 = 0$$

$$17x - 68 = 0$$

$$17x = 68$$

$$x = 4 \text{ bulunur.}$$

Bulunan x değeri, verilen denklemlerden herhangi birinde yerine yazılarak;

$$3x - y - 11 = 0$$

$$3 \cdot 4 - y - 11 = 0$$

$$12 - y - 11 = 0$$

$$y = 1 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, çözüm kümesi; $\mathbb{C} = \{(4, 1)\}$ dir.

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Yerine Koyma Yöntemi

Verilen denklemlerin birinde, değişkenlerden biri çekilip, diğer denklemde yerine yazılarak sonuca gidilir.

Örnek Soru

$$3x - y - 11 = 0$$

$$2x + 5y - 13 = 0$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$$3x - y - 11 = 0 \text{ ise } y = 3x - 11 \text{ dir.}$$

y nin bu değeri diğer denklemde yerine yazılarak x bulunur.

$$2x + 5(3x - 11) - 13 = 0$$

$$2x + 15x - 55 - 13 = 0$$

$$17x - 68 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ tür.}$$

x in değeri, $y = 3x - 11$ denkleminde yerine yazılarak;

$$y = 3 \cdot 4 - 11 = 1 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, çözüm kümesi; $\mathcal{C} = \{(4, 1)\}$ dir.

Karşılaştırma Yöntemi

Verilen denklemlerin her ikisinden de değişkenlerden biri çekilip birbirine eşitlenir.

Bulunan değer herhangi denklemde yerine yazılarak diğer bilinmeyen bulunur.

Örnek Soru

$$3x - y - 11 = 0$$

$$2x + 5y - 13 = 0$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$3x - y - 11 = 0$ denkleminde y yalnız bırakılırsa;

$$y = 3x - 11 \text{ (1)}$$

$2x + 5y - 13 = 0$ denkleminde de y yalnız bırakılırsa;

$$y = \frac{13 - 2x}{5} \text{ (2) bulunur.}$$

(1) ve (2) numaralı denklemler birbirine eşitlenerek;

$$3x - 11 = \frac{13 - 2x}{5}$$

$$5(3x - 11) = 13 - 2x$$

$$15x - 55 = 13 - 2x$$

$$15x + 2x = 13 + 55$$

$$17x = 68$$

$$x = 4 \text{ bulunur.}$$

Bulunan değer, herhangi bir denklemde yerine yazılarak;

$$y = 3x - 11$$

$$y = 3 \cdot 4 - 11$$

$$y = 12 - 11$$

$$y = 1 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, çözüm kümesi; $\mathcal{C} = \{(4, 1)\}$ dir.

Örnek Soru

x ve y reel sayılardır.

$$(3x - 2y + 5)^2 + (x + y - 2)^2 = 0$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{2}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) 1

Çözüm

$$3x - 2y + 5 = 0 \text{ ... (1) ve}$$

$$x + y - 2 = 0 \text{ ... (2) olmalıdır.}$$

Buna göre, ikinci denklem 2 ile genişletilip birinci denklem ile taraf tarafa toplanırsa,

$$3x - 2y + 5 = 0$$

$$+ 2x + 2y - 4 = 0$$

$$5x = -1$$

$$x = -\frac{1}{5} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

a ve b birer doğal sayıdır.

$$a^2 = 13 + b^2$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Çözüm

$$a^2 = 13 + b^2$$

$$a^2 - b^2 = 13$$

$$(a - b)(a + b) = 13 \text{ tür.}$$

a ve b doğal sayılar olduğuna göre,

$$a - b = 1 \dots (1)$$

$$a + b = 13 \dots (2) \text{ olmalıdır.}$$

Birinci denklem -1 ile genişletilip ikinci denklem ile taraf tarafa toplanırsa,

$$-a + b = -1$$

$$+ a + b = 13$$

$$2b = 12 \Rightarrow b = 6 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

UYARI

$$a.x + b.y + c = 0$$

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

denklem sisteminde

$$1. \frac{a}{a_1} \neq \frac{b}{b_1}$$

ise verilen denklem sisteminin çözüm kümesi bir tek (x, y) ikilisinden oluşur.

$$2. \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

ise verilen denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz (x, y) ikililerinden oluşur.
 $\mathbb{C} = \mathbb{R}$ dir.

$$3. \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} \neq \frac{c}{c_1}$$

ise verilen denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir. $\mathbb{C} = \emptyset$ dir.

Örnek Soru

$$2x - 4y = 8$$

$$x - 2y = 4$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

I. Yol :

İkinci satırda verilen denklem, -2 ile genişletilip birinci satırda verilen denklem ile taraf tarafa toplanırsa;

$$2x - 4y = 8$$

$$+ -2x + 4y = -8$$

$$0.x + 0.y = 0$$

$$0 + 0 = 0$$

$$0 = 0 \text{ olur.}$$

Bu durumda çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

II. Yol :

$$\frac{2}{1} = \frac{-4}{-2} = \frac{8}{4}$$

olduğundan çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

Örnek Soru

$$2x - 4y = 8$$

$$x - 2y = 5$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

I. Yol :

İkinci satırda verilen denklem -2 ile genişletilip, birinci satırda verilen denklem ile taraf tarafa toplanırsa;

$$2x - 4y = 8$$

$$+ -2x + 4y = -10$$

$$0.x + 0.y = -2$$

$$0 + 0 = -2$$

$$0 = -2 \text{ bulunur.}$$

Fakat $0 \neq -2$ olduğundan çözüm kümesi boş kümedir.

II. Yol :

$$\frac{2}{1} = \frac{-4}{-2} \neq \frac{8}{5}$$

olduğundan çözüm kümesi boş kümedir.

EK KAZANIM

a, b, c $\in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$a.x + b.y + c = 0$$

denklemini her (x, y) ikilisi için sağlanıyorsa

$$a = b = c = 0 \text{ dir.}$$

I. DERECE DENKLEMLER

Örnek Soru

$$(3a - 9)x + (a + 2b)y + a + b - c = 0$$

denklemini her (x, y) için sağlandığına göre, c kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{7}{2}$

Çözüm

$$\underbrace{(3a - 9)x}_0 + \underbrace{(a + 2b)y}_0 + \underbrace{a + b - c}_0 = 0$$

olursa verilen denklem her (x, y) için sağlanır.

$$3a - 9 = 0 \Rightarrow a = 3,$$

$$a + 2b = 0 \Rightarrow 3 + 2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$$

$$a + b - c = 0 \Rightarrow 3 - \frac{3}{2} - c = 0 \Rightarrow c = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$(x + y)a + (2x + y)b - 5x - 3y = 0$$

denklemini her (x, y) ikilisi için sağlandığına göre, b kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Çözüm

$$(x + y)a + (2x + y)b - 5x - 3y = 0$$

$$ax + ay + 2bx + by - 5x - 3y = 0$$

$$\underbrace{(a + 2b - 5)x}_0 + \underbrace{(a + b - 3)y}_0 = 0$$

$$a + 2b - 5 = 0$$

$$- a + b - 3 = 0$$

$$b - 2 = 0$$

$$b = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÖZEL DENKLEMLER

Bilinmeyen sayısı denklem sayısından çok olan denklem sistemleridir. Bu tip sorularda izlenmesi gereken çözüm yöntemi aşağıdaki gibidir.

Denklemler taraf tarafa toplanır, çıkarılır veya uygun bir katsayı ile çarpılarak bahsedilen işlemler yapılır.

Örnek Soru

$$x + y = 5$$

$$y + z = 6$$

$$x + z = 7$$

olduğuna göre, y kaçtır?

Çözüm

Verilen denklemler taraf tarafa toplandığında;

$$2x + 2y + 2z = 18$$

$$2(x + y + z) = 18$$

$$x + y + z = 9 \text{ bulunur.}$$

$x + z = 7$ olduğuna göre,

$$x + y + z = 9$$

$$7 + y = 9$$

$$y = 2 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

$$a - 3b = 4$$

$$b + 2c = 7$$

$$c - a = 8$$

olduğuna göre, $2b - c - 2a$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

Birinci ve ikinci satırdaki denklemler -1 ile genişletilip, üç denklem taraf tarafa toplanırsa;

$$-a + 3b = -4$$

$$-b - 2c = -7$$

$$+ \quad c - a = 8$$

$$2b - c - 2a = -3 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

a, b ve c birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$a + b + c = 8$$

$$a - b + c = 4$$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 12 C) 11 D) 9 E) 6

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Çözüm

$$\begin{array}{r} a + b + c = 8 \\ - a - b + c = 4 \\ \hline 2b = 4 \\ b = 2 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Bu değer, $a - b + c = 4$ denkleminde (veya diğer denklemde) yerine yazılırsa $a - b + c = 4$

$$a + c = 6 \text{ bulunur.}$$

$$a = 5 \text{ için } c = 1$$

$$a = 1 \text{ için } c = 5 \text{ tir.}$$

Bu durumda, a'nın alabileceği değerlerin toplamı

$$5 + 1 = 6 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

+	a	b	c
a			
b			
c	12		

x	a	b	c
a		24	
b			8
c			

Yukarıda verilen toplama ile çarpma tablolarında, a, b ve c harfleri farklı birer sayıyı göstermektedir.

Buna göre, c kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

$$c + a = 12 \text{ (1)}$$

$$a \cdot b = 24 \text{ (2)}$$

$$b \cdot c = 8 \text{ (3)}$$

(2) ve (3) numaralı denklemler taraf tarafa oranlanırsa;

$$\frac{a \cdot b}{b \cdot c} = \frac{24}{8} \Rightarrow \frac{a}{c} = 3$$

$$a = 3c \text{ bulunur.}$$

Bu eşitlik (1) numaralı denklemde yerine yazılırsa;

$$c + a = 12$$

$$c + 3c = 12$$

$$4c = 12 \text{ bulunur.}$$

$$c = \frac{12}{4} = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

a, b, c pozitif tam sayı olmak üzere,

$$a \cdot b = 15$$

$$b \cdot c = 36$$

$$a \cdot c = 60$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

Çözüm

Eşitlikler taraf tarafa çarpılırsa

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 15 \cdot 36 \cdot 60$$

$$a \cdot b \cdot c = \sqrt{15 \cdot 36 \cdot 60}$$

$$a \cdot b \cdot c = 15 \cdot 6 \cdot 2 = 180$$

Bu denklemde $a \cdot c = 60$ yazılırsa;

$$a \cdot b \cdot c = 180$$

$$60 \cdot b = 180$$

$$b = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$3^{x+1} + 5 \cdot 3^x + 9 \cdot 3^{x-1} = 297$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$3^{x+1} + 5 \cdot 3^x + 9 \cdot 3^{x-1} = 297$$

$$3 \cdot 3^x + 5 \cdot 3^x + 9 \cdot \frac{3^x}{3} = 297$$

$$(3 + 5 + 3) \cdot 3^x = 297$$

$$11 \cdot 3^x = 297$$

$$3^x = 27 = 3^3$$

$$x = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Bölüm Kazanım Testi – 1

1. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} : \frac{1}{x} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

2. $6 + \frac{2}{x} = 1,9$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{5}{2}$ E) -4

3. $\frac{4 - \frac{x}{4}}{0,25} = 7x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{3}{2}$

olduğuna göre, $x^2 + x$ toplamı kaçtır?

- A) 40 B) 35 C) 30 D) 25 E) 20

5. $\frac{x-4}{2} + 4 = \frac{x+6}{2} + x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

6. $\frac{\frac{x-6}{2}}{4 - \frac{x}{2}} = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 12 B) 7 C) 6 D) 4 E) 2

7. $a \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{a+1}{a} = -a + \frac{a^2-1}{a}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

8. x ve y reel sayılardır.

$$(x+y-3)^2 + (x-y+7)^2 = 0$$

olduğuna göre, $2x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Temel Matematik Konu Anlatımlı

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Bölüm Kazanım Testi – 1

9. $2x - y + 3 = 0$
 $x + y + 6 = 0$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

10. $\frac{x}{4} - \frac{y}{2} = 6$
 $\frac{x}{4} - \frac{y}{8} = 0$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -6 D) -4 E) -2

11. $x + my = 2m$
 $x - my = 4m$

olduğuna göre, (x,y) sıralı ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (3m, -1) B) (2m, 1) C) (m, -1)
D) (4m, 1) E) (m, 1)

12. $ax + by = 2$
 $2ax - 3by = 4$

olduğuna göre, x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{2}$ B) $\frac{2}{b}$ C) $\frac{2}{a}$ D) $\frac{b}{2}$ E) $\frac{a}{b}$

13. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{2}$
 $\frac{2x}{a} - \frac{2y}{b} = 3$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) b C) ab D) $\frac{a}{b}$ E) $\frac{b}{a}$

14. $a - 2b + c = 7$
 $a - b + c = 4$

olduğuna göre, a + c toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $x - 2y + 3z = 2$
 $2x + 5y - z = 6$
 $x + y + 2z = 8$

olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

16. $\frac{x+1}{y} = \frac{1}{2}$
 $\frac{x}{y+1} = \frac{1}{4}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

Temel Matematik Konu Anlatımı

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Bölüm Kazanım Testi – 2

1.
$$\frac{4}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{5}}} = 2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.
$$(x - 2)^2 + (3y + 5)^2 = 0$$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

- A) $\frac{3}{11}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) $\frac{11}{3}$ E) 11

3. x değişkenine bağlı,

$$2x^2 + x + a = 0$$

denkleminin bir kökü 1 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

4.
$$2x + 3 - (5 - x) = 3x + 2$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) R B) $\emptyset$ C) $\{-2\}$ D) $\{2\}$ E) $\{3\}$

5.
$$\frac{4}{x} = \frac{x}{x}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6.
$$(3x + 1)^{3x+6} = 1$$

denklemini sağlayan kaç tane x reel sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7.
$$ax^3 + (b + 2)x^2 + (b - 1)x + 2 = a + 5$$

denklemin x değişkenine bağlı birinci dereceden bir denklem olduğuna göre, denklemin kökü kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8.
$$b = \frac{3a+5}{a-7}$$

olduğuna göre, b nin hangi değeri için a hesaplanamaz?

- A) -3 B) $-\frac{5}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 3 E) 7

Temel Matematik Konu Anlatımlı

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Bölüm Kazanım Testi – 2

9. $\frac{x-1}{x+1} = \frac{x+2}{x-2}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\{0\}$ C) $\{3\}$ D) $\{-3\}$ E) $\{-3, 3\}$

10. $\frac{x+2}{x^2+x-2} = \frac{3x+2}{x-1} - 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) R B) $\emptyset$ C) $\{-3\}$
D) $R - \{-2\}$ E) $R - \{-2, 1\}$

11. $\frac{2}{a-1} + \frac{2a-6}{-3+4a-a^2} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) R B) $\emptyset$ C) $\{3\}$ D) $R - \{1\}$ E) $R - \{1, 3\}$

12. $x - 2y - 3 = 0$
 $4y - 2x + 6 = 0$

denklemlerin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(1, -1)\}$ B) $\{(2, -2)\}$ C) $\{(3, 0)\}$
D) $\emptyset$ E) R

13. $x - y + 3 = 0$
 $2x - 2y - 3 = 0$

denklemlerin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) R B) $\emptyset$ C) $\{(0, 3)\}$
D) $\left\{\left(\frac{3}{2}, 0\right)\right\}$ E) $\left\{\left(\frac{5}{2}, 1\right)\right\}$

14. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 9$
 $\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -12$

denklemlerin çözümü veriliyor.

Buna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

15. x ile y tam sayı olmak üzere,

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$$

$$3x + 4y = 14$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

16. $a^x \cdot b^y = 4$
 $a^y \cdot b^x = 16$

denklemlerin çözümünde $\frac{a}{b} = 2$ olduğuna göre, x - y farkı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) -2 E) -4

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Bölüm Kazanım Testi – 3

1. $3x + 2 + 3(x + 1) = 3x + 5$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\mathbb{R}$ C) $\left\{-\frac{2}{3}\right\}$ D) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$ E) $\{0\}$

2. $(3x + 2)^{2x+3} = 1$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{3}{2}$

3. $(a + 1)x + 2y = 4$

$3x + (b - 2)y = 2$

denklemler sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

4. $2x + ay = 3$

$ax + 8y = 6$

denklemler sisteminin a nın hangi değeri için çözümü yoktur?

- A) -16 B) -6 C) -4 D) 4 E) 6

5. x, y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x^2 - y^2 = 13$

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 45 C) 85 D) 95 E) 97

6. $\frac{x+2}{y+3} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $2y - 6x$ farkı kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

7. $\frac{2^{x-y}}{2^{y-x}} = 8$ ve $x \cdot y = \frac{5}{8}$

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

8. $(3x + 1)^2 = (2x - 3)^2$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $-\frac{2}{3}$

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Bölüm Kazanım Testi – 3

9. $2x - 3y - z = 8$
 $4x - y + z = 12$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

10. $\frac{1 + \frac{1}{1+x}}{1 - \frac{1}{1+x}} = \frac{1}{x} + 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $R - \{-1\}$ B) $R - \{0\}$ C) $\{1\}$ D) $\emptyset$ E) R

11. $2x = \frac{3y+1}{2y+1}$

olduğuna göre, x in hangi değeri için y hesaplanamaz?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

12. $\frac{x+y}{x-y} = 3$ olduğuna göre,

$$\frac{x^2 - y^2}{3xy}$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

13. $\frac{a^2 - 1}{a^2 + a} + \frac{4 - b^2}{2b^2 - 4b} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

14. $\frac{2x^2 + x - 1}{x - 1} + \frac{x + 3}{x^2 + 2x - 3} = 2x$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) R C) $R - \{1\}$
D) $R - \{-3, 1\}$ E) $\{0\}$

15. $\frac{x+1}{2 + \frac{x^2 + ax + b}{x-3}} = 1$

denklemini her $x \in R - \{3\}$ için sağlandığına göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

16. x, y, z sıfırdan farklı sayılardır.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 10$$

olduğuna göre, $\frac{x+1}{x} + \frac{1-3y}{y} - \frac{2z-1}{z}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 6 C) 4 D) -2 E) -4

Temel Matematik Konu Anlatımı

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Ünite Kazanım Testi

1. $(a + 1)x^3 + (b - 1)x^2 + 2abx + 5 = 3$

x değişkenine bağlı birinci dereceden bir denklem olduğuna göre, denklemin kökü kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. "Üç fazlasının yarısı, 2 katına eşit olan sayı kaçtır?"

Sorusunun çözülebilmesi için aşağıdaki denklemlerden hangisi kullanılmalıdır?

- A) $x + \frac{3}{2} = 2x$ B) $\frac{x+3}{2} = 2x$ C) $(x-3) \cdot 2 = \frac{x}{2}$
D) $x - \frac{3}{2} = 2x$ E) $(x+3)2 = 2x$

3. $(x + 2y)a + (3x - y + 1)b = 0$

ifadesi her a, b reel sayısı için doğru olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{2}{7}$ B) $-\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

4. $xy + x = 9$

$$\frac{3}{x} + \frac{3}{y+1} = 2$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

5. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 3$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\frac{x+3}{x^2+x-6} + \frac{2}{2-x} = 3$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2

7. $2x^2 - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{2-x} + 8$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\{0\}$ C) $\{2\}$ D) $\{-2\}$ E) $\{-2, 2\}$

8. $2x + 3y + 1 = 0$
 $3x + ay - 1 = 0$

denklemler sistemi tek bir (x, y) ikilisi için doğru olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

Temel Matematik Konu Anlatımı

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Ünite Kazanım Testi

9.
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$
$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{7}{12}$$
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{3}{4}$$

denklem sistemini sağlayan y değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10.
$$a + b = 6$$
$$a - d = 3$$
$$b - c = 1$$

olduğuna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

11. a, b ve c pozitif reel sayı olmak üzere,

$$\frac{a \cdot b}{c} = \frac{1}{3}, \quad \frac{a \cdot c}{b} = 2, \quad \frac{b \cdot c}{a} = \frac{3}{2}$$

olduğuna göre, a.b.c çarpımı kaçtır?

- A) 9 B) 4 C) $\frac{9}{4}$ D) 1 E) $\frac{4}{9}$

12.
$$\frac{a^2 - 3ab + b^2}{ab} = 2 + \frac{7}{ab}$$
 ve a + b = 7

denklem sistemini sağlayan a'nın alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

13. x ile y tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{2x+3y-5} + \frac{1}{x-2y+9} = 1$$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 3 E) 5

14.
$$2x - 3y = 3$$
$$x + 2y = -2$$
$$ax + by = 8$$

denklem sisteminin çözüm kümesi tek elemanlı olduğuna göre, b kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -4 D) 2 E) 7

15. x ≠ y, a ≠ 0 ve x ≠ 0 olmak üzere,

$$x - y = ax$$
$$2x - 2y = ay$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

16.
$$a \cdot b = 3$$
$$c \cdot d = 4$$
$$\frac{1}{b} + \frac{4}{3d} = 5$$

olduğuna göre, a + c toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

Temel Matematik Konu Anlatımlı

I. DERECEDEN DENKLEMLER

Ünite Kazanım Testi

17. $a + 2b + 3c = 2$
 $5a + 6b + 7c = 10$
olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{1}{4}$, $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 8$
olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?
A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

19. $\frac{4}{x} + \frac{4}{y+2} = 2$
 $x \cdot y + 2x = -8$
olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?
A) -12 B) -8 C) -6 D) -4 E) -2

20. $A = \frac{1}{(x-3)^2 + 6} + \frac{1}{4 + (y+2)^2}$
olduğuna göre, A'nın en büyük değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{5}{12}$ E) 1

21. a, b ve c reel sayı olmak üzere,

$$a + \frac{b}{c} = 1$$

$$c + \frac{a}{b} = 1$$

$$b + \frac{c}{a} = 1$$

olduğuna göre, $a.b + a.c + b.c$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

22. $m \neq n$ olmak üzere,

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = 3$$

$$mx - nx = (n+m) \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right)$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

23. x, y ve z birer reel sayıdır.

$$x(y + z) = 24$$

$$z(y - x) = 16$$

$$z + x = 4$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 10 B) -2 C) -4 D) -10 E) -16

24. $x + 2y - z = 13$

$$3x + 2y + z = 11$$

$$(x + 2y)^2 - z^2 = 13$$

denklem sistemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10.ÜNİTE

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

KAZANIM

- Verilen problemi matematik diline çevirebilir.
- Sayı problemlerini çözebilir.
- Kesir problemlerini çözebilir.
- Yaş problemlerini çözebilir.
- İşçi – Havuz problemlerini çözebilir.
- Hareket problemlerini çözebilir.
- Yüzde problemlerini çözebilir.
- Faiz problemlerini çözebilir.
- Karışım problemlerini çözebilir.
- Sayısal yetenek problemlerini çözebilir.

MATEMATİK DİLİNE ÇEVİRME

Verilen problemin $x, y, a, b, c \dots$ gibi sembollerle ifade edilmesine **matematik diline çevirme** denir.

1. Herhangi bir sayı x olsun,

Sayının 2 fazlası	: $x + 2$
Sayının 2 eksiği	: $x - 2$
Sayının 2 katı	: $2x$
Sayının $\frac{2}{5}$ i	: $\frac{2}{5} \cdot x$
Sayının $\frac{2}{5}$ fazlası	: $x + \frac{2}{5}$
Sayının yarısı	: $\frac{x}{2}$
Sayının 2 fazlasının 3 katı	: $(x + 2) \cdot 3$
Sayının 2 katının 3 fazlası	: $2x + 3$
Sayının 3 eksiğinin yarısı	: $\frac{x - 3}{2}$
Sayının yarısının 3 eksiği	: $\frac{x}{2} - 3$
Sayının karesi	: x^2
Sayının karesinin 2 fazlası	: $x^2 + 2$
Sayının 2 fazlasının karesi	: $(x + 2)^2$ dir.

2. Herhangi iki sayı sırasıyla x ve y olsun.

Sayıların toplamı	: $x + y$
Sayıların farkı	: $x - y$
Sayıların çarpımı	: $x \cdot y$
Sayıların oranı	: $\frac{x}{y}$
Sayıların karelerinin toplamı	: $x^2 + y^2$
Sayıların toplamının karesi	: $(x + y)^2$ dir.

3. Ardışık tam sayılardan küçüğü x olsun.

Ardışık iki tam sayının toplamı	: $x + (x + 1)$
Ardışık üç tam sayının toplamı	: $x + (x + 1) + (x + 2)$
Ardışık iki çift sayının toplamı	: $x + (x + 2)$
Ardışık iki tek sayının toplamı	: $x + (x + 2)$ dir.

UYARI

Verilen bir problem çözülürken;

- Verilen ve istenen bilgiler anlaşılana kadar problem okunur.
- Verilen bilgiler, matematik diline çevrilir.
- Denklem çözme yöntemleri kullanılarak matematik diline çevrilen denklemler çözülür.
- Bulunan değer, soru cümlesinde istenen olup olmadığı kontrol edilir.
- Mümkün olduğunca az bilinmeyen kullanmak, denklem çözümünü kolaylaştıracaktır.

SAYI PROBLEMLERİ

Örnek Soru

4 katının 3 fazlası 35 olan sayı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Çözüm

İstenen sayı x olsun.

$$4.x + 3 = 35$$

$$4.x = 35 - 3$$

$$4.x = 32$$

$$x = \frac{32}{4}$$

$$x = 8 \text{ dir.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Bir sayının yarısının 4 fazlası, aynı sayının 2 eksiğine eşittir.

Buna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

Çözüm

İstenen sayı x olsun.

$$\frac{x}{2} + 4 = x - 2$$

$$x - \frac{x}{2} = 4 + 2$$

$$\frac{x}{2} = 6 \Rightarrow x = 12 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

6 katının 3 eksiği, 5 katının 2 fazlasına eşit olan sayı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

İstenen sayı x olsun.

$$6.x - 3 = 5.x + 2$$

$$6x - 5x = 2 + 3$$

$$x = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Pozitif bir sayının karesi ile aynı sayının 2 fazlasının 4 katı toplandığında 125 sayısı elde ediliyor.

Buna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Çözüm

İstenen sayı x olsun.

$$x^2 + 4(x + 2) = 125$$

$$x^2 + 4x + 8 = 125$$

$$x^2 + 4x + 4 = 125 - 4$$

$$(x + 2)^2 = 121$$

$$x + 2 = 11 \text{ veya } x + 2 = -11$$

$$x = 9 \text{ veya } x = -13 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

Farkı 6 olan iki sayının toplamının yarısı, bu sayılardan büyük olanın 2 katının 20 eksiğine eşittir.

Buna göre, bu sayılardan küçük olanı kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 21

Çözüm

Küçük sayı x olsun.

Bu durumda büyük sayı $x + 6$ olur.

$$\frac{x + (x + 6)}{2} = 2(x + 6) - 20$$

$$\frac{2x + 6}{2} = 2x + 12 - 20$$

$$2x + 6 = 4x - 16$$

$$4x - 2x = 6 + 16$$

$$2x = 22$$

$$x = 11 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

49 katı ile 45 katının farkı 1200 olan sayı kaçtır?

- A) 150 B) 300 C) 450 D) 600 E) 900

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Çözüm

İstenen sayı x olsun.

$$49.x - 45.x = 1200$$

$$4.x = 1200$$

$$x = 300 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Bir pantolonu 50 TL, bir gömleği 30 TL ye satan bir mağaza her bir pantolon ya da gömlek alana bir adet mendil hediye etmektedir.

Buna göre, toplam 310 TL lik pantolon ve gömlek alan bir müşteri en fazla kaç hediye mendil alabilir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm

Müşteri x tane pantolon, y tane gömlek almış olsun.

$$50x + 30y = 310$$

$$5x + 3y = 31$$

Hediye mendil sayısının çok olabilmesi için müşterinin mümkün olduğu kadar çok gömlek satın alması gerekir.

Bu durumda y çok, x az seçilmelidir.

$$5x + 3y = 31$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 7 \end{array}$$

En çok $2 + 7 = 9$ mendil hediye alınmış olabilir.

Yanıt C

Örnek Soru

Bir manavda,

4 kg elma ve 3 kg armut alan 7 TL

3 kg elma ve 4 kg armut alan 5 TL

ödediğine göre, 1 kg elma, 1 kg armuttan kaç TL pahalıdır?

- A) 1 B) 1,25 C) 1,50 D) 1,75 E) 2

Çözüm

1kg elmanın fiyatı e TL, 1 kg armudun fiyatı da a TL olsun.

$$4e + 3a = 7 \dots (1)$$

$$3e + 4a = 5 \dots (2)$$

(1) numaralı denklemden, (2) numaralı denklem taraf tarafa çıkarılırsa,

$$4e + 3a - (3e + 4a) = 7 - 5$$

$$e - a = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

Su ile dolu iken bir kabın ağırlığı 50 kg dır.

Bu kaptaki suyun ağırlığı, boş kabın ağırlığının 4 katı olduğuna göre, kabın boş iken ağırlığı kaç kg dır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

Çözüm

Suyun ağırlığı s ve boş kabın ağırlığı b olsun.

Su ile dolu iken kabın ağırlığı 50 kg ise

$$s + b = 50 \dots (1)$$

Suyun ağırlığı, boş kabın ağırlığının 4 katı ise

$$s = 4b \dots (2)$$

(2) numaralı denklem, (1) numaralı denklemde yerine yazıldığında;

$$s + b = 50$$

$$4b + b = 50$$

$$5b = 50$$

$$b = 10 \text{ kg bulunur.}$$

Yanıt B

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

Bir manav, bir sandıktaki x tane limonu tanesi y TL den satmayı düşünmektedir.

Sandıktaki limonların 20 tanesi çürük çıktığına göre, aynı parayı elde etmek için sağlam limonların tanesini kaç TL den satmalıdır?

- A) $\frac{x+y}{x+20}$ B) $\frac{x \cdot y}{y+20}$ C) $\frac{x \cdot y}{y-20}$
D) $\frac{x \cdot y}{x-20}$ E) $\frac{x}{y+20}$

Çözüm

Manav x tane limonu, tanesi y TL den satarsa, $x \cdot y$ TL kazanır.

20 limon çürük çıktığından satabileceği $x - 20$ tane limon kalır.

Kalan limonların her biri a TL den satılırsa bu durumda $(x - 20) \cdot a$ TL kazanır.

Aynı parayı kazanabilmesi için, $x \cdot y = (x - 20) \cdot a$ olmalıdır.

Buradan $a = \frac{x \cdot y}{x - 20}$ bulunur.

Yanıt D

Örnek Soru

Mehmet, belli bir yolun tamamını eşit adımlarla 240 adımda alıyor. Mehmet adımlarını 15'er cm kısaltınca aynı yolu 300 eşit adımda alıyor.

Buna göre, yolun tamamının uzunluğu kaç m dir?

- A) 150 B) 180 C) 200 D) 240 E) 300

Çözüm

Mehmet'in bir adımının uzunluğu x cm olsun. 240 adımda alınan yol, $240 \cdot x$ cm dir. ... (1)

Adımlarını 15'er cm kısaltarak 300 adımda aldığı yol $300(x - 15)$ cm olur. ... (2)

Her iki denklemde de alınan yollar aynı olduğundan (1) numaralı denklem (2) numaralı denkleme eşit olur.

$$240x = 300(x - 15)$$

$$4x = 5(x - 15)$$

$$4x = 5x - 75$$

$$x = 75 \text{ olur.}$$

$$\text{Yolun uzunluğu } 240 \cdot x = 240 \cdot 75$$

$$= 18000 \text{ cm}$$

$$= 180 \text{ m dir.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Mehmet bir merdivenin basamaklarını 2 şer 2 şer çıkıp, 3'er 3'er iniyor.

Mehmet'in çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 12 fazla olduğuna göre, bu merdiven kaç basamaklıdır?

- A) 66 B) 72 C) 78 D) 84 E) 90

Çözüm

Merdiven x basamaklı olsun. Bu durumda çıkarken

atılan adım sayısı $\frac{x}{2}$, inerken atılan adım sayısı $\frac{x}{3}$ olur.

Çıkarken atılan adım sayısı, inerken atılan adım sayısından 12 fazla olduğuna göre,

$$\frac{x}{2} = \frac{x}{3} + 12$$

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 12$$

$$\frac{3x - 2x}{6} = 12$$

$$x = 72 \text{ dir.}$$

Yanıt B

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

Bir bardak çayın 40 kuruş olduğu bir pastanede çay içen öğrencilerden dördünün parası olmadığı için, parası olanlar 50 şer kuruş ödüyorlar.

Her öğrenci sadece 1 bardak çay içtiğine göre, kaç öğrenci çay parası ödemiştir?

- A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

Çözüm

Çay içen öğrenci sayısı x olsun.

Ödenecek olan para değişmeyeceğinden;

$$x \cdot 40 = (x - 4) \cdot 50$$

$$4x = 5x - 20$$

$$x = 20 \text{ bulunur.}$$

Hesap ödeyen öğrenci sayısı $20 - 4 = 16$ dır.

Yanıt E

Örnek Soru

1500 öğrencisi olan bir dershanenin öğrenci sayısı her yıl 60 azalmaktadır. 800 öğrencisi olan başka bir dershanenin öğrenci sayısı ise her yıl 80 artmaktadır.

Buna göre, kaç yıl sonra bu dershanelerin öğrenci sayıları birbirine eşit olur?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

Bu dershanelerin öğrenci sayıları t yıl sonra birbirine eşit olsun.

$$1500 - 60 \cdot t = 800 + 80 \cdot t$$

$$700 = 140 \cdot t$$

$$t = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

45 yolcusu bulunan bir otobüsten 4 evli çift indiğinde geriye kalanlar arasında, bayların sayısı bayanların sayısının 3 katının 1 fazlası oluyor.

Buna göre, ilk durumda otobüste kaç bayan vardır?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

Çözüm

İlk durumda bayan sayısı x ise bay sayısı $45 - x$ olur.

4 evli çift (4 bay, 4 bayan) inerse, otobüste geriye $x - 4$ tane bayan $45 - x - 4 = 41 - x$ tane bay yolcu kalır.

$$41 - x = 3(x - 4) + 1$$

$$41 - x = 3x - 11$$

$$4x = 52$$

$$x = 13 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

30 kg lık tereyağını 180 TL ye alan bir bakkal, bunu net ağırlığı 500 g olan paketler hâlinde satacaktır. Her paket için 1 TL paketleme masrafı yapılmaktadır.

Bu bakkal, 30 kg tereyağı satışından 30 TL kâr etmek istediğine göre, bir paket tereyağını kaç TL den satmalıdır?

- A) 3 B) 3,50 C) 4 D) 4,50 E) 5

Çözüm

30 kg lık tereyağ ile $\frac{30000 \text{ g}}{500 \text{ g}} = 60$ paket yapılır.

Buna göre, paketleme için $60 \cdot 1 = 60$ TL masraf edilir.

60 paketin maliyeti $180 \text{ TL} + 60 \text{ TL} = 240 \text{ TL}$ dir.

Yapılacak toplam kâr 30 TL olduğuna göre, 60 paket $240 \text{ TL} + 30 \text{ TL} = 270 \text{ TL}$ ye satılmalıdır.

Buna göre, bir paket yağın satış fiyatı $\frac{270}{60} = 4,50 \text{ TL}$ bulunur.

Yanıt D

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

A kovasının hacmi, B kovasının hacminden 3 litre daha fazladır. A kovası ile 18 kova su alan bir bidon, B kovası ile 24 kova su almaktadır.

Buna göre, B kovasının hacmi kaç litredir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm

B kovasının hacmi x litre ise

A kovasının hacmi $x + 3$ litre olur.

Buna göre,

$$24.x = 18.(x + 3)$$

$$24x = 18x + 54$$

$$6x = 54$$

$$x = 9 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Çözüm

15 litrelik bidon ile x bidon su taşınmış ise, 10 litrelik bidon ile $120 - x$ bidon su taşınmıştır.

Buna göre,

$$15.x + 10(120 - x) = 1435$$

$$15x + 1200 - 10x = 1435$$

$$5x = 235$$

$$x = 47 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Hanife bir bilet kuyruğunda baştan $(n + 1)$. sırada, sondan $(2n - 3)$. sıradadır.

Kuyrukta 78 kişi olduğuna göre, Hanife baştan kaçınıcı sıradadır?

- A) 27 B) 28 C) 29 D) 30 E) 31

Çözüm

Hanife, bilet kuyruğunda baştan $(n + 1)$. sırada, sondan $(2n - 3)$. sırada olduğuna göre, kuyrukta

$(n + 1) + (2n - 3) - 1$ kişi vardır.

Buna göre, $n + 1 + 2n - 3 - 1 = 78$

$$3n - 3 = 78$$

$$n = 27 \text{ bulunur.}$$

Hanife, baştan $(n + 1) = 28$. sıradadır.

Yanıt B

Örnek Soru

Hacmi 1435 litre olan bir depo 10 litrelik ve 15 litrelik iki bidonla su taşınarak doldurulacaktır.

Toplam 120 bidon su taşınıncaya depo tam dolacağına göre, 15 litrelik bidon ile kaç bidon su taşınmalıdır?

- A) 43 B) 47 C) 63 D) 67 E) 73

KESİR PROBLEMLERİ

Örnek Soru

$\frac{1}{8}$ i 64 olan sayının $\frac{3}{16}$ sı kaçtır?

- A) 72 B) 84 C) 96 D) 112 E) 120

Çözüm

İstenen sayı x olsun.

$$\frac{x}{8} = 64 \Rightarrow x = 8 \cdot 64 \text{ olur.}$$

$$x \cdot \frac{3}{16} = 8 \cdot 64 \cdot \frac{3}{16} = 96 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Bir sayının $\frac{2}{5}$ i ile aynı sayının $\frac{3}{4}$ ünün toplamı

46 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 23 B) 30 C) 36 D) 40 E) 46

Çözüm

İstenen sayı x olsun.

$$x \cdot \frac{2}{5} + x \cdot \frac{3}{4} = 46$$

$$\frac{8x + 15x}{5 \cdot 4} = 46$$

$$8x + 15x = 5 \cdot 4 \cdot 46$$

$$23x = 20 \cdot 46$$

$$x = \frac{20 \cdot 46}{23}$$

$$x = 40 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

Bir deponun içinde bir miktar su vardır. Depoya 5 kova su eklenirse depoda a litre su oluyor. Depodan

bir kova su alınırsa depoda $\frac{a}{4}$ litre su kalıyor.

Buna göre, ilk durumda depoda kaç kova su vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

İlk durumda deponun içinde x litre su olsun. Bir kovanın hacmi de k litre olsun.

$$x + 5k = a \dots (1)$$

$$x - k = \frac{a}{4} \dots (2)$$

(1) ve (2) numaralı denklemler taraf tarafa oranlanırsa

$$\frac{x + 5k}{x - k} = 4 \Rightarrow 4x - 4k = x + 5k$$

$$3x = 9k$$

$$x = 3k \text{ dir.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Bir kesrin değeri $\frac{2}{5}$ tir. Bu kesrin payından 3 çıkarılır,

paydasına 5 eklenirse kesrin değeri $\frac{1}{5}$ oluyor.

Buna göre, ilk kesrin payı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

Çözüm

Değeri $\frac{2}{5}$ olan kesir $\frac{2x}{5x}$ olsun.

Payından 3 çıkarılır, paydasına 5 eklenirse,

$$\frac{2x - 3}{5x + 5} = \frac{1}{5} \text{ denklemini elde edilir.}$$

$$10x - 15 = 5x + 5$$

$$5x = 20$$

$$x = 4 \text{ bulunur.}$$

Kesrin payı; $2x = 2 \cdot 4 = 8$ dir.

Yanıt B

1. Bir sayının 2 katının 15 fazlası bu sayının 4 katından 3 eksik olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. 2 katının 3 eksiğinin $\frac{2}{5}$ i 2 olan sayı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Ardışık üç çift sayıdan en küçüğünün üç katı, en büyüğünün 2 katından 14 fazladır.

Buna göre, ortanca sayı kaçtır?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

4. Ardışık iki tek doğal sayının kareleri farkının mutlak değeri 40 olduğuna göre, büyük sayı kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

5. Eda'nın parası Ece'nin parasının 2 katından 3 TL eksiktir. Eda Ece'ye 5 TL verirse ikisinin parası eşit oluyor.

Buna göre, Ece'nin parası kaç TL dir?

A) 5 B) 6,5 C) 8 D) 12 E) 13

6. Bir sınıftaki öğrenciler sıralara ikişerli oturlarsa 5 kişi ayakta kalıyor. Üçerli oturlarsa 1 sıra fazla geliyor.

Buna göre, sınıfta kaç sıra vardır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. Erkan aklından bir doğal sayı tuttu. Bu sayının 3 eksiğinin karesinin 3 fazlasını aldı. Böylece sonucu 147 buldu.

Buna göre, Erkan'ın aklında tuttuğu sayı kaçtır?

A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

8. Bir koşucu belli bir mesafeyi her gün bir öncekinden 4 saniye daha kısa sürede koşuyor.

12. gün bu mesafeyi 1 dakika 38 saniyede koştuğuna göre, ilk gün kaç saniyede koşmuştur?

A) 54 B) 72 C) 98 D) 142 E) 146

9. Bir miktar para 15 çocuk arasında eşit olarak paylaştırılmak isteniyor. Çocuk sayısı 3 eksik olsaydı kişi başına düşen para miktarı 50 kuruş daha fazla olacaktı.

Buna göre, paylaştırılmak istenen para kaç TL dir?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

10. İki sayıdan 1. sine 10 ilave edildiğinde sonuç 2. cinin 3 katına, 2. ciden 1 çıkarıldığında sonuç 1. cinin yarısına eşit oluyor.

Bu sayıların farkının mutlak değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

11. 20 tanesi x kuruş olan limonların 50 tanesi $3x - 24$ kuruş olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 48 B) 44 C) 34 D) 24 E) 20

12. Eşit ağırlıktaki elmalar bir kaba konularak tartılıyor.

2 elma 350 g, 5 elma 830 g olarak tartıldığına göre, tartıda kullanılan kabın ağırlığı kaç g dır?

- A) 10 B) 15 C) 25 D) 30 E) 50

13. Üç yanlışın bir doğruyu götürdüğü 70 soruluk bir sınavda her netin karşılığı 8 puandır.

Bu sınavda her soruyu cevaplayan bir öğrenci 368 puan aldığına göre, bu öğrencinin doğru cevapladığı soru sayısı kaçtır?

- A) 46 B) 48 C) 50 D) 52 E) 56

14. Metin'in sınıfındaki kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının yarısından 8 fazla, aynı sınıftaki Seda'nın kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısından 2 eksiktir.

Buna göre, bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

- A) 33 B) 35 C) 37 D) 38 E) 40

15. Bir sepette belli bir miktar armut vardır. Sepetten

3 tane armut alınırsa $\frac{2a}{3}$ tane armut kalıyor. İlk durumdaki sepete 5 tane armut eklenirse a tane armut oluyor.

Buna göre, ilk durumda sepette kaç armut vardır?

- A) 24 B) 21 C) 20 D) 19 E) 18

16. Boş iken ağırlığı a gram olan bir şişe, dolu iken $a + x$ gram, yarısına kadar dolu iken $a + y$ gram gelmektedir.

x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = 2y$ B) $x = y$ C) $y = 3x$
D) $x = 3y$ E) $y = 2x$

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 2

1. Yarısının 2 eksiğinin yarısı 2 olan sayının karesi kaçtır?

A) 16 B) 36 C) 64 D) 100 E) 144

2. $\frac{1}{3}$ ü ile $\frac{1}{4}$ ünün toplamı 56 olan sayının $\frac{1}{6}$ sı kaçtır?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

3. $\frac{3}{8}$ i boş olan bir kaba 3 litre su ilave edilince kap doluyor.

Buna göre, kabın tamamı kaç litre su alır?

A) 24 B) 16 C) 9 D) 8 E) 7

4. $\frac{1}{10}$ unun $\frac{3}{20}$ si 30 olan sayı kaçtır?

A) 20 B) 30 C) 200 D) 2000 E) 5000

5. $\frac{2}{7}$ sinin $\frac{3}{4}$ üne 15 eklendiğinde 33 olan sayı

kaçtır?

A) 72 B) 81 C) 84 D) 87 E) 90

6. $\frac{2}{5}$ i ile $\frac{1}{4}$ ünün farkının 10 katı 123 olan sayının yarısı kaçtır?

A) 39 B) 40 C) 41 D) 42 E) 43

7. Elindeki malın $\frac{2}{5}$ ini satan bir satıcı 10 parça mal daha satsaydı tüm malın yarısını satmış olacaktı.

Buna göre, başlangıçta elinde kaç parça mal vardır?

A) 140 B) 130 C) 120 D) 110 E) 100

8. Bir işveren günlük kazancının $\frac{1}{3}$ ünü kendisine ayırdıktan sonra kalanını yanında çalışan 4 elemanına eşit şekilde paylaşıyor.

Her eleman 60 TL aldığına göre, iş yerinin günlük kazancı kaç TL dir?

A) 520 B) 480 C) 360 D) 240 E) 120

Temel Matematik Konu Anlatımlı

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 2

9. Bir duvarın önce $\frac{7}{10}$ u sonra, kalanın $\frac{1}{3}$ ü boyanıyor.

Geriye 4 m² boyanmamış bölge kaldığına göre, ilk boyanan bölge kaç m² dir?

A) 15 B) 14 C) 12 D) 9 E) 7

10. Değeri $\frac{2}{3}$ olan bir kesrin payından 3 çıkarılıp, paydasına 3 ilave edilirse kesrin değeri $\frac{1}{2}$ oluyor.

Bu kesir aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4}{6}$ B) $\frac{6}{9}$ C) $\frac{12}{18}$ D) $\frac{18}{27}$ E) $\frac{20}{30}$

11. Bir kesrin payı ile paydasının toplamı 20 dir. Payından 1, paydasından 3 çıkartılır ise kesrin değeri $\frac{1}{3}$ oluyor.

Kesrin pay ve paydasının çarpımı kaçtır?

A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

12. Ahmet'in parasının $\frac{1}{3}$ ü, Mehmet'in parasının $\frac{3}{5}$ ine eşittir.

İkisinin paraları toplamı 560 TL ise, Mehmet'in parası kaç TL dir?

A) 200 B) 210 C) 220 D) 300 E) 400

13. Bir telin ucundan $\frac{1}{5}$ i kesilince orta noktası 2 cm kayıyor.

Kesilmeden önce telin uzunluğu kaç cm dir?

A) 36 B) 32 C) 28 D) 24 E) 20

14. Bir deponun $\frac{3}{8}$ i dolu iken 15 litre benzin ilave edilirse $\frac{9}{16}$ sı doluyor.

Buna göre, deponun tamamı kaç litre benzin alır?

A) 81 B) 80 C) 72 D) 66 E) 60

15. Ali parasının $\frac{11}{15}$ inin $\frac{5}{22}$ sini harcıyor. Sonra da kalan parasının $\frac{2}{5}$ ini harcıyor.

Geriye 12 TL si kaldığına göre, Ali'nin başlangıçta kaç TL si vardır?

A) 18 B) 24 C) 26 D) 30 E) 32

16. Bir çuval pirincin birinci gün $\frac{1}{3}$ ü, ikinci gün

kalanın $\frac{1}{4}$ ü, üçüncü gün kalanın yarısı olmak üzere toplam 24 kg satıldığına göre, bir çuval pirinç kaç kg dır?

A) 34 B) 32 C) 30 D) 26 E) 24

Temel Matematik Konu Anlatımlı

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 3

1. $\frac{3}{5}$ inin $\frac{1}{3}$ ünden $\frac{1}{6}$ sı çıkarıldığında 140 a eşit olan sayı kaçtır?

A) 2100 B) 2400 C) 3400
D) 4200 E) 5000

2. $\frac{1}{4}$ ü ile $\frac{1}{6}$ sı arasındaki fark 6 olan sayıya en az hangi pozitif tam sayı eklenirse sonuç bir tam sayının karesi olur?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $\frac{5}{9}$ unun $\frac{3}{5}$ ile $\frac{3}{4}$ ünün $\frac{2}{9}$ unun toplamı 420 olan sayının $\frac{1}{4}$ ü kaçtır?

A) 201 B) 210 C) 213 D) 216 E) 219

4. Bir sınıfın $\frac{1}{6}$ sı erkektir. Bu sınıfa 4 erkek öğrenci daha gelirse sınıfın $\frac{1}{4}$ ü erkek öğrenci oluyor.

Buna göre, başlangıçta sınıfta kaç öğrenci vardır?

A) 56 B) 48 C) 36 D) 52 E) 24

5. Ali parasının $\frac{1}{4}$ ünü Mehmet'e verirse Mehmet'in parası $\frac{1}{3}$ ü kadar artıyor.

İkisinin paraları toplamı 35 TL olduğuna göre, Ali'nin kaç TL si vardır?

A) 25 B) 20 C) 18 D) 16 E) 15

6. Bir miktar paranın $\frac{1}{3}$ ünü, $\frac{1}{4}$ ünü ve $\frac{1}{5}$ ini üç arkadaş aralarında paylaşıyor.

Geriye 130 TL kaldığına göre, paranın tamamı kaç TL dir?

A) 240 B) 300 C) 420 D) 600 E) 720

7. Payı ve paydası birer tam sayı olan bir kesrin payından paydasını çıkarıp, paydasına payını eklediğimizde değeri $\frac{1}{4}$ oluyor.

Bu kesrin payı ile paydasının çarpımı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

8. Bir sandık portakalın önce $\frac{1}{6}$ sı sonra kalanın $\frac{3}{5}$ i satılıyor. Kalan portakalın $\frac{5}{8}$ i çürüyor.

Geriye $\frac{3}{2}$ kg portakal kaldığına göre, 1 sandık portakal kaç kg dır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

Temel Matematik Konu Anlatımlı

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 3

9. Ezgi'nin parasının $\frac{2}{3}$ ü, Oya'nın parasının $\frac{5}{9}$ una eşittir.

İkisinin toplam 110 TL si olduğuna göre, Oya'nın parası kaç TL dir?

A) 66 B) 63 C) 62 D) 60 E) 56

10. Bir tel çubuk 8 eş parçaya ayrılıp orta noktası işaretleniyor. Daha sonra sekiz eş parçadan biri kesilip atılıyor ve yeni uzunluğun orta noktası işaretleniyor.

Bu iki nokta arasındaki uzaklık 1,5 cm ise ilk durumdaki telin uzunluğu kaç cm dir?

A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

11. Bir sınıfta kız öğrencilerin sayısının erkek öğrencilerin sayısına oranı $\frac{3}{5}$, erkek öğrencilerin sayısı toplam öğrenci sayısının yarısından 5 fazla olduğuna göre, sınıfta kaç kız öğrenci vardır?

A) 15 B) 16 C) 20 D) 25 E) 26

12. Pay ve paydası tam sayı olan bir kesrin paydası payının 2 katından 2 fazladır. Kesrin payına 1 eklenip paydasından 2 çıkarılırsa değeri $\frac{7}{24}$ artıyor.

Buna göre, bu kesrin pay ve paydasının toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

13. Bir çubuğun bir ucundan $\frac{2}{7}$ si, diğer ucundan $\frac{1}{9}$ u kesildiğinde orta noktası 22 cm kayıyor.

Buna göre, bu çubuğun ilk boyu kaç cm dir?

A) 84 B) 105 C) 126 D) 250 E) 252

14. x km lik bir yolun önce $\frac{5}{9}$ u sonra kalan yolun $\frac{1}{4}$ ü onarılıyor.

Geriye onarılması gereken 8 km lik yol kaldığına göre, x kaçtır?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 40 E) 48

15. Cem'in a lirası kardeşinin b lirası vardır. Cem kardeşine bir miktar para verirse cebindeki para $\frac{1}{5}$ oranında azalıyor, kardeşinin parası $\frac{3}{10}$ oranında artıyor.

Buna göre, $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{3}$

16. Ali'nin a lirası, Banu'nun b lirası vardır. Ali parasının $\frac{1}{3}$ ünü Banu'ya verirse paraları eşit oluyor.

Buna göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) a = 3b B) b = a C) a = 2b
D) b = 2a E) b = 3a

Temel Matematik Konu Anlatımlı

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 4

1. Hangi sayının $\frac{1}{3}$ ünün $\frac{5}{9}$ unun 5 eksiği 5 tir?

- A) 63 B) 54 C) 52 D) 48 E) 36

2. Hangi sayının $\frac{2}{3}$ ünün $\frac{3}{5}$ ine kendisi ilave edildiğinde 420 sayısına eşit olur?

- A) 230 B) 232 C) 240 D) 270 E) 300

3. Ardışık üç çift sayının toplamının $\frac{1}{3}$ ü 66 ya eşit olduğuna göre, ortanca sayı kaçtır?

- A) 72 B) 70 C) 68 D) 66 E) 64

4. Bir deponun $\frac{4}{9}$ u su ile dolduruluyor. Depodan 20 litre su kullanıldığında geriye 20 litre su kalıyor. Buna göre, depo kaç litre su almaktadır?

- A) 63 B) 72 C) 81 D) 90 E) 100

5. Bir kablo önce uzunluğunun $\frac{1}{5}$ i, sonra kalan uzunluğunun $\frac{1}{5}$ i, daha sonra da kalan uzunluğunun $\frac{1}{5}$ i kadar kesilmiştir.

Geriye 64 metre kablo kaldığına göre, başlangıçtaki kablonun uzunluğu kaç metredir?

- A) 64 B) 100 C) 125 D) 130 E) 140

6. Sevgi'nin parasının $\frac{1}{3}$ ü, Ayşe'nin parasının 4 katına eşittir.

İkisinin paraları toplamı 338 TL olduğuna göre, Sevgi'nin parası kaç TL dir?

- A) 312 B) 300 C) 295 D) 286 E) 272

7. Bir sınıftaki erkek öğrenci sayısının kız öğrenci sayısına oranı $\frac{2}{3}$ tür. Sınıftaki erkek öğrenci sayısı 4 azaltılıp, kız öğrenci sayısı 4 artırılır ise kızların sayısı erkeklerin sayısının 2 katı oluyor.

Başlangıçta sınıftaki erkek öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 30 D) 32 E) 34

8. Bir kablo 24 eşit parçaya bölünüyor. Aynı kablo 16 eşit parçaya bölünseydi her parça 2 m daha uzun olacaktı.

Buna göre, kablonun tamamının uzunluğu kaç metredir?

- A) 72 B) 84 C) 96 D) 99 E) 102

Temel Matematik Konu Anlatımlı

9. Bir grup öğrenci yedikleri yemek için kişi başı 25 TL ödeyeceklerdir. 5 kişinin parası olmadığından parası olanlar kişi başı 30 TL ödemiştir.

Buna göre, grup kaç kişidir?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

10. Bir sınıftaki öğrenciler sıralara 3 erli oturlarsa 12 öğrenci ayakta kalıyor. 4 erli oturlarsa 1 sıra boş kalıyor.

Bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

- A) 60 B) 54 C) 52 D) 48 E) 36

11. Bir lokantadaki bardaklar, masalara 3 er 3 er korsa 8 bardak artıyor. Her masaya 4 bardak korsa 1 masaya hiç bardak kalmıyor.

Buna göre, lokantada kaç masa vardır?

- A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

12. Aynı türden kalem ve silgilerin satıldığı bir kırtasiyede 8 kalem ile 4 silginin fiyatı 11 TL dir. 5 kalem ile 9 silginin fiyatı ise 7,20 TL dir.

Bir kalem ile bir silginin toplam fiyatı kaç TL dir?

- A) 1,20 B) 1,40 C) 1,50 D) 1,60 E) 1,80

13. Bir kasa armut kasasıyla beraber 27 kg dır. Armutların yarısı satıldığında, kasada kalan armutların ağırlığı kasanın ağırlığının 4 katı olmaktadır.

Buna göre, boş kasa kaç kg dır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. 4 yanlışın 1 doğruyu götürdüğü 50 soruluk bir sınavda her net 10 puan değerindedir.

Tüm soruları işaretleyip 400 puan alan bir öğrencinin doğru sayısı kaçtır?

- A) 38 B) 40 C) 42 D) 44 E) 46

15. a litre su alabilen bir deponun $\frac{1}{5}$ i su ile doludur.

Bu depoya x litre su konulduğunda deponun $\frac{7}{10}$ u dolmuş oluyor.

Buna göre, a nın x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3x B) 2x C) x D) $\frac{x}{2}$ E) $\frac{x}{3}$

16. Bir çocuk cebindeki x TL nin

I. gün yarısını ve 20 TL sini

II. gün kalanın yarısını ve 20 TL sini

III. gün kalanın yarısını ve 20 TL sini harcayarak cebindeki parayı bitiriyor.

Buna göre, x kaç TL dir?

- A) 320 B) 300 C) 280 D) 260 E) 240

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 5

1. $\frac{9}{14}$ ünün $\frac{7}{18}$ inden 8 çıkarıldığında 72 ye eşit

olan sayı kaçtır?

A) 400 B) 350 C) 320 D) 300 E) 270

2. $\frac{2}{15}$ sayısı $\frac{2}{3}$ sayısının yüzde kaçdır?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

3. $\frac{3}{4}$ ü 180 olan sayının $\frac{2}{3}$ ü kaçtır?

A) 145 B) 150 C) 155 D) 160 E) 165

4. Hangi sayının $\frac{2}{9}$ unun yarısının 3 eksiği 4 tür?

A) 45 B) 54 C) 63 D) 72 E) 81

5. Hangi sayının üçte birinin üç fazlasının 6 katı, aynı sayının altı eksiğinin 7 katına eşittir?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 24 E) 32

6. $\frac{1}{9}$ unun küp kökü 4 olan sayının karekökü kaçtır?

A) 26 B) 25 C) 24 D) 23 E) 22

7. Bir çuval pirincin $\frac{2}{5}$ inin $\frac{5}{9}$ u satılıyor. Geriye 63 kg pirinç kalıyor.

Buna göre, dolu çuvalda kaç kg pirinç vardır?

A) 72 B) 76 C) 78 D) 80 E) 81

8. İki sayının toplamı 55 tir.

Küçük sayının $\frac{1}{4}$ ü ile büyük sayının $\frac{1}{5}$ inin toplamı 12 olduğuna göre, büyük sayı kaçtır?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

9. Ali elindeki soruların $\frac{2}{5}$ ini çözüyor. 10 soru daha çözeysdi soruların yarısını çözmüş olacaktı.

Buna göre, başlangıçta elinde kaç soru vardı?

A) 110 B) 100 C) 90 D) 80 E) 70

Temel Matematik Konu Anlatımlı

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 5

10. Bir miktar paranın önce $\frac{1}{6}$ sı, sonra kalanın $\frac{2}{5}$ i harcanıyor.

Geriye 600 TL kaldığına göre, ilk harcanan para kaç TL dir?

A) 210 B) 200 C) 180 D) 170 E) 160

11. Bir yolun $\frac{5}{9}$ u gidiliyor. Sonra gidilen yolun $\frac{1}{5}$ i kadar geri dönülüyor.

Geriye 50 km yol kaldığına göre, yolun tamamı kaç km dir?

A) 63 B) 72 C) 80 D) 81 E) 90

12. Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{1}{5}$ i erkektir. Bu sınıfa 3 erkek öğrenci daha gelirse sınıfın $\frac{3}{4}$ ü kız öğrenci oluyor.

Buna göre, başlangıçta sınıf mevcudu kaçtır?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

13. Bir bidon suyun önce $\frac{2}{7}$ si, sonra kalanın $\frac{3}{5}$ i kullanılıyor.

Geriye 6 litre su kaldığına göre, bidon kaç litre su alır?

A) 21 B) 18 C) 16 D) 14 E) 7

14. Bir su deposunun $\frac{2}{5}$ i doludur. Depoya 40 litre su ilave edilince $\frac{2}{5}$ i boş kalıyor.

Buna göre, depo kaç litre su alır?

A) 200 B) 180 C) 160 D) 150 E) 140

15. Bir kesrin paydası payının 3 katından 2 fazladır. Bu kesrin pay ve paydasından 1 çıkarılır ise kesrin değeri $\frac{1}{4}$ oluyor.

Buna göre, bu kesrin pay ve paydasının toplamı kaçtır?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

16. Bir çubuk 6 eşit parçaya ayrılıyor. Eğer parçalardan her biri 2 cm daha kısa olsaydı 8 eş parçaya ayrılacaktı.

Buna göre, çubuğun boyu kaç cm dir?

A) 36 B) 42 C) 44 D) 48 E) 56

17. İki arkadaş ellerindeki parayı şöyle paylaşıyorlar:

1. si tüm paranın $\frac{1}{3}$ ünün $\frac{2}{5}$ ini,

2. si kalan paranın $\frac{10}{13}$ ünün yarısını alıyor.

Geriye 40 TL para kaldığına göre, paranın tamamı kaç TL dir?

A) 75 B) 70 C) 60 D) 65 E) 50

Temel Matematik Konu Anlatımlı

YAŞ PROBLEMLERİ

1. Bir kişinin bugünkü yaşı x ise,

- ▶ t yıl sonraki yaşı, $x + t$
- ▶ t yıl önceki yaşı $x - t$ olur.

2. İki kişinin bugünkü yaşları toplamı y ise,

- ▶ t yıl sonraki yaşları toplamı $y + 2t$
- ▶ t yıl önceki yaşları toplamı $y - 2t$ olur.

3. n kişinin bugünkü yaşları toplamı z ise,

- ▶ t yıl sonraki yaşları toplamı $z + n.t$
- ▶ t yıl önceki yaşları toplamı $z - n.t$ olur.

4. İki kişinin bugünkü yaşları farkı k ise,

- ▶ t yıl sonraki yaşları farkı k
- ▶ t yıl önceki yaşları farkı k olur.

Bir başka deyişle yaş farkı sabittir, hiçbir zaman değişmez.

5. İki kişinin yaşları oranı sabit değildir.

Örnek Soru

Beyza'nın 6 yıl sonraki yaşı şimdiki yaşının $\frac{4}{3}$ katı olacaktır.

Buna göre, Beyza'nın bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

Çözüm

Beyza'nın şimdiki yaşı x olsun.

$$x + 6 = x \cdot \frac{4}{3}$$

$$3x + 18 = 4x$$

$$x = 18 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Bir baba 54 yaşında, oğlu 21 yaşındadır.

Kaç yıl sonra babanın yaşı, oğlunun yaşının 2 katı olur?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

Çözüm

t yıl sonra baba $54 + t$, oğlu $21 + t$ yaşında olacağından

$$54 + t = 2(21 + t)$$

$$54 + t = 42 + 2t$$

$$t = 12 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

Bir annenin yaşı, iki çocuğunun yaşları toplamının 3 katıdır.

6 yıl sonra çocukların yaşları toplamı annenin yaşının 5 fazlasının yarısına eşit olacağına göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 36 B) 37 C) 38 D) 39 E) 40

Çözüm

İki çocuğun yaşları toplamı x olsun. Bu durumda annenin yaşı $3x$ olur.

6 yıl sonra çocukların yaşları toplamı $x + 12$, annenin yaşı $3x + 6$ olacağından,

$$x + 12 = \frac{3x + 6 + 5}{2}$$

$$2x + 24 = 3x + 11$$

$$13 = x \text{ olur.}$$

Annenin yaşı $3x$ olduğundan $3x = 3 \cdot 13 = 39$ bulunur.

Yanıt D

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

Bugünkü yaşları toplamı 182 olan bir grup öğrencinin 4 yıl sonraki yaş ortalaması 18 olacaktır.

Buna göre, gruptaki öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Çözüm

4 yıl sonraki yaş ortalaması 18 ise bugünkü ortalaması 14 tür.

Bugünkü yaşları toplamı 182 olduğuna göre,

$$\text{Yaş ortalaması} = \frac{\text{Yaşları toplamı}}{\text{Kişi sayısı}}$$
$$14 = \frac{182}{\text{Kişi sayısı}}$$

$$\text{Kişi sayısı} = \frac{182}{14} = 13 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Bir babanın yaşı, 4 er yıl arayla doğmuş üç çocuğunun yaşlarının toplamına eşittir.

Baba şimdi 48 yaşında olduğuna göre, ilk çocuk doğduğunda baba kaç yaşındaydı?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

Çözüm

İlk çocuğu (en büyük çocuğu) x yaşında ise, diğerleri $x - 4$ ve $x - 8$ yaşlarındadır.

Bu durumda,

$$x + (x - 4) + (x - 8) = 48$$

$$3x - 12 = 48$$

$$x = 20 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, ilk çocuk doğduğunda baba, $48 - 20 = 28$ yaşındadır.

Yanıt A

Örnek Soru

30 yaşındaki bir babanın yaşı, iki çocuğunun yaşları farkının 6 katıdır.

Buna göre, kaç yıl sonra babanın yaşı çocukların yaşları farkının 7 katı olur?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

Babanın yaşı 30 ise çocukların yaşları farkı 5 tir.

t yıl sonra baba $30 + t$ yaşında olurken çocukların yaşları farkı yine 5 olacaktır.

Buna göre, $30 + t = 5 \cdot 7$

$$t = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

75 yaşındaki bir anne, oğlunun yaşıdayken, oğlunun yaşı bugünkü yaşının yarısı yaşıydı.

Buna göre, oğlunun bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 45 E) 50

Çözüm

Oğlunun bugünkü yaşı x olsun.

Anne ile oğlunun yaşları farkı $75 - x$ olur.

Anne oğlunun yaşında (x) iken oğlu bugünkü yaşının yarısı yaşında $\left(\frac{x}{2}\right)$ olduğuna göre, yaşları farkı $x - \frac{x}{2}$ olur.

Her iki durumda da yaş farkı değişmeyeceğinden

$$75 - x = x - \frac{x}{2}$$

$$75 - x = \frac{x}{2} \Rightarrow 150 = 3x \Rightarrow x = 50 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 6

1. Bir annenin yaşı 28, kızının yaşı 6 dır.

Kaç yıl sonra annenin yaşı kızının yaşının 2 katı olur?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

2. Baba ile oğlunun yaşları toplamı 63 tür. Babanın yaşı oğlunun yaşının 3 katından 1 eksiktir.

Buna göre, babanın yaşı kaçtır?

A) 46 B) 47 C) 48 D) 49 E) 50

3. İki kişinin yaşları oranı $\frac{4}{5}$ tir.

3 yıl sonra bu iki kişinin yaşları oranı $\frac{5}{6}$ olduğuna göre, küçüğün bugünkü yaşı kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

4. Bir annenin yaşı iki çocuğunun yaşları toplamının iki katından 5 eksiktir.

3 yıl önce annenin yaşı iki çocuğunun yaşları toplamından 18 fazla olduğuna göre, iki çocuktan büyüğü bugün en az kaç yaşındadır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

5. Bir babanın yaşı üç çocuğunun yaşları toplamına eşittir.

Babanın yaşı 42 olduğuna göre, kaç yıl sonra üç çocuğun yaşları toplamı babanın yaşının $\frac{3}{2}$ katı olur?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

6. Ali'nin yaşı, Selim'in yaşının 2 katından 2 eksiktir.

Ali 18 yaşında olduğuna göre, Selim'in 2 yıl önceki yaşı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

7. Esra babasından 28 yaş, annesinden 25 yaş küçüktür.

7 yıl sonra Esra'nın yaşı babasıyla annesinin yaşları farkının 4 katından 1 fazla olacağına göre, Esra'nın bugünkü yaşı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

8. Serap ile Sevgi'nin bugünkü yaşları toplamı 45, yaşları farkı 11 dir.

Kaç yıl sonra Serap ile Sevgi'nin yaşları toplamının yaşları farkına oranı 5 olur?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Temel Matematik Konu Anlatımlı

9. Aralarında 3'er yaş olan üç kardeşin küçüğü en büyüğünün yaşına geldiğinde ortancayla en büyüğünün yaşları toplamı 29 oluyor.

Buna göre, en küçük kardeşin şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. Erkan, Arif'ten 4 yaş büyük, Yasin'den 3 yaş küçüktür.

Erkan şimdiki yaşının 2 katına geldiğinde Yasin'in yaşı 23 olacağına göre, Arif'in şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. Anne, baba ve çocuklardan oluşan üç çocuklu bir ailenin yaş ortalaması 26, anne ile babanın yaş ortalaması 44 olduğuna göre, 4 yıl sonra üç çocuğun yaş ortalaması kaç olur?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

12. Bir grup öğrencinin yaşları toplamı 104 tür.

Üç yıl önceki yaşları toplamı 83 olduğuna göre, bu grupta kaç öğrenci vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. Yaşları farkı 3 olan iki kardeşin yaşlarının kareleri farkı 39 olduğuna göre, büyük kardeşin yaşı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. Aslı ile Tuğba'nın yaşları toplamı x ve Aslı'nın yaşının Tuğba'nın yaşına oranı y dir.

Buna göre, Tuğba'nın yaşının x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{y+1}$ B) $\frac{x+1}{y}$ C) $\frac{x+y}{y+1}$
D) $\frac{xy}{y+1}$ E) $\frac{x+1}{xy}$

15. Üç kardeşten en büyüğün yaşı, en küçüğün $\frac{7}{4}$ katı, ortancanın $\frac{7}{6}$ katı olduğuna göre, ortancanın yaşının en küçüğün yaşına oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{5}{3}$

16. Bugün 48 yaşında olan bir baba çocuğunun yaşı bugünkü yaşının $\frac{2}{5}$ ine eşitti.

Buna göre, çocuğun bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 25 B) 26 C) 28 D) 29 E) 30



DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 7

1. Yaşları farkı 5 olan iki kardeşin 6 yıl sonraki yaşları toplamı 39 olacağına göre, küçük kardeşin bugünkü yaşı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

2. Bir babanın yaşı üç çocuğunun yaşları toplamının $\frac{3}{2}$ katına eşittir. 3 yıl önce babanın yaşı çocuklarının yaşları toplamının 2 katından 3 eksikti.

Buna göre, kaç yıl sonra babanın yaşı çocuklarının yaşları toplamına eşit olur?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. Bir annenin yaşı 2 çocuğunun yaşları farkının 9 katına eşittir. 3 yıl sonra annenin yaşı 2 çocuğunun yaşları farkının 10 katına eşit olacaktır.

Buna göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?

A) 27 B) 28 C) 29 D) 30 E) 31

4. Seda ile Ece'nin bugünkü yaşları toplamı 37, farkları 13 tür.

Kaç yıl sonra Seda ile Ece'nin yaşları toplamının, yaşları farkına oranı 5 olur?

A) 14 B) 17 C) 18 D) 24 E) 28

5. Burak 8 yaşındayken, Gökhan'ın yaşı Burak'ın yaşının 2 katından 1 eksikti.

Burak bugün 17 yaşında olduğuna göre, Gökhan'ın bugünkü yaşı kaçtır?

A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

6. Ali, Ayşe'den 4 yaş büyük, Ayşe de Fatma'dan 2 yaş küçüktür.

Üçünün yaşları ortalaması 11 olduğuna göre, Fatma kaç yaşındadır?

A) 9 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

7. Bugünkü yaşları ortalaması 16 olan bir grup öğrencinin 3 yıl önceki yaşları toplamı 78 idi.

Buna göre, bu grupta kaç öğrenci vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8. 5 kişilik bir ailenin bugünkü yaşları ortalaması 29 dur.

5 yıl içinde ailenin birey sayısında değişiklik olmadığına göre, 5 yıl sonra bu ailenin yaş ortalaması kaç olur?

A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

Temel Matematik Konu Anlatımlı

9. Birey sayısında değişiklik olmayan 4 kişilik bir ailenin bugünkü yaş ortalaması ile 3 yıl sonraki yaş ortalaması toplamı 55 olduğuna göre, bu ailenin 2 yıl önceki yaş ortalaması kaçtır?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

10. Ali'nin yaşı, Mehmet'in yaşının 2 katı, Uğur'un yaşının $\frac{3}{2}$ katıdır.

Mehmet, Ali'nin yaşına geldiğinde üçünün yaşları toplamı 66 olacağına göre, Uğur'un bugünkü yaşı kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

11. Esra'nın 5 yıl önceki yaşı Emel'in bugünkü yaşının 4 katı idi. 4 yıl sonra ise Esra'nın yaşı Emel'in şimdiki yaşının 5 katı olacaktır.

Buna göre, Esra, Emel'den kaç yaş büyüktür?

A) 31 B) 32 C) 35 D) 36 E) 37

12. İki kişinin yaşları toplamı 26, yaşlarının kareleri farkı 52 olduğuna göre, küçük olanın yaşı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

13. Sena ile Esmâ'nın bugünkü yaşları toplamının, farkına oranı 3 tür.

Buna göre, Sena'nın yaşının Esmâ'nın yaşına oranı kaçtır?

A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

14. Bir babanın yaşının, iki çocuğun yaşları toplamına oranı $\frac{12}{7}$ dir.

4 yıl sonra bu oran $\frac{13}{9}$ olacağına göre, babanın şimdiki yaşı kaçtır?

A) 48 B) 49 C) 50 D) 51 E) 52

15. Metin ile Mehmet'in bugünkü yaşları toplamı 42 dir. Metin, Mehmet'in yaşına geldiğinde ise yaşları toplamı 50 olacaktır.

Buna göre, Metin'in bugünkü yaşı kaçtır?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 22 E) 23

16. Bir baba çocuğunun yaşındayken, çocuğunun yaşı şimdiki yaşının $\frac{3}{4}$ üne eşitti.

Buna göre, babanın şimdiki yaşının çocuğunun şimdiki yaşına oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

1. Ali, Metin'den 3 yaş küçüktür.

4 yıl önce yaşları toplamı 13 olduğuna göre, 4 yıl sonraki yaşları çarpımı kaçtır?

A) 108 B) 148 C) 158 D) 208 E) 218

2. 2 şer yıl arayla doğan 4 kardeşin yaşları toplamı 24 olduğuna göre, en küçük kardeşin doğumunda en büyük kardeş kaç yaşındaydı?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. Bir babanın şimdiki yaşı, üç çocuğunun yaşları toplamının iki katıdır.

7 yıl sonra babanın yaşı çocuklarının yaşları toplamına eşit olacağına göre, babanın şimdiki yaşı kaçtır?

A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

4. Babasının yaşı Özgür'ün yaşının 3 katıdır. Özgür'ün yaşı 2 katına çıktığında, babasının yaşının Özgür'ün yaşına oranı kaç olur?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

5. Yaşları toplamı yaşları farkının 4 katına eşit olan iki kişinin 6 yıl sonra yaşları toplamı yaşları farkının 6 katına eşit olduğuna göre, bu iki kişinin şimdiki yaşları toplamı kaçtır?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 26 E) 28

6. Yaşları farkı, yaşları toplamının yarısından 5 eksik olan iki kardeşin 3 yıl sonraki yaşları toplamı 28 olduğuna göre, bugünkü yaşları oranı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{6}{7}$

7. Kardeşinden 2 yaş büyük olan Murat doğduğunda babası 26 yaşındaydı.

Kardeşi Murat'ın yaşına geldiğinde babası 35 yaşında olacağına göre, Murat bugün kaç yaşındadır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

8. Can'ın iki yıl önce yaşı Cemil'in şimdiki yaşının iki katı idi.

Cemil, Can'ın yaşına geldiğinde yaşları toplamı 51 olacağına göre, Can bugün kaç yaşındadır?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 22 E) 24

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 8

9. İki kişinin yaşlarının aritmetik ortalaması 11, geometrik ortalaması $2\sqrt{30}$ olduğuna göre, büyük olan kişi küçük olan kişiden kaç yaş büyüktür?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. Anne, baba ve iki çocuğunun yaşları toplamı 104 tür.

4 yıl sonra anne ile babanın yaşları toplamı, iki çocuğun yaşlarının toplamının 2 katından 3 fazla olacağına göre, anne ile babanın bugünkü yaşları toplamı kaçtır?

- A) 70 B) 71 C) 72 D) 73 E) 74

11. Elif ile babasının bugünkü yaşları toplamı 59, Elif ile kardeşinin bugünkü yaşları toplamı 27 olduğuna göre, kardeşin doğumunda baba kaç yaşındadır?

- A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

12. Mert, Efe'nin bugünkü yaşında iken Efe bugünkü yaşının $\frac{2}{5}$ i yaşta idi.

Mert 16 yaşında olduğuna göre, Mert, Efe'den kaç yaş büyüktür?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13. Esra'nın yaşı Emel'in yaşının $\frac{3}{4}$ ü, Eda'nın yaşı Emel'in yaşının $\frac{2}{3}$ ü olduğuna göre, Esra'nın yaşı Eda'nın yaşının kaç katıdır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) 2 C) $\frac{9}{8}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

14. İki kişinin yaşları toplamı 24, yaşlarının kareleri toplamı 306 olduğuna göre, yaşları çarpımı kaçtır?

- A) 128 B) 135 C) 140 D) 143 E) 144

15. Bir annenin yaşı iki çocuğunun yaşları çarpımına eşittir.

Anne ve iki çocuğunun yaşları toplamı 47, büyük çocuğun yaşı küçüğünün iki katından 3 eksik olduğuna göre, annenin yaşı kaçtır?

- A) 34 B) 35 C) 36 D) 37 E) 38

16. Üç kardeşin yaşları toplamı x tir.

Büyüğün yaşı küçüğün yaşının 2 katı, ortanca da büyükten 3 yaş küçük olduğuna göre, küçük kardeşin yaşı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+3}{5}$ B) $\frac{x-3}{5}$ C) $\frac{x+3}{3}$
D) $\frac{2x+6}{5}$ E) $\frac{x-3}{4}$

Temel Matematik Konu Anlatımlı

1. Bir annenin yaşı 42, çocuklarının yaşları 6, 8 ve 10 dur.

Buna göre, kaç yıl sonra annenin yaşı çocukların yaşları toplamına eşit olur?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. İki kardeşin yaşları oranı $\frac{1}{3}$ tür.

6 yıl sonra bu oran $\frac{5}{9}$ olacağına göre, küçük kardeş doğduğunda büyüğü kaç yaşında idi?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

3. Selin'in 2 yıl sonraki yaşı, 4 yıl önceki yaşının 2 katı olacağına göre, Selin bugün kaç yaşındadır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

4. Bir babayla oğlunun yaşları toplamı 30 dur.

5 yıl sonra babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katı olacağına göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

5. Bir kişinin 4 yıl önceki yaşının 6 yıl sonraki yaşına oranı $\frac{2}{3}$ olduğuna göre, bu kişinin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

6. 32 yaşındaki bir babanın yaşı, üç çocuğunun yaşları toplamının 4 katına eşittir.

Kaç yıl sonra babanın yaşı üç çocuğunun yaşlarının toplamına eşit olur?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

7. Bir anne kızı doğduğunda 28 yaşında idi.

Kızının doğumundan kaç yıl sonra annenin yaşı kızının yaşının 5 katı olur?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8. İki kardeşin yaşları toplamı, yaşları farkının 4 katıdır. Küçük kardeş büyüğün yaşına geldiğinde, büyük kardeş 28 yaşında olacaktır.

Buna göre, küçük kardeşin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

9. Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4, kızının yaşının 5 katıdır.

8 yıl sonra çocukların yaşları toplamının 2 fazlasının $\frac{4}{3}$ katı babanın yaşına eşit olacağına göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 38 B) 39 C) 40 D) 41 E) 42

10. Mert 36 yaşındadır. Mert, Özgür'ün yaşında iken Özgür'ün yaşı bugünkü yaşının $\frac{2}{3}$ ü kadardı.

Buna göre, Mert ile Özgür'ün bugünkü yaşları toplamı kaçtır?

- A) 60 B) 63 C) 65 D) 66 E) 68

11. Bir annenin yaşı kızının yaşının 4 katıdır. Annesi kızının yaşında iken kızının doğmasına 18 yıl vardı.

Buna göre, kız doğduğunda annesi kaç yaşında idi?

- A) 27 B) 26 C) 25 D) 24 E) 23

12. Bir anne 1996 yılında 42 yaşındayken, kızı 1992 yılında 8 yaşındaydı.

Buna göre, kızının doğumunda anne kaç yaşındaydı?

- A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

13. Sevinç, Sevgi'nin yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı 57 oluyor. Sevgi, Sevinç'in yaşındayken ikisinin yaşları toplamı 45 idi.

Buna göre, Sevgi, Sevinç'ten kaç yaş büyüktür?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

14. Bir annenin yaşı, iki çocuğunun yaşları farkıyla, yaşları toplamının çarpımına eşittir. Anne ve iki çocuğun yaşları toplamı 52 ve büyük çocuğun yaşı küçükünün yaşının 2 katından 2 eksiktir.

Buna göre, annenin yaşı kaçtır?

- A) 36 B) 37 C) 38 D) 39 E) 40

15. Bir grup öğrencinin yaş ortalaması 16 dır.

Erkeklerin yaş ortalaması 18, kızların yaş ortalaması 15 olduğuna göre, bu gruptaki erkek öğrencilerin sayısının kız öğrencilerin sayısına oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

16. Bir çocuğun yaşı x, babasının yaşı çocuğunun yaşının x katıdır.

Baba ve çocuğun yaşları toplamı, çocuğunun yaşının 7 katı olduğuna göre, çocuk doğduğunda babası kaç yaşında idi?

- A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

İŞÇİ – HAVUZ PROBLEMLERİ

Bir işi,

A işçisi tek başına x saatte

B işçisi tek başına y saatte bitiriyor olsun.

- ▶ A işçisi 1 saatte işin $\frac{1}{x}$ ini bitirir.
- ▶ A ile B birlikte 1 saatte işin $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ sini bitirir.
- ▶ A ile B birlikte t saatte işin $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot t$ sini bitirir.
- ▶ A ile B birlikte işin tamamını t sürede bitiriyorlarsa, $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot t = 1$ dir.
- ▶ A ile B birlikte bir süre (t_1 saat) çalıştıktan sonra kalan işin B işçisi tamamen t_2 saatte bitirebiliyorsa, $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot t_1 + \frac{1}{y} \cdot t_2 = 1$ dir.

UYARI

Havuz problemlerinin çözüm yöntemleri, işçi problemlerinin çözüm yöntemine benzer.

A musluğu, havuzun tamamını tek başına x saatte doldurabiliyor.

Havuzun dibindeki B musluğu, havuzun tamamını tek başına y saatte boşaltabiliyorsa,

- ▶ A ve B muslukları birlikte 1 saatte havuzun $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ sini doldururlar.
- ▶ Tamamını t saatte doldurabiliyorlarsa $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot t = 1$ dir.

Örnek Soru

Bir işi Mehmet 10 günde, Rahmi 40 günde bitirebiliyor.

Buna göre, ikisi birlikte aynı işi kaç günde bitirebilirler?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm

İkisi birlikte işi t günde bitirsin.

Verilenlere göre,

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{40}\right) \cdot t = 1 \Rightarrow \frac{5}{40} \cdot t = 1$$

$$5 \cdot t = 40$$

$$t = 8 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

Mehmet bir işi a günde, Zafer ise aynı işi $\frac{a}{4}$ günde bitirebilmektedir.

İkisi birlikte aynı işi 8 günde bitirebildiklerine göre, a kaçtır?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

Çözüm

Verilenlere göre,

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\frac{a}{4}}\right) \cdot 8 = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{4}{a} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{5}{a} = \frac{1}{8}$$

$$a = 40 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Bir günde İlker işin $\frac{1}{8}$ ini, Beyza ise $\frac{1}{12}$ sini bitirebiliyor.

İlker ile Beyza birlikte 2 gün çalıştıklarında işin kaçta kaç biter?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{7}{12}$ E) $\frac{2}{3}$

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Çözüm

Bir günde İlker işin $\frac{1}{8}$ ini, Beyza ise $\frac{1}{12}$ sini bitirmektedir.

Birlikte 1 günde işin $\frac{1}{8} + \frac{1}{12}$ sini bitirdiklerine göre, 2 günde, birlikte işin, $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right) \cdot 2 = \frac{5}{12}$ sini bitirirler.

Yanıt B

Örnek Soru

Berna bir işi x günde, Zafer ise aynı işi $\frac{2x}{5}$ günde bitirebilmektedir.

İkisi birlikte aynı işi 4 günde bitirdiklerine göre, Berna bu sürede işin kaçta kaçını yapmıştır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{6}{7}$

Çözüm

Verilenlere göre,

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{2x}{5}}\right) \cdot 4 = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{5}{2x} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{7}{2x} = \frac{1}{4}$$

$$x = 14 \text{ tür.}$$

Berna bir günde işin $\frac{1}{14}$ ünü bitirdiğine göre 4 günde

$$4 \cdot \frac{1}{14} = \frac{2}{7} \text{ sini yapmıştır.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

Bir işi Mehmet 8 günde, Rahmi 24 günde bitirebiliyor. İkisi birlikte 2 gün çalıştıktan sonra Rahmi işten ayrılıyor.

Geriye kalan işi Mehmet kaç günde bitirebilir?

- A) 5 B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{17}{3}$ D) 6 E) $\frac{20}{3}$

Çözüm

Mehmet kalan işi x günde bitirsin.

$$\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{24}\right) \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot x = 1$$

$$\frac{8}{24} + \frac{3x}{24} = 1$$

$$3x + 8 = 24$$

$$x = \frac{16}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Bir işi 5 kadın işçi 20 günde, 5 erkek işçi 30 günde bitiriyor.

Buna göre, 2 kadın, 2 erkek işçi aynı işi birlikte kaç günde bitirir?

- A) 50 B) 45 C) 40 D) 30 E) 20

2011–YGS

Çözüm

5 kadın işçinin 20 günde bitirdiği bir işi 2 kadın işçi $\frac{5 \cdot 20}{2} = 50$ günde, 5 erkek işçinin 30 günde bitirdiği aynı işi 2 erkek işçi $\frac{5 \cdot 30}{2} = 75$ günde bitirir.

Bu durumda 2 kadın işçi 1 günde bu işin $\frac{1}{50}$ sini, 2 erkek işçi 1 günde aynı işin $\frac{1}{75}$ ini bitirir. Bu şekilde çalıştıklarında işin tamamı t günde bitsin.

$$t \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{75} \right) = 1 \Rightarrow \frac{t}{30} = 1 \Rightarrow t = 30 \text{ gün olur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

Boş bir havuzu iki musluktan biri tek başına 10 saatte, diğeri 15 saatte doldurabilmektedir. Havuz boş iken iki musluk aynı anda açılıyor.

Buna göre, bu havuz kaç saatte dolar?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Çözüm

İki musluk açıldıktan t saat sonra havuz dolsun.

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{t}$$

$$\frac{5}{30} = \frac{1}{t}$$

$$t = 6 \text{ olur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Hacmi 2V olan bir havuza dakikada $\frac{a}{3}$ litre su akmaktadır.

Havuzun $\frac{1}{4}$ ünün kaç dakikada dolacağını gösteren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{6V}{a}$ B) $\frac{3V}{a}$ C) $\frac{3V}{2a}$ D) $\frac{2V}{3a}$ E) $\frac{V}{6a}$

Çözüm

Havuza dakikada $\frac{a}{3}$ litre su aktığına göre, 2V olan

$$\text{havuzun } \frac{1}{4} \text{ ü; } \frac{2V \cdot \frac{1}{4}}{\frac{a}{3}} = \frac{3V}{2a} \text{ dakikada dolar.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

A, B ve C muslukları bir havuzu birlikte 12 saatte dolduruyor. A musluğunun birim zamanda akıttığı su miktarı B musluğunun kapasitesinin 2 katı, C musluğunun kapasitesinin 3 katına eşittir.

Buna göre, B musluğu bu havuzu tek başına kaç saatte doldurur?

- A) 11 B) 22 C) 33 D) 44 E) 66

Çözüm

Verilen orantıya göre, A musluğu birim zamanda 6 br su akıtırken, aynı sürede B musluğu 3 br, C musluğu 2 br su akıtır.

Hız ile zaman ters orantılı olduğundan A musluğunun tek başına havuzu doldurma süresi t saat iken, B nin aynı havuzu tek başına doldurma süresi 3t, C nin ise 2t olur.

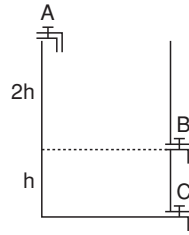
$$\frac{1}{t} + \frac{1}{2t} + \frac{1}{3t} = \frac{1}{12}$$

$$t = 22 \text{ olur.}$$

Bu durumda B musluğu bu havuzu tek başına 3t = 66 saatte doldurabilir.

Yanıt E

Örnek Soru



Havuzun yüksekliğinin tabandan itibaren $\frac{1}{3}$ ünde bulunan

B musluğu dolu havuzu kendi seviyesine tek başına 12 saatte getirebiliyor. A musluğu boş havuzu B ve C muslukları kapalı iken tek başına 6 saatte doldurabiliyor.

C musluğu ise dolu havuzu tek başına 10 saatte boşaltabiliyor.

Buna göre, üç musluk aynı anda açılırsa boş havuz kaç saatte dolar?

- A) 20 B) 35 C) 40 D) 50 E) 65

Çözüm

Havuzun $\frac{1}{3}$ ü t_1 saatte dolsun. Havuzun $\frac{1}{3}$ ü doluncaya kadar B musluğu etki edemez.

Buna göre,

$$\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right) \cdot t_1 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2t_1}{30} = \frac{1}{3}$$

$$t_1 = 5 \text{ saat bulunur.}$$

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Havuzun kalan $\frac{2}{3}$ lük kısmı t_2 saatte dolsun. B musluğu havuzun $\frac{2}{3}$ ünü 12 saatte boşaltabiliyorsa tamamını 18 saatte boşaltır. Havuzun $\frac{1}{3}$ ü dolunca B musluğu da devreye girecektir.

$$\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{18} - \frac{1}{10}\right) \cdot t_2 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{t_2}{90} = \frac{2}{3}$$

$$t_2 = 60 \text{ saat bulunur.}$$

$$\text{Havuzun tamamı} = t_1 + t_2 \Rightarrow = 5 + 60$$

$$= 65 \text{ saatte dolacaktır.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

A musluğundan birim zamanda akan su miktarı, B musluğundan birim zamanda akan su miktarının 5 katıdır.

Bu iki musluk bir havuzu birlikte 20 saatte doldurabildiğine göre, B musluğu bu havuzu tek başına kaç saatte doldurabilir?

- A) 24 B) 48 C) 72 D) 120 E) 144

Çözüm

A nın birim zamanda akıttığı su miktarı: $5x$ ise B nin birim zamanda akıttığı su miktarı: x olur.

Akan su miktarı ile doldurma süresi ters orantılıdır.

O hâlde, havuzu A musluğu $\frac{t}{5}$ saatte dolduruyorsa B musluğu t saatte doldurur.

Buna göre,

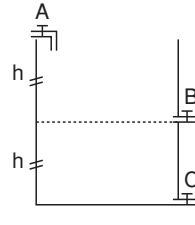
$$\left(\frac{1}{\frac{t}{5}} + \frac{1}{t}\right) \cdot 20 = 1 \text{ bağıntısı yazılabilir.}$$

$$\frac{5}{t} + \frac{1}{t} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{6}{t} = \frac{1}{20}$$

$$t = 120 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

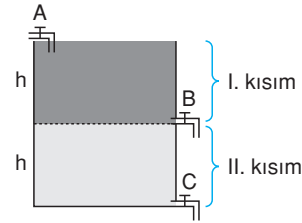


A musluğu boş havuzu tek başına 9 saatte dolduruyor. Havuzun tam ortasında bulunan B musluğu dolu havuzu kendi seviyesine kadar olan kısmını tek başına 12 saatte boşaltıyor. Havuzun dibindeki C musluğu dolu havuzu tek başına 36 saatte boşaltıyor.

Havuz boş iken muslukların üçü birden açıldığında havuz kaç saatte dolar?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 21

Çözüm



Havuzun ikinci kısmı dolarken A ve C muslukları devrededir. Sadece A ve C muslukları açıkken havuzun alt yarısı x saatte dolsun.

Buna göre;

$$\frac{x}{9} - \frac{x}{18} = 1 \Rightarrow x = 6 \text{ saatte dolar.}$$

Havuzun birinci kısmı dolarken muslukların üçü de devrededir. Bu durumda muslukların üçü de açıkken havuzun üst yarısı y saatte dolsun.

Buna göre;

$$\frac{y}{9} - \frac{y}{12} - \frac{y}{18} = 1 \Rightarrow y = 12 \text{ saat olur.}$$

Havuzun tamamının dolma süresi $x + y = 6 + 12 = 18$ saat bulunur.

Yanıt D

1. Bir işi birinci işçi yalnız başına 36 günde, ikinci işçi 18 günde bitiriyor.

Aynı işi iki işçi birlikte çalışarak kaç günde bitirebilirler?

- A) 9 B) 12 C) 18 D) 20 E) 24

2. 3 işçi birlikte bir işi 6 günde bitiriyorlar.

Birinci işçi tek başına 10 günde, ikinci işçi tek başına 18 günde bitirirse, üçüncü işçi aynı işi tek başına kaç günde bitirir?

- A) 24 B) 36 C) 40 D) 64 E) 90

3. Aynı kapasitedeki 10 işçi bir işi 20 günde bitirecektir. Ancak, işe başladıktan 4 gün sonra işçilerden 6 tanesi ayrılıyor.

Buna göre işin tamamı kaç günde biter?

- A) 40 B) 42 C) 44 D) 46 E) 48

4. Boş bir havuzu 1. musluk 4 saatte, 2. musluk 8 saatte dolduruyor.

Her iki musluk birlikte açılırsa havuzun yarısı kaç saatte dolar?

- A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) 4 E) 16

5. Boş bir havuzu 1. musluk 6 saatte dolduruyor ve havuzun dibindeki bir musluk da dolu havuzu 8 saatte boşaltıyor.

Her iki musluk aynı anda açılırsa havuz kaç saatte dolar?

- A) 10 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

6. Eşit kapasitedeki 6 işçi bir işi birlikte 18 günde bitirebiliyor. İşçiler 6 gün birlikte çalıştıktan sonra işe aynı kapasitede 6 işçi daha alınıyor.

Bu durumda iş bitmesi gerekenden kaç gün önce biter?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

7. Metin bir işi x günde, Serhat aynı işi $\frac{3x}{2}$ günde bitiriyor.

İkisi birlikte 6 günde bitirdiklerine göre, Serhat tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

8. Üç işçiden ikincisi birincinin 2 katı, üçüncüsü birincinin 3 katı hızla çalışmaktadır.

Üçü birlikte bir işi 10 günde bitirebildiklerine göre, birinci işçi aynı işi tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 20 B) 30 C) 44 D) 60 E) 66

9. Bir musluk boş bir havuzu tek başına 12 saatte dolduruyor. Havuzun yüksekliğinin tam ortasında-ki bir boşaltma musluğu da havuzun üst yarısını 12 saatte boşaltıyor.

Muslukların ikisi birlikte açıldığında boş havuz kaç saatte dolar?

- A) 12 B) 14 C) 18 D) 20 E) 24

10. Metin günde 4 saat çalışarak bir işin $\frac{1}{4}$ ünü 9 günde bitiriyor. Can günde 4 saat çalışarak aynı işin tamamını tek başına 12 günde bitiriyor.

Buna göre, ikisi birlikte günde 6 saat çalışarak aynı işin tamamını kaç günde bitirebilirler?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. Bir havuzu 1. musluk 12 saatte, 2. musluk 24 saatte doldurabiliyor.

1. musluğun akış hızı yarıya indirilir, 2. musluğun akış hızı kaç katına çıkarılırsa iki musluk aynı anda açıldığında boş havuzu yine aynı saatte doldurabilirler?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. Bir işi Ali ile Hasan 8 saatte, Hasan ile Mehmet 16 saatte, Ali ile Mehmet 12 saatte yapabilmektedirler.

Buna göre, Mehmet bu işi tek başına kaç saatte yapabilir?

- A) 48 B) 54 C) 64 D) 88 E) 96

13. Üç musluktan 1. si boş havuzu 4 saatte dolduruyor. Havuzun dibindeki bir boşaltma musluğu dolu havuzu 12 saatte, havuzun yüksekliğinin tam ortasındaki diğer boşaltma musluğu ise havuzun yarısını 6 saatte boşaltıyor.

Üç musluk aynı anda açıldığında boş olan havuz kaç saatte dolar?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

14. Ali bir işin $\frac{3}{4}$ ünü 15 günde, İhsan aynı işin $\frac{2}{5}$ ini 8 günde yapıyor.

Buna göre Ali ile İhsan birlikte bu işi kaç günde yapabilirler?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

15. Özdeş iki musluk boş bir havuzu birlikte 8 saatte doldurmaktadır.

Musluklardan sadece birinin kapasitesi % 20 arttırılırsa iki musluk boş havuzu kaç saatte doldurur?

- A) $\frac{32}{50}$ B) $\frac{40}{11}$ C) $\frac{48}{5}$ D) $\frac{80}{11}$ E) 16

16. Bir havuzu A musluğu 10, B musluğu 30 saatte dolduruyor.

Havuz boş iken A musluğu ile aynı kapasitede 2, B musluğuyla aynı kapasitede 5 musluk daha açılırsa havuz kaç saatte dolar?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) $\frac{2}{3}$

1. Bir işçi günde 8 saat çalışarak 20 m^2 halıyı 4 günde dokumaktadır.

Aynı işçi günde 6 saat çalışarak 30 m^2 halıyı kaç günde dokuyabilir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

2. Serhat'ın 4 günde yaptığı işi Erkan 5 günde yapmaktadır.

İkisinin birlikte 40 günde yaptığı işi Serhat tek başına kaç günde yapar?

- A) 48 B) 54 C) 64 D) 72 E) 90

3. Bir işçi çalışma hızını 3 katına çıkarırsa bir işi 12 saatte bitirebiliyor.

Bu işçi çalışma hızını yarıya indirseydi aynı işi kaç saatte bitirirdi?

- A) 24 B) 36 C) 48 D) 60 E) 72

4. Bir işi iki işçi birlikte 30 günde bitirebiliyor. 5 gün birlikte çalıştıktan sonra 1. işçi işten ayrılıyor. 2. işçi işin geri kalanını 30 gün daha çalışarak bitiriyor.

Buna göre 1. işçi bu işin tamamını kaç günde bitirebilir?

- A) 36 B) 72 C) 140 D) 180 E) 185

5. Bekir'in $\frac{2}{3}$ ünü 6 günde yaptığı bir işin, Tekin

$\frac{1}{6}$ sini 3 günde yaptığına göre, ikisi birlikte

aynı işin $\frac{1}{2}$ sini kaç günde yaparlar?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 5 E) 6

6. Bir işi üç işçi tek başına sırasıyla 10, 12 ve 15 günde bitirmektedir. Üçü birlikte 2 gün çalıştıktan sonra 2. işçi işten ayrılıyor.

Kalan işi iki işçi kaç günde bitirebilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. Cihan bir işin yarısını 7 günde, Ferhat aynı işin $\frac{3}{7}$ sini 12 günde yapıyor.

Cihan ile Ferhat birlikte çalışırlarsa, aynı işin tamamını kaç günde yaparlar?

- A) 9 B) $\frac{28}{3}$ C) $\frac{29}{3}$ D) 10 E) $\frac{31}{3}$

8. Özdeş 7 musluk birer saat arayla açılarak bir havuzu 7 saatte dolduruyor.

7 musluk aynı anda açılsaydı havuz kaç saatte dolardı?

- A) 2 B) 3 C) 3,5 D) 4 E) 5

9. Özdeş 2 musluk birlikte boş bir havuzu 20 saatte dolduruyor.

Musluklardan birinin kapasitesi %20 arttırılıp, diğerininki %60 azaltılırsa havuz kaç saatte dolar?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

10. Boş bir havuzu 1. musluk 8 saatte, 2. musluk 12 saatte doldurmaktadır.

1. musluğun kapasitesi $\frac{1}{3}$ oranında arttırılır-

ve 2. musluğun kapasitesi 2 katına çıkartılırsa ikisi birlikte havuzu kaç saatte doldurur?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) 3

11. Birim zamanda biri diğerinin 2 katı kadar su akıtan iki musluk bir havuzu 16 saatte dolduruyor.

Buna göre fazla su akıtan musluk tek başına

havuzun $\frac{1}{4}$ ünü kaç saatte doldurur?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 40 E) 24

12. Bir musluk bir havuzun $\frac{3}{5}$ ini 6 saatte dolduruyor.

Havuz boş iken bu musluk kaç saat açık kalırsa, havuzun boş kısmının hacmi, dolu kısmı-

nın hacminin $\frac{3}{7}$ si olur?

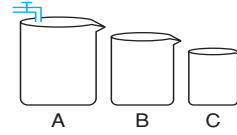
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13. Özdeş üç muslukta birincisi açıldıktan 3 saat sonra ikincisi, ikincisi açıldıktan 6 saat sonra üçüncüsü açılıyor.

Boş olan havuz bu şekilde toplam 15 saatte dolduğuna göre, muslukların üçü aynı anda açılırdı havuz kaç saatte dolardı?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

- 14.

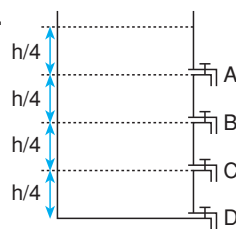


Şekildeki A, B, C kaplarının hacimleri sırasıyla 5V, 3V, 2V dir. A kabı 4 saatte dolmaktadır ve taşan su sırasıyla B ve C kaplarını doldurmaktadır.

Buna göre, üç kabın da dolup C nin taşmaması için musluk kaç saat açık kalmalıdır?

- A) 5 B) 6 C) 6,5 D) 7 E) 8

- 15.



Yandaki şekilde A, B, C, D boşaltma muslukları özdeşdir. Bu muslukların dördü birden açıldığında dolu havuzu 50 saatte boşaltmaktadırlar.

Buna göre, A musluğu dolu olan bu havuzun tamamını tek başına kaç saatte boşaltabilir?

- A) 96 B) 84 C) 72 D) 48 E) 24

1. Bir işi x işçi günde y saat çalışarak z günde bitirebildiğine göre, $3x$ işçi günde $2y$ saat çalışarak kaç günde bitirebilir?

A) z B) $3z$ C) $6z$ D) $\frac{z}{3}$ E) $\frac{z}{6}$

2. Eş güçte üç ustanın 5 günde bitirdiği bir işi, eş güçte 5 çırak 9 günde bitiriyor.

Buna göre, 2 usta 3 çırak birlikte bu işi kaç günde bitirebilir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. Bir işi A işçisi B işçisinden 2 gün önce bitiriyor. A işçisi çalışma hızını 2 katına çıkarırsa ikisi birlikte işi 1,5 günde bitirdiklerine göre, B işçisi bu işi tek başına kaç günde bitirebilir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. Tek başlarına Ahmet bir işi 48 günde, Mehmet aynı işi 40 günde bitiriyor.

Ahmet çalışma hızını % 60 arttırsa, ikisinin birlikte yaptığı işin aynı zamanda bitmesi için Mehmet çalışma hızını yüzde kaç azaltmalıdır?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

5. Bir işin $\frac{3}{5}$ ini bitiren bir işçi 4 saat daha çalışsaydı işin tamamını bitirecekti.

Buna göre, bu işçi işin tamamını kaç saatte bitirebilir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

6. Serpil 24 m² halıyı 20 günde dokuyor.

Buna göre 48 m² lik halıyı çalışma hızını 2 katına çıkarırsa kaç günde dokur?

A) 10 B) 20 C) 24 D) 40 E) 48

7. Bir işi Cemil 3x, Ozan 4x, Sena 6x günde bitiriyor.

Üçü birlikte işin tamamını 24 günde bitirdiklerine göre Cemil aynı işi tek başına kaç günde bitirebilir?

A) 18 B) 36 C) 48 D) 54 E) 72

8. Bir çırak her gün bir önceki günden 2 kat hızlı çalışarak 4 günde 30 gömlek dikeyor.

Buna göre, bu çırak her gün ilk günkü hızıyla çalışsaydı 4 günde kaç gömlek eksik dikerdi?

A) 22 B) 20 C) 18 D) 10 E) 8

9. Bir işi eşit kapasitedeki x işçi günde 8 saat çalışarak 12 günde bitiriyor.

Bu işçilerin her biri günde 4 er saat fazla çalışsaydı aynı iş kaç günde biterdi?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 24

10. Bir usta, çıraktan 4 kat hızlı çalışıyor.

3 usta, 6 çırak 50 parçalık bir işi 10 günde bitirdiğine göre 3 usta, 4 çırak 20 parçalık bir işi kaç günde bitirir?

- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

11. A, B ve C muslukları bir havuzu sırasıyla 10, 12 ve 15 saatte dolduruyor.

Üç musluk 3 saat açık kaldıktan sonra havuzda 240 litre su biriktiğine göre, havuzun tamamı kaç litre su alır?

- A) 280 B) 300 C) 320 D) 340 E) 360

12. $3x$ br yüksekliğindeki bir havuzun tabanından itibaren x br yükseklikte bulunan bir boşaltma musluğu, dolu havuzu kendi seviyesine kadar 8 saatte boşaltıyor. Tabanındaki diğer bir musluk da dolu havuzu 12 saatte boşaltıyor.

Havuz dolu iken 2 musluk birden açılırsa havuz kaç saatte boşalır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

13. A musluğu bir havuzu $2x - 8$ saatte dolduruyor, havuzun dibindeki B musluğu ise aynı dolu havuz

zu $\frac{3x}{2}$ saatte boşaltıyor.

Muslukların ikisi birlikte açıldığında havuz 60 saatte dolduğuna göre x kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

14. 3 musluk bir havuzu sırasıyla x , y , z saatte dolduruyor. Muslukların üçü birlikte açıldığında havuz 9 saatte doluyor.

$x < y < z$ olduğuna göre, z aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 10 B) 18 C) 25 D) 27 E) 28

15. Bir musluk bir havuzun $\frac{1}{5}$ ini doldurduktan sonra musluğun akış hızı 3 katına çıkartılıyor.

Bu durumda havuzun tamamı 14 saatte dolduğuna göre, ilk akış hızıyla havuz kaç saatte dolardı?

- A) 22 B) 24 C) 28 D) 30 E) 36

16. A ve B muslukları bir havuzu sırasıyla 12 ve 15 saatte dolduruyor.

A musluğundan 27°C , B musluğundan 54°C su aktığına göre, havuz dolduğunda suyun sıcaklığı kaç $^{\circ}\text{C}$ olur?

- A) 32 B) 35 C) 36 D) 38 E) 39

1. Erkan'ın 5 günde yaptığı bir işi Orhan 8 günde yapabiliyor.

İkisinin 10 günde yaptığı bir işi Orhan yalnız başına kaç günde yapabilir?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

2. Eşit kapasitedeki 12 işçi bir işi 24 günde bitiriyor.

İşçi sayısı yarıya indirilir ve işçilerin çalışma kapasitesi 3 katına çıkartılırsa aynı iş kaç günde biter?

- A) 16 B) 18 C) 24 D) 32 E) 48

3. Bir işi A işçisi B'nin 2 katı C'nin 3 katı hızla yapıyor. A ve B bu işi 6 günde yaptıklarına göre, C aynı işi tek başına kaç günde yapar?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 27

4. Bir işi üç işçi sırasıyla a , $\frac{a}{2}$, $\frac{3a}{2}$ günde yapıyor. Üçü birlikte 1 gün çalıştıktan sonra birinci işçi işten ayrılıyor.

Kalan işi iki işçi $\frac{25}{8}$ günde bitirdiğine göre,

birinci işçi işten ayrılmasaydı iş kaç günde biterdi?

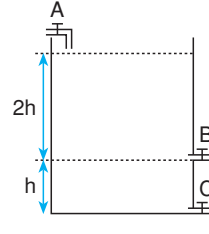
- A) $\frac{25}{4}$ B) $\frac{36}{11}$ C) $\frac{18}{5}$ D) $\frac{18}{11}$ E) $\frac{9}{5}$

5. A musluğu bir havuzu x saatte, B musluğu 4x saatte dolduruyor.

İki musluk aynı havuzu birlikte 20 saatte doldurduğuna göre, x kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

- 6.



Şekildeki B ve C muslukları özdeş ve A musluğunun kapasitesinin

$\frac{1}{3}$ ü kadardır.

Bu durumda üç musluk birlikte açıldığında havuz 15 saatte dolduğuna göre yalnız A musluğu açılsaydı havuz kaç saatte dolardı?

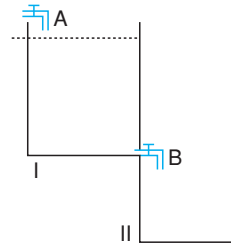
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. Bir işi A ile B birlikte 6 saatte, aynı işi B ile C birlikte 8 saatte, A ile C ise aynı işi 12 saatte yapabilmektedir.

Buna göre, C aynı işin yarısını tek başına kaç saatte yapar?

- A) 36 B) 28 C) 24 D) 20 E) 18

- 8.



Şekildeki A musluğunun kapasitesi B musluğunun 3 katı, I. havuzun hacmi, II. havuzun hacminin 2 katı kadardır.

Musluklar aynı anda açıldığında I. havuz doluğu anda II. havuzun doluluk oranı kaçtır?

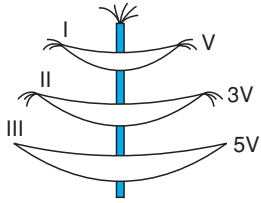
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

9. Orçun bir işi çalışma hızını %25 azaltırsa 4 saat geç, Orhan çalışma hızını % 60 artırırsa aynı işi 9 saat erken bitiriyor.

Buna göre, Orçun ve Orhan normal çalışma hızlarıyla birlikte bu işi kaç saatte bitirirler?

- A) 7 B) 8 C) 12 D) 15 E) 16

10.



Yandaki şekilde II. ve III. havuzlar I. havuzdan taşan su ile dolmaktadır. Havuzların hacimleri sırasıyla V, 3V, 5V dir.

1. havuz 2 saatte dolduğuna göre 12 saat sonunda III. havuzun kaçta kaç dolmuştur?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

11. Bir tanesi boş bir havuzu 58 saatte dolduran özdeş musluklardan a tanesi açılıyor ve her saat başı bir musluk daha açılıyor.

Bu şekilde havuz toplam 4 saatte dolduğuna göre, a kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

12. A musluğu hacmi V litre olan bir havuzu t saatte dolduruyor.

Buna göre, aynı musluk hacmi $\frac{V}{2}$ litre olan

havuzun $\frac{t}{3}$ saatte kaçta kaçını doldurur?

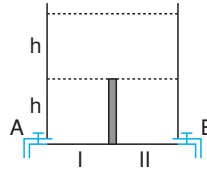
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

13. Boş bir havuzu A musluğu 14 saatte dolduruyor. Havuzun dibindeki B musluğu ise 28 saatte boşaltıyor. A ve B muslukları birlikte açıldıktan sonra her saat başı A ve B musluklarıyla aynı kapasitede birer musluk daha açılıyor.

Buna göre, havuz kaç saatte dolar?

- A) 7 B) 8 C) 14 D) 16 E) 28

14.



Yandaki şekilde havuzun tam ortasında bulunan h yüksekliğindeki hacmi dikkate alınmayacak olan set havuzu eş hacimli iki bölmeye ayırmaktadır. A musluğunun kapasitesi B nin 3 katıdır.

Havuz dolu iken 2 musluk birden açılırsa I. bölme boşaldığı anda II. bölmenin kaçta kaç doludur?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

15. A musluğu boş bir havuzu x saatte dolduruyor. Havuzun dibindeki B musluğu ise dolu havuzu tek başına y saatte boşaltıyor.

Havuz dolu iken iki musluk birlikte açıldığında havuz 4 saatte boşaldığına göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $x < y$ B) $x > y$ C) $4(x + y) = xy$
D) $y > 4$ E) $y - x = 4xy$

16. 360 litrelik bir havuzu 3 özdeş musluk birlikte dolduruyor.

Havuzun 4 saatte dolması için, açılan muslukların her birinden dakikada kaç litre su akmalıdır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

HAREKET PROBLEMLERİ

$x \rightarrow$ yol

$V \rightarrow$ hız

$t \rightarrow$ zaman olmak üzere,

yol = hız x zaman

$x = V \cdot t$

denklemleri, hareket problemlerinin çözümü için en önemli denklemdir.

Örnek Soru

Saatteki hızı 60 km olan bir araç 720 km lik bir yolu kaç saatte alır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} x \rightarrow 720 \text{ km} \\ V \rightarrow 60 \text{ km} \\ t \rightarrow ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} 720 = 60 \cdot t \\ t = 12 \text{ saat bulunur.} \end{array}$$

Yanıt B

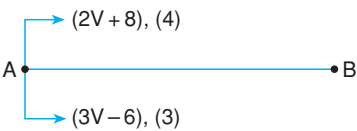
Örnek Soru

Bir araç belli bir yolu saatte $(2V + 8)$ km hızla 4 saatte gitmektedir.

Aynı yolu saatte $(3V - 6)$ km hızla 3 saatte gidebildiğine göre, V kaçtır?

- A) 42 B) 45 C) 48 D) 50 E) 55

Çözüm

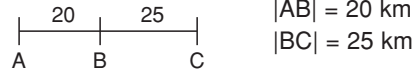


$$|AB| = (2V + 8) \cdot 4 = (3V - 6) \cdot 3$$

$$8V + 32 = 9V - 18 \Rightarrow V = 50 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru



A kentinden hareket eden bir araç, saatte ortalama 60 km hızla giderek a dakikada C kentine varıyor.

Bu araç B kentine kadar saatte ortalama 40 km hızla gitseydi yine toplam a dakikada C kentine varmak için B ile C arasındaki yolu saatte ortalama kaç km hızla gitmeliydi?

- A) 75 B) 80 C) 90 D) 100 E) 105

2009 – Mat. 1

Çözüm

$$60 = \frac{45}{a} \Rightarrow a = 45 \text{ dakikada} = \frac{3}{4} \text{ saat}$$

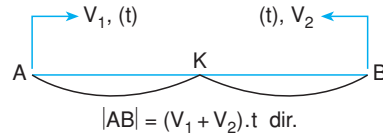
$$\frac{20}{40} + \frac{25}{V} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{25}{V} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V = 100 \text{ km/sa}$$

Yanıt D

► Problemlerin daha hızlı çözülebilmesi için, konu aşağıda alt başlıklarla ele alınmıştır.

Zıt Yönlü Hareketler

İki araç A ve B noktalarından aynı anda V_1 ve V_2 hızlarıyla birbirlerine doğru hareket ederek t süre sonra K noktasında karşılaşıyorlarsa;



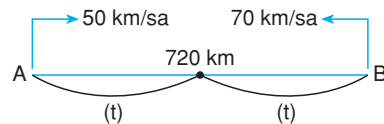
Örnek Soru

Aralarında 720 km mesafe bulunan iki araçtan biri saatte 50 km hızla, diğeri saatte 70 kilometre hızla birbirlerine doğru aynı anda harekete geçiyor.

Buna göre, iki araç kaç saat sonra karşılaşır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm



$$720 = (50 + 70) \cdot t \Rightarrow 720 = 120 \cdot t \Rightarrow t = 6 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

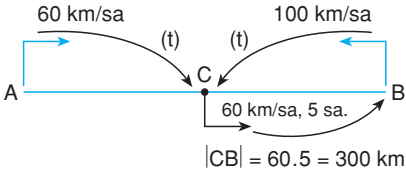
Örnek Soru

Hızı saatte 60 km olan bir araç A noktasından, hızı saatte 100 km olan diğer bir araç B noktasından birbirlerine doğru aynı anda hareket ediyor ve C noktasında karşılaşıyorlar.

A dan hareket eden, karşılaştıktan 5 saat sonra B noktasına vardığına göre, A - B arası kaç km dir?

- A) 480 B) 500 C) 540 D) 600 E) 620

Çözüm



$$100.t = 60.5 = 300$$

$$t = 3 \text{ (karşılaşma anına kadar geçen süre)}$$

$$|AB| = (60 + 100).t$$

$$= 160.3$$

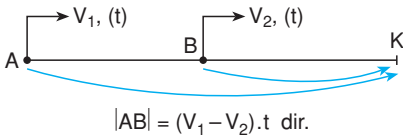
$$= 480 \text{ km bulunur.}$$

Yanıt A

Aynı Yönlü Hareketler

$V_1 > V_2$ olmak üzere,

A ve B noktalarından hızları sırasıyla V_1 ve V_2 olan iki araç aynı anda, aynı yöne doğru hareket ettiklerinde t süre sonra hızlı olan araç, yavaş olan araca K noktasında yetişiyorsa,



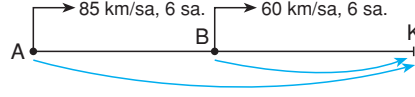
Örnek Soru

İki araç A ve B noktalarından sırasıyla 85 km/sa ve 60 km/sa hızla aynı anda aynı yöne doğru hareket ediyorlar.

A dan hareket eden araç 6 saat sonra diğerine yetiştiğine göre, A ile B arası kaç km dir?

- A) 100 B) 125 C) 150 D) 175 E) 200

Çözüm



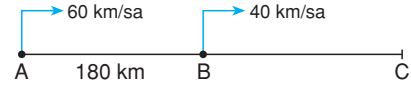
$$|AB| = (85 - 60).6$$

$$= 25.6$$

$$= 150 \text{ km bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru



Saatteki hızları 60 km ve 40 km olan iki araç şekildeki gibi aynı anda aynı yöne doğru hareket ediyorlar.

Buna göre, A daki araç kaç saat sonra B deki araca yetişir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

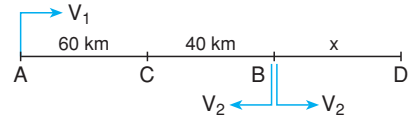
A daki araç, B deki araca t saat sonra yetişsin.

$$|AB| = (60 - 40).t$$

$$180 = 20.t \Rightarrow t = 9 \text{ saat bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru



Şekilde gösterilen A ve B noktalarından aynı anda hareket eden iki araç birbirlerine doğru hareket ettiklerinde C de, aynı yönde hareket ettiklerinde ise D de buluşuyorlar.

Buna göre, x kaç km dir?

- A) 160 B) 180 C) 200 D) 220 E) 240

Çözüm

V_1 hızına sahip olan araç A dan, V_2 hızına sahip olan araç B den aynı anda ve birbirlerine doğru hareket ettikten t_1 saat sonra C de karşılaşırlar;

$$\left. \begin{array}{l} 60 = V_1.t_1 \\ 40 = V_2.t_1 \end{array} \right\} \text{ ise } \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2} \text{ olur. } \dots(1)$$

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Araçlar aynı anda aynı yöne doğru t_2 saat yol aldıktan sonra D de karşılaşırlar;

$$\left. \begin{array}{l} 100 + x = V_1 \cdot t_2 \\ x = V_2 \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100 + x}{x} = \frac{V_1}{V_2} = \dots (2)$$

(1) ve (2) birbirine eşit olduğundan $\frac{100 + x}{x} = \frac{3}{2}$ yazılabilir.

$$\begin{aligned} \text{Buradan, } 3x &= 200 + 2x \\ x &= 200 \text{ km bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

Ortalama Hız (Vort)

$$V_{\text{ort}} = \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam zaman}}$$

Örnek Soru

Bir araç belli bir yolun 540 km sini saatte 90 km hızla, kalan 260 km yolu ise saatte 130 km hızla giderek tamamlıyor.

Buna göre, aracın yol boyunca yapmış olduğu ortalama hız kaç km/sa dir?

- A) 96 B) 100 C) 105 D) 108 E) 110

Çözüm



$$t_1 = \frac{540}{90} = 6 \text{ saat, } t_2 = \frac{260}{130} = 2 \text{ saat olduğundan}$$

$$V_{\text{ort}} = \frac{540 + 260}{6 + 2} = \frac{800}{8} = 100 \text{ km/sa bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Bir araç bir yolun $\frac{1}{3}$ ünü V km/sa hızla, kalan yolun

yarısını $2V$ km/sa hızla, geriye kalan yolu ise $3V$ km/sa hızla alıyor.

Buna göre, bu aracın bu yoldaki ortalama hızı saatte kaç V dir?

- A) $\frac{18}{11}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{21}{11}$

Çözüm

Yolun tamamının uzunluğu $= 3x$ olsun.

$$t_1 = \frac{x}{V}, t_2 = \frac{x}{2V}, t_3 = \frac{x}{3V} \text{ olur.}$$

$$\text{Buna göre, } V_{\text{ort}} = \frac{3x}{\frac{x}{V} + \frac{x}{2V} + \frac{x}{3V}} = \frac{3x}{\frac{11x}{6V}} = \frac{18}{11} V \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Nehir Problemleri

V_K : Kayığın hızı

V_a : Akıntının hızı olsun.

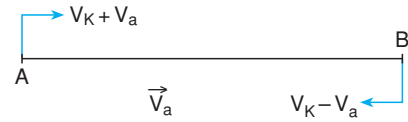
A dan B ye doğru akıntı olan bir nehirde;

A dan B ye gitmek isteyen bir kayığın hızı;

$$V_K + V_a$$

B den A ya gitmek isteyen bir kayığın hızı; $V_K - V_a$ olur.

Yani, kayak akıntı ile aynı yönde ise hızları toplanır, ters yönde ise hızları çıkarılır.



$$V_{AB} = V_K + V_a, V_{BA} = V_K - V_a$$

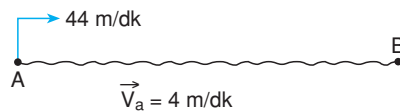
Örnek Soru

Bir yüzücü akıntı hızı 4 m/dk olan bir nehirde 44 m/dk hızla yüzmeye başlıyor.

Yüzücü nehirde en fazla 22 dk kalabildiğine göre, sahilden en çok kaç metre uzaklaşabilir?

- A) 240 B) 360 C) 480 D) 600 E) 720

Çözüm



Yüzücü en fazla B ye kadar uzaklaşabilir.

$$|AB| = (44 + 4) \cdot t$$

$$|BA| = (44 - 4) \cdot (22 - t)$$

Bu eşitlikler taraf tarafa oranlınırsa;

$$1 = \frac{48 \cdot t}{40(22 - t)}$$

$$48t = 40(22 - t) \Rightarrow 11t = 110$$

$$t = 10 \text{ dk dir.}$$

$$|AB| = (44 + 4) \cdot t = 48 \cdot 10 = 480 \text{ metredir.}$$

Yanıt C

Tren – Tünel Problemleri

Bir trenin, bir tünelden tamamen geçebilmesi için alması gereken yol, tren ve tünelin boyları toplamı kadardır.

Örnek Soru

Saatteki hızı 60 km olan bir tren kendi uzunluğundaki bir tüneli 36 sn de geçiyor.

Buna göre, tünelin uzunluğu kaç m dir?

- A) 150 B) 300 C) 450 D) 600 E) 750

Çözüm

Tren ile tünelin uzunlukları x er m olsun. Bu durumda alınması gereken toplam yol $x + x = 2x$ olur.

$$V_{\text{Tren}} = 60 \frac{\text{km}}{\text{sa}} = \frac{60 \cdot 1000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{sn}}$$

$$V_{\text{Tren}} = \frac{600}{36} \text{ m/sn olur.}$$

$$\text{Yol} = \text{Hız} \cdot \text{zaman} \Rightarrow 2x = \frac{600}{36} \cdot 36$$

$$x = 300 \text{ bulunur.}$$

Tünelin uzunluğu = 300 m dir.

Yanıt B

Dairesel Hareket

I. Dairesel bir pistin aynı noktasından aynı anda ters yönde hareket eden iki aracın karşılaşma süresi (t);

$$t = \frac{\text{Pistin çevresi}}{\text{Hareketlilerin hızları toplamı}} \text{ dir.}$$

II. Dairesel bir pistin aynı noktasından aynı anda aynı yönde hareket eden iki araçtan hızlı olanın diğerine yetişmesi (1 tur bindirmesi) için geçen süre (t),

$$t = \frac{\text{Pistin çevresi}}{\text{Hareketlilerin hızları farkı}} \text{ dir.}$$

III. Dairesel bir pistin farklı noktalarından aynı anda ters yönde (birbirlerine doğru) hareket eden iki araç için;

$$t_1 = \text{İlk karşılaşma süresi} = \frac{\text{Aradaki mesafe}}{\text{Hızları toplamı}} \text{ dir.}$$

Daha sonraki karşılaşma süreleri:

$$t_1 = t_2 = \dots = t_n = \frac{\text{Pistin çevresi}}{\text{Hareketlilerin hızları toplamı}}$$

IV. Dairesel bir pistin farklı noktalarından aynı anda aynı yönde hareket eden iki araç için;

$$t_1 = \frac{\text{Aradaki mesafe}}{\text{Hareketlilerin hızları farkı}} \text{ dir.}$$

Daha sonraki karşılaşma süreleri:

$$t_1 = t_2 = \dots = t_n = \frac{\text{Pistin çevresi}}{\text{Hareketlilerin hızları farkı}} \text{ olur.}$$

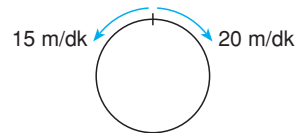
Örnek Soru

Hızları dakikada 15 m ve 20 m olan iki hareketli, dairese bir pistin aynı noktasından aynı anda ters yönde hareket ettiklerinde 4 dk sonra karşılaşıyorlar.

Buna göre, bu pistin çevresi kaç m dir?

- A) 120 B) 125 C) 130 D) 140 E) 165

Çözüm



$$t_1 = 4 = \frac{\text{Pistin çevresi (x)}}{15 + 20}$$

$$x = 4.35$$

$$= 140 \text{ m bulunur.}$$

Yanıt D

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 14

1.



A ve B den birbirlerine doğru saatte 35 km ve 45 km sabit hızla aynı anda hareket eden iki araç A dan kaç km uzakta karşılaşırlar?

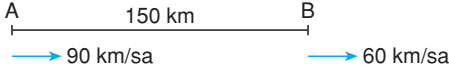
- A) 155 B) 150 C) 140 D) 130 E) 120

2. A ile B arası 420 km dir. Hızı saatte 60 km olan araç A dan, hızı saatte 45 km olan araç ise B den aynı anda birbirlerine doğru hareket ediyorlar.

Karşılaşma noktası C ise A ve C arası kaç km dir?

- A) 180 B) 220 C) 230 D) 235 E) 240

3.

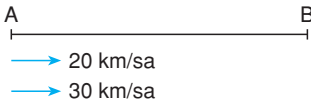


A ve B kentleri arasındaki mesafe 150 km dir.

A ve B den aynı anda ve aynı yönde 90 km/sa ve 60 km/sa sabit hızla yola çıkan iki araçtan hızlı olan diğerine kaç saat sonra yetişir?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

4.

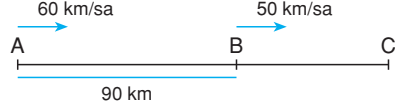


İki araç A kentinden B kentine doğru aynı anda sırasıyla saatte 20 km ve 30 km hızlarla harekete başlıyorlar.

Hızlı giden B kentine 3 saat daha erken ulaştığına göre, A ile B arası kaç km dir?

- A) 190 B) 180 C) 170 D) 160 E) 150

5.



A ve B arasındaki mesafe 90 km dir. Hızı 60 km/sa olan araç A dan, hızı 50 km/sa olan B den aynı anda hareket ederse aynı anda C ye varıyorlar.

Buna göre, B ile C arası kaç km dir?

- A) 300 B) 350 C) 400 D) 450 E) 500

6. Hızları saatte 80 km ve 65 km olan iki araç aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar. 6 saat sonra arkadaki araç öndekine yetişiyor.

Başlangıçta araçlar arasındaki uzaklık kaç km dir?

- A) 90 B) 85 C) 80 D) 75 E) 70

7. Aralarında 252 km mesafe olan iki araç aynı anda birbirlerine doğru saatte 17 km ve 19 km hızlarla hareket ediyorlar.

Harekete başladıktan 9 saat sonra aralarındaki mesafe kaç km olur?

- A) 72 B) 63 C) 54 D) 45 E) 36

8. Bir hareketli gideceği yolun $\frac{1}{3}$ ünü gittikten sonra hızını değiştirmeden kalan yolu 18 saatte gidiyor.

Buna göre, bu hareketli yolun tamamını kaç saatte gitmiştir?

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 36

9. A dan B ye saatteki hızı 50 km olan bir araç hareket ettikten 3 saat sonra A dan B ye hareketlenen ikinci aracın saatteki hızı kaç km olmalıdır ki hareketinden 6 saat sonra birinci araca yetişsin?

A) 75 B) 80 C) 85 D) 90 E) 95

10. Bir araç A dan B ye 40 km/sa hızla gidine 3 saat geç kalıyor. Bu araç aynı yolu 60 km/sa hızla gidine 4 saat erken varıyor.

Buna göre, A ve B arası kaç km dir?

A) 840 B) 860 C) 880 D) 890 E) 900

11. Hızı saatte 75 km olan bir araç, $\frac{2}{5}$ i 300 km olan yolda 4 saat gittikten sonra 1 saat mola veriyor.

Buna göre bu araç gideceği yere zamanında varabilmek için yolun geri kalanını kaç km hızla gitmelidir?

A) 80 B) 85 C) 90 D) 95 E) 100

12. Bir hareketli hızını saatte x km azaltılırsa gideceği yere 12 saatte, 3x km artırırsa 8 saatte varıyor.

Buna göre, yolun tamamının uzunluğu kaç x km dir?

A) 56 B) 72 C) 80 D) 88 E) 96

13. Akıntı olan bir nehirde bir motor A dan B ye akıntıya karşı 5 saatte, B den A ya ise akıntıyı arkasına alarak 3 saatte ulaşıyor.

Akıntının hızı saatte 2 km ise motorun hızı saatte kaç km dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. İki kent arasındaki yolu x hızıyla t saatte giden bir araç hızını 4 katına çıkarırsa aynı yolu kaç t saatte alır?

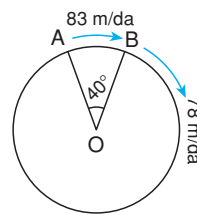
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

15. Düzgün doğrusal hareketle aynı anda yarışa başlayan iki araçtan birincisi yolun $\frac{3}{4}$ ünü tamamladığında, ikincisi yolun $\frac{3}{5}$ ini tamamlıyor.

Birinci araç yolu bitirdiğinde ikinci araç yolun kaçta kaçını tamamlamış olur?

A) $\frac{6}{7}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

- 16.



Hızları dakikada 83 m ve 78 m olan iki hareketli çevresi 720 m olan şekildedeki O merkezli dairesel pistin A ve B noktalarından aynı anda ve aynı yönde yürüyüşe başlıyorlar.

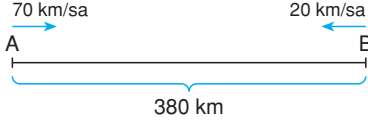
Kaç dakika sonra arkada olan hareketli öneki ne yetişir?

A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 15

1.



Aralarında 380 km mesafe olan iki araç saatte 70 km ve 20 km hızla birbirlerine doğru hareket ediyorlar.

5 saat sonra araçların aralarındaki uzaklık kaç km olur?

- A) 85 B) 80 C) 75 D) 70 E) 60

2.



A ve B noktalarından sırasıyla saatteki hızları 80 km ve 40 km olan iki araç aynı anda ve aynı yönde harekete başlıyorlar.

Bu iki araç 5 saat sonra C noktasında yan yana geldiğine göre, AB yolu kaç km dir?

- A) 200 B) 180 C) 160 D) 150 E) 140

3. Hızları 35 km/sa ve 25 km/sa olan iki araç A dan B ye doğru aynı anda hareket ediyor.

Hızlı giden 4 saat önce B ye vardığına göre, A ile B arası kaç km dir?

- A) 275 B) 300 C) 325 D) 350 E) 400

4. Bir otomobil ile saatteki hızı 60 km olan bir otobüs A kentinden B kentine doğru aynı anda hareket ediyorlar. 6 saat sonra otomobil otobüsün 102 km önüne geçiyor.

Buna göre, otomobilin hızı saatte kaç km dir?

- A) 79 B) 78 C) 77 D) 76 E) 75

5. Bir araç bir yolun $\frac{3}{8}$ ini saatte 30 km hızla, kalan yolu saatte 60 km hızla alıyor.

Bu araç tüm yolu 22 saatte aldığına göre, yolun tamamı kaç km dir?

- A) 960 B) 950 C) 940 D) 930 E) 920

6.



A ve B kentlerinden C kentine doğru aynı anda, aynı yöne doğru sabit hızlarla saatte 70 km ve 40 km hızla giden iki araç aynı anda C ye varıyor.

B ve C arası 80 km olduğuna göre, A ile B arası kaç km dir?

- A) 80 B) 75 C) 70 D) 65 E) 60

7. Bir otomobil bir yolu saatte 90 km lik hızla gidip, saatte 120 km lik hızla geri dönüyor.

Gidiş dönüş toplam 7 saat sürdüğüne göre yolun tamamı kaç km dir?

- A) 360 B) 380 C) 400 D) 420 E) 440

8.



$|AB| = 120$ km, $|BC| = 240$ km dir. A ile C arasında her seferinde sabit hızla giden bir araç, bugünkü seferinde B de 2 saat oyalanıyor ve A ile C arasındaki 11 saatte alıyor.

Buna göre, bu araç AB yolunu kaç saatte almıştır?

- A) 6 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

Temel Matematik Konu Anlatımlı

9. a km hızla hareket eden bir araç hızını $\frac{2}{3}$ ü kadar azaltarak 23 km hızla harekete devam ediyor.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 46 B) 48 C) 69 D) 70 E) 72

10. Bir araç sabit hızla a km yolu r dakikada almaktadır.

Hızını 4 katına çıkarır ise aynı yolun yarısını kaç dakikada alır?

- A) $\frac{r}{8}$ B) $\frac{r}{4}$ C) $\frac{r}{2}$ D) 2r E) 8r

11. Bir araç iki kent arasını saatte $(2x - 25)$ km hızla giderse 6 saatte, $(x - 10)$ km hızla giderse 11 saatte alıyor.

Bu iki kent arası kaç km dir?

- A) 300 B) 310 C) 320 D) 330 E) 340

12. Bir hareketli A dan B ye saatte a km hızla gidip, saatte 3a km hızla B den A ya dönüyor. Şayet giderken saatteki hızını 48 km artırıyadı gidiş ve dönüş için harcanan zaman eşit olacaktı.

Buna göre, a kaçtır?

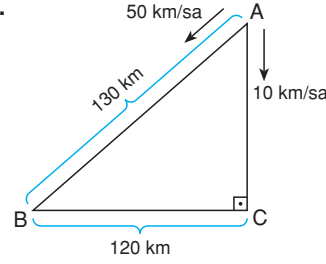
- A) 56 B) 52 C) 48 D) 36 E) 24

13. Bir kayak bir nehirde akıntı yönünde 5 saatte 120 km gidip, bu noktadan geriye 8 saatte dönmüştür.

Buna göre akıntının hızı saatte kaç km dir?

- A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) 3

14.



Yukarıda, $\hat{m}(C) = 90^\circ$ olan dik üçgen şeklindeki pistte,

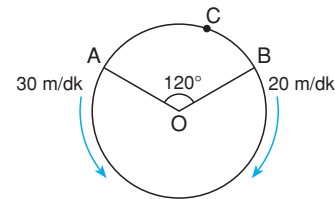
$$|AB| = 130 \text{ km}$$

$$|BC| = 120 \text{ km dir.}$$

A noktasından aynı anda sırasıyla AB ve AC yönlerinde saatte 50 km ve 10 km hızla hareket eden iki araç nerede karşılaşırlar?

- A) B köşesinden 20 km uzakta
B) A köşesinden 20 km uzakta
C) C köşesinde
D) C köşesinden 10 km uzakta
E) A köşesinden 10 km uzakta

15.

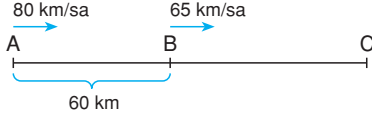


O merkezli ve AB yayını 120° lik açıyla ayıran üstteki dairesel pistte ACB'nin uzunluğu 50 metredir.

A ve B den aynı anda zıt yönde hareket eden ve hızları dakikada 30 metre ve 20 m olan iki araç kaç dakika sonra karşılaşırlar?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

1.



A ve B kentleri arası 60 km dir. A dan saatte 80 km, B den saatte 65 km hızla iki araç aynı anda aynı yönde hareket ederek C de buluşuyor.

Buna göre, B ile C arası kaç km dir?

- A) 260 B) 250 C) 240 D) 230 E) 220

2. Saatte 70 km hızla giden bir araç 130 km uzakta ve saatte 65 km hızla giden bir araca kaç saat sonra yetişir?

- A) 25 B) 26 C) 27 D) 29 E) 30

3. Bir araba belirlenen bir saatte gitmesi gereken bir yolu, saatte 80 km hız ile giderse 2 saat erken, saatte 50 km hız ile giderse 1 saat geç alıyor.

Buna göre, arabanın bu yol için belirlenen süresi kaç saattir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

4. Bir araç A kentinden B kentine saatte 75 km hızla gidiyor. B kentinden A kentine saatte 90 km hızla dönüyor.

Gidiş dönüş toplam 11 saat sürdüğüne göre, A ve B kentleri arası kaç km dir?

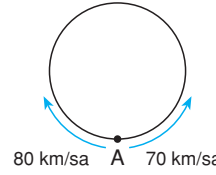
- A) 450 B) 460 C) 480 D) 500 E) 520

5. Bir araç gideceği yolu saatte 3V hızla 8 saatte alıyor. Gidiş hızını saatte $(V + 2)$ artırırse aynı yolu 4 saat daha erken alıyor.

Buna göre, yolun uzunluğu kaç km dir?

- A) 36 B) 30 C) 26 D) 24 E) 21

6.



Çevresi 900 km olan şekildeki dairesel pistin A noktasından hızları saatte 80 km ve 70 km olan iki araç zıt yönde aynı anda hareket ederlerse

kaç saat sonra karşılaşırlar?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7. Bir hareketli 9 saatte gittiği bir yolu, hızını saatte 20 km artırarak 6 saatte gidiyor.

Bu yolun uzunluğu kaç km dir?

- A) 320 B) 330 C) 340 D) 350 E) 360

8. A ve B kentlerinden saatteki hızları sırasıyla V_1 ve V_2 olan iki araç aynı anda ve zıt yönde harekete geçip 11 saat sonra karşılaşıyorlar. Şayet B den hareket edenin hızı saatte 30 km daha fazla olsaydı 8 saatte karşılaşıracaklardı.

Buna göre, $V_1 + V_2$ toplamı kaçtır?

- A) 110 B) 100 C) 90 D) 80 E) 70

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

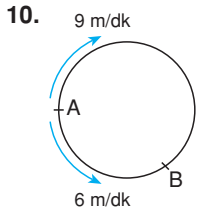
Bölüm Kazanım Testi – 16

9. Saatteki hızı 30 km olan bir araç bir yolu 6 saatte tamamlıyor.

Bu araç aynı yolun $\frac{1}{3}$ ünü saatte 15 km hızla,

geri kalanını saatte 40 km hızla giderse yolun tamamını kaç saatte alır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4



Şekildeki dairesel pistte A noktasından aynı anda ve zıt yönde dakikada 9 metre ve 6 metre yol alan iki hareketli B noktasında karşılaşıyor.

Karşılaşma 24 dakikada gerçekleştiğine göre, hızlı olan kaç dakikada B den A ya gider?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

11. Bir yüzücü akıntıya karşı dakikada 20 metre, akıntı yönünde dakikada 36 metre yüzebiliyor.

Bu koşulda belli bir mesafeyi 7 dakikada yüzerrek gidip döndüğüne göre, bu mesafe kaç metredir?

- A) 80 B) 85 C) 90 D) 95 E) 100

12. Hızı dakikada 1200 metre olan bir tren uzunlu-

ğu 1870 metre olan köprüyü $\frac{5}{3}$ dakikada geçtiğine göre, trenin boyu kaç metredir?

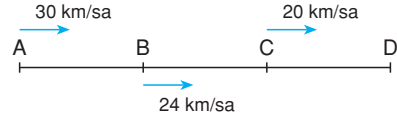
- A) 140 B) 130 C) 120 D) 110 E) 100

13. Bir hareketli belli bir yolu saatte $2a$ km hızla b saatte almıştır.

Hareketli hızını saatte $(2a \cdot b + 20)$ km ye çıkarırsa aynı yolu kaç saatte alır?

- A) $\frac{2a \cdot b}{b + 2a}$ B) $\frac{a \cdot b}{2b + 2a}$ C) $\frac{a \cdot b}{ab + 10}$
D) $\frac{a \cdot b}{b + 10}$ E) $\frac{a \cdot b}{a \cdot b + 10}$

- 14.



Şekildeki A, B ve C noktalarından sırasıyla saatteki hızları 30 km, 24 km, 20 km olan üç araç aynı yönde ve aynı anda hareket ediyor ve saat 16.00 da üçü birden D ye varıyor.

$|BC| = 20$ km olduğuna göre, bu araçlar saat kaçta hareket etmişlerdir?

- A) 9.00 B) 10.00 C) 11.00
D) 12.00 E) 13.00

15. Dakikada 40 metre yol alabilen bir nehir motoru, belirli bir yolu akıntı yönünde 2 dakikada, aynı yolu akıntıya karşı 3 dakikada alıyor.

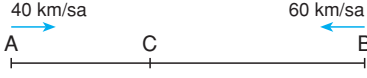
Buna göre, akıntının hızı dakikada kaç metredir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Bölüm Kazanım Testi – 17

1.



A ve B den aynı anda birbirlerine doğru hareket eden iki araç 3 saat sonra C de karşılaşılıyor.

Buna göre, B den hareket eden C ile A arasını kaç dakikada alır?

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

2.

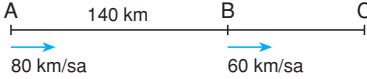


A ile B arası 440 km dir. A dan hızı 35 km/sa, B den hızı 75 km/sa olan iki araç birbirlerine doğru aynı anda hareket ediyorlar.

Bu iki araç A dan kaç km uzakta karşılaşırlar?

- A) 145 B) 140 C) 135 D) 130 E) 125

3.

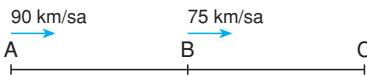


Aralarında 140 km mesafe bulunan A ve B noktalarından saatte 80 km ve 60 km sabit hızlarla iki araç aynı yönde, aynı anda hareket ediyor.

A dan kalkan araç kaç saat sonra B den hareket eden aracı yakalar?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

4.



A ve B noktalarından aynı anda ve aynı yönde saatte sırasıyla 90 km ve 75 km hızlarla hareket eden iki araç 10 saat sonra C noktasında birlikte oluyor.

Buna göre, |AB| kaç km dir?

- A) 150 B) 155 C) 160 D) 165 E) 170

5.

Bir araç A kentinden B kentine 5 saatte gitmektedir. Otomobilin saatteki hızı 25 km artırılır ise B kentine 1 saat daha erken gidiyor.

Buna göre, iki kent arası kaç km dir?

- A) 550 B) 500 C) 450 D) 400 E) 350

6.

Aynı mesafeyi gitmek için aynı anda yola çıkan iki araçtan birincisi saatte 40 km, ikincisi saatte 30 km hız yapmaktadır.

Hızlı giden bu mesafeyi 2 saat erken tamamladığına göre, bu mesafe kaç km dir?

- A) 240 B) 250 C) 260 D) 270 E) 280

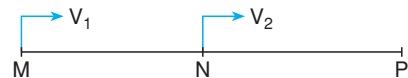
7.

A kentinden B kentine gitmek için aynı anda yola çıkan iki otobüsten birincisi saatte 80 km, ikincisi saatte 120 km hızla gidiyor.

İkinci otobüs B kentine 4 saat erken ulaştığına göre, iki kent arası kaç km dir?

- A) 910 B) 930 C) 940 D) 960 E) 990

8.



Hızları saatte V_1 ve V_2 km olan iki araç sırasıyla bulundukları M ve N noktalarından P noktasına doğru aynı anda sabit hızlarla hareket ediyorlar. 6 saat sonra arkadaki araç öndekine yetişiyor.

$V_1 - V_2 = 18$ km olduğuna göre, |MN| kaç km dir?

- A) 84 B) 96 C) 100 D) 108 E) 116

9. Aralarındaki uzaklık 380 km olan iki araç A ve B kentlerinden birbirlerine doğru aynı anda hareket ettikten 4 saat sonra karşılaşıyorlar.

A dan hareket eden aracın hızı saatte ortalama 45 km ise B den hareket eden aracın ortalama hızı saatte kaç km dir?

- A) 55 B) 50 C) 45 D) 40 E) 35

10. Bir otomobil iki kent arasındaki yolun ilk yarısını saatte 100 km hızla gidiyor. İkinci yarısında hızını saatte 80 km ye düşürdüğü için 1 saat gecikmeye diğer kente varıyor.

Buna göre, bu hareketlinin yol boyunca ortalama hızı saatte kaç km dir?

- A) $\frac{820}{9}$ B) $\frac{800}{9}$ C) $\frac{760}{9}$ D) $\frac{250}{3}$ E) $\frac{740}{9}$

11. Bir araç belli bir yolu sabit hızla gitmektedir. Bu araç saatteki hızını 40 km artırdığında aynı yolu % 40 daha az bir zamanda alabiliyor.

Buna göre, hareketlinin başlangıçtaki sabit hızı saatte kaç km dir?

- A) 70 B) 65 C) 60 D) 55 E) 50

12. Bir hareketli belli bir yolu sabit hızla a saatte alıyor.

Aynı hareketli hızını iki katına, yolun uzunluğunu 5 katına çıkarırsa bu yolu kaç saatte alır?

- A) a B) $\frac{2a}{5}$ C) $\frac{a}{2}$ D) $\frac{5a}{2}$ E) 2a

13. Bir hareketli belli bir yolu saatte ortalama m km hızla n saatte almıştır.

Hareketli ortalama hızını saatte 2 km artırırsa aynı yolu kaç saatte alır?

- A) $\frac{n+2}{m \cdot n}$ B) $\frac{m \cdot n}{n+2}$ C) $\frac{m \cdot n}{m+2}$
D) $\frac{m}{m+2}$ E) $\frac{n}{m+2}$

14. A dan B ye 2V hızıyla giden bir araç B den A ya $\frac{3V}{2}$ hızla dönüyor. Şayet dönüşteki hızını saatte 25 km artırsaydı eşit zamanda gidiş dönüş yapmış olacaktı.

AB yolu 350 km olduğuna göre, gidiş kaç saat sürmüştür?

- A) 2,5 B) 3 C) 3,5 D) 4 E) 4,5

15. Hızı saatte 320 km olan bir uçak rüzgâra karşı 6 saatte gittiği yolu rüzgârla aynı yönde 4 saatte gidiyor.

Buna göre, rüzgârın saatteki hızı kaç km dir?

- A) 70 B) 66 C) 64 D) 60 E) 56

16. Hızı saatte ortalama 630 km olan bir uçak, rüzgâr yönünde hareket ederek 1200 km lik yolu ve rüzgâra karşı hareket ederek 900 kilometrelik yolu aynı zamanda almıştır.

Buna göre, rüzgârın hızı saatte kaç km dir?

- A) 70 B) 75 C) 80 D) 85 E) 90

YÜZDE PROBLEMLERİ

Yüzde Hesaplamaları

Rasyonel sayıların yüzde sembolüyle yazılabilmesi için kesrin paydası 100 olacak şekilde genişletilmeli veya sadeleştirilmelidir.

Öndalık sayılar ise yüzde olarak ifade edilirken virgöl iki basamak sağa alınır, sonra yüzde olarak yazılır.

$$\frac{3}{100} \rightarrow \%3$$

$$\frac{32}{200} = \frac{16}{100} \rightarrow \%16$$

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} \rightarrow \%25$$

Örnek Soru

Bir satıcı 400 m kumaşın 280 m sini satmıştır.

Satılan kumaş tüm kumaşın yüzde kaçındır?

Çözüm

$$\frac{280}{400} = \frac{70}{100} \rightarrow \%70$$

Örnek Soru

80 sayısının % 40 ı kaçtır?

Çözüm

$$80 \cdot \frac{40}{100} = 32 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

% 20 si 12 olan sayı kaçtır?

Çözüm

Sayı x olsun.

$$x \cdot \frac{20}{100} = 12 \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 100}{20} = 60 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

200 sayısının % 40 fazlası kaçtır?

Çözüm

Bütün % 100 seçilirse, sayının % 40 fazlası % 140 ına eşittir.

$$200 \cdot \frac{140}{100} = 280 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

300 sayısının % 20 eksigi kaçtır?

Çözüm

Bütün % 100 alınırsa % 20 eksigi % 80 ine eşittir.

$$300 \cdot \frac{80}{100} = 240 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

Hangi sayının % 30 unun 4 fazlası, aynı sayının % 50 sine eşittir?

Çözüm

Sayı x olsun.

$$x \cdot \frac{30}{100} + 4 = x \cdot \frac{50}{100}$$

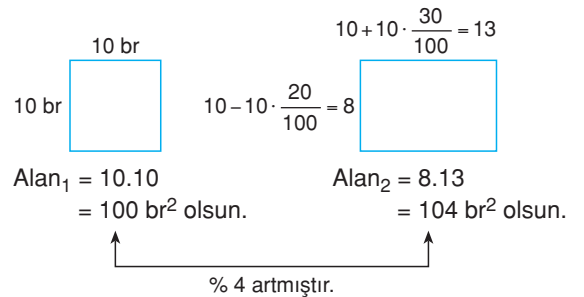
$$4 = \frac{5x}{10} - \frac{3x}{10}$$

$$4 = \frac{2x}{10} \Rightarrow x = 20 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

Bir dikdörtgenin bir kenarının uzunluğu % 20 azaltılır, diğer kenarının uzunluğu % 30 artırılırsa alanındaki değişim ne olur?

Çözüm



DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

Bir çobanın koyunları ya iki ya da üç kuzu doğurmuştur. İki kuzulu doğumlarda kuzuların % 75 i, üç kuzulu doğumlardaysa kuzuların % 50 si yaşamıştır.

Bu çobanın doğum yapan 28 koyunu olduğuna göre, toplam kaç kuzusu yaşamıştır?

- A) 35 B) 36 C) 39 D) 42 E) 45

2009 – Mat.1

Çözüm

Çobanın x tane koyunu ikili, 28 – x tane koyunu üçlü doğum yapmış olsun.

Yaşayan toplam kuzu sayısı;

$$\begin{aligned} 2 \cdot x \cdot \frac{75}{100} + 3 \cdot (28 - x) \cdot \frac{50}{100} \\ = \frac{3x}{2} + 42 - \frac{3x}{2} \\ = 42 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

Bir grup işçi, bir işi 3 günde bitiriyor.

İşçi sayısı % 50 azaltılır, günlük çalışma süresi % 20 artırılsa aynı iş kaç günde biter?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2009–Mat 1

Çözüm

İlk durumda işçi sayısı 100 br, günlük çalışma süresi 100 br; ikinci durumda işçi sayısı 50 br, günlük çalışma süresi 120 br; ikinci durumda işin bitme süresi x gün olsun.

$$\begin{aligned} \frac{1}{100 \cdot 100 \cdot 3} &= \frac{1}{50 \cdot 120 \cdot x} \\ 100 \cdot 100 \cdot 3 &= 50 \cdot 120 \cdot x \\ x &= 5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Bir depoda bulunan portakal ve mandalinaların miktarı toplam 50 tondur. Portakalların %7 si, mandalinaların ise %8 i çürümüştür. Çürüyen portakal ve mandalina miktarı toplam 3,8 tondur.

Buna göre, depoda kaç ton sağlam portakal vardır?

- A) 17,5 B) 17,6 C) 18 D) 17 E) 18,6

2011 YGS

Çözüm

Depoda x ton portakal ve (50–x) ton mandalina olsun.

$$\begin{aligned} x \cdot \frac{7}{100} + (50 - x) \cdot \frac{8}{100} &= 3,8 \\ 7x + 400 - 8x &= 380 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Başlangıçta depoda 20 ton portakal vardı. Sağlam

portakal miktarı $20 \cdot \frac{93}{100} = \frac{2 \cdot 93}{10} = 18,6$ tondur.

Yanıt E

Kâr – Zarar Hesapları

Kârlı satış fiyatı = Maliyet fiyatı + kâr

Zararlı satış fiyatı = Maliyet fiyatı – zarar

x liraya alınan bir malın;

$$\% 20 \text{ kârlı satış fiyatı : } x + x \cdot \frac{20}{100} = \frac{x \cdot 120}{100}$$

$$\% 30 \text{ zararlı satış fiyatı : } x - x \cdot \frac{30}{100} = x \cdot \frac{70}{100} \text{ dür.}$$

Örnek Soru

1200 TL ye alınan bir mal % 70 kârla kaç TL ye satılır?

Çözüm

$$1200 \cdot \frac{170}{100} = 2040 \text{ TL ye satılır.}$$

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

% 20 kârla 600 TL ye satılan malın % 30 kârla satış fiyatı kaç TL dir?

Çözüm

% 30 kârlı satış fiyatı x TL olsun.

% 120 si 600 TL ise
% 130 u x TL dir.

D.O

$$x = \frac{600 \cdot 130}{120} = 650 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek Soru

% 30 zararlı 84 TL ye satılan bir mal, 192 TL ye satılırsa yüzde kaç kâr edilir?

Çözüm

Alış fiyatı x TL olsun.

% 30 zararlı satış fiyatı : $x \cdot \frac{70}{100}$ dür.

$$x \cdot \frac{70}{100} = 84 \Rightarrow x = 120 \text{ bulunur.}$$

120 TL ye alınıp 192 TL ye satılan bir maldan,

$192 - 120 = 72$ TL kâr edileceğinden,

$$72 = 120 \cdot \frac{a}{100}$$

$a = 60$ olup % 60 kâr elde edilir.

Örnek Soru

Bir manav aldığı portakalların $\frac{2}{5}$ ini % 20 kârla, $\frac{1}{5}$ ini

% 30 kârla, kalanını %10 zararlı satmıştır.

Bu manavın portakalların tümünün satışından kârı yüzde kaçtır?

Çözüm

Manav tanesi 100 br den 5 tane portakal almış olsun. Maliyeti $5 \cdot 100 = 500$ br olur.

$\frac{2}{5}$ ini % 20 kârla : $2 \cdot 120 = 240$ br e

$\frac{1}{5}$ ini % 30 kârla : $1 \cdot 130 = 130$ br e

kalanını $\left(1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}\right)$ %10 zararlı = $2 \cdot 90 = 180$ br e

satmıştır.

Manavın eline geçen para

$240 \text{ br} + 130 \text{ br} + 180 \text{ br} = 550 \text{ br}$ dir.

Tüm satıştan $550 \text{ br} - 500 \text{ br} = 50 \text{ br}$ kâr etmiştir.

500 br de 50 br kâr edilirse
100 br de x kâr edilir.

D.O

$x = 10$ dur.

% 10 kâr edilmiştir.

Örnek Soru

Bir satıcı bir malı % 10 kârla 330 TL ye, başka bir malı % 20 zararlı 160 TL ye satmıştır.

Satıcının bu iki satış sonundaki kâr – zarar durumu nedir?

Çözüm

% 10 kârlı satış fiyatı alış fiyatının %110 udur.

% 110 u 330 TL ise
% 100 ü x TL dir.

D.O

$$x = 300 \text{ TL}$$

% 20 zararlı satış fiyatı alış fiyatının % 80 idir.

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

$$\begin{array}{l} \% 80 \text{ i} \\ \% 100 \text{ ü} \end{array} \begin{array}{l} \nearrow 160 \text{ TL ise} \\ \searrow y \text{ TL dir.} \end{array}$$

D.O
y = 200 TL

İki malın alış fiyatı = 300 TL + 200 TL = 500 TL
Satış fiyatı = 330 TL + 160 TL = 490 TL
zarar = 500 TL – 490 TL = 10 TL

$$\begin{array}{l} 50 \text{ TL de} \\ 100 \text{ de} \end{array} \begin{array}{l} \nearrow 10 \text{ TL kâr ediliyorsa} \\ \searrow z \text{ kâr edilir.} \end{array}$$

D.O

$$z = \frac{10 \cdot 100}{500} = 2 \text{ ise } \% 2 \text{ zarar edilmiştir.}$$

Örnek Soru

Bir manav, limonları, her birinde 12 limon bulunan filelerle almış ve üçer üçer satmıştır. Manav bir file limonu 5 TL ye almış ve 3 adet limonu 2 TL ye satmıştır.

Bu manav 4 file limonun satışından kaç TL kâr etmiştir?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

2010 – YGS

Çözüm

Manav $4 \cdot 12 = 48$ tane limonu $4 \cdot 5 = 20$ TL ye almıştır. 3 adet limonu 2 TL ye satarak 48 tane limonu 32 TL ye satmıştır.

Bu durumda kâr miktarı $32 \text{ TL} - 20 \text{ TL} = 12 \text{ TL}$ dir.

Yanıt E

Örnek Soru

Bir yatırımcı hesabındaki z TL nin bir kısmıyla altın, kalan kısmıyla da döviz alıyor. Yatırımcı bir süre sonra altınlarını %20 kâr elde ederek x TL ye, dövizlerini ise %20 zarar ederek y TL ye satıyor.

Buna göre, x,y ve z arasındaki bağıntı aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $3z = 6x + 4y$ B) $5z = 4x + 6y$ C) $4z = 9x + 12y$
D) $6z = 5x + 8y$ E) $12z = 10x + 15y$

2011–YGS

Çözüm

Yatırımcı z TL nin a TL si ile altın almış olsun.

$$a \cdot \frac{120}{100} = x \Rightarrow a = \frac{5x}{6} \dots (1)$$

$$(z - a) \cdot \frac{80}{100} = y \Rightarrow 4z - 4a = 5y \dots (2)$$

(1) deki a değeri (2) deki yerine yazılırsa

$$4z - 4a = 5y \Rightarrow 4z - 4 \cdot \frac{5x}{6} = 5y$$

$$12z - 10x = 15y$$

$$12z = 10x + 15y \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

Bir otomobil lastiği satıcısı, lastiklerde % 25 mevsim sonu indirimi uyguladığında bir günde satılan lastik sayısının % 40 arttığını görüyor.

Buna göre, satıcının kasasına bir günde giren para yüzde kaç artmıştır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

2010 – YGS

Çözüm

Bir lastiğin satış fiyatı 100 br ve bir günde satılan lastik sayısı 100 olsun.

İlk durumda bir günde kasasına giren para

$100 \text{ br} \cdot 100 = 10000 \text{ br}$, ikinci durumda bir günde kasasına giren para $75 \text{ br} \cdot 140 = 10500 \text{ br}$ dir.

Artış miktarı $10500 \text{ br} - 10000 \text{ br} = 500 \text{ br}$

$$\begin{array}{l} 10000 \text{ de} \\ 100 \text{ de} \end{array} \begin{array}{l} \nearrow 500 \text{ artış olursa} \\ \searrow x \text{ artış olur.} \end{array}$$

D.O

$$\% 5 \text{ artış olur.}$$

Yanıt A

1. 0,0012 hangi sayının % 40 ıdır?

- A) 0,3 B) 0,03 C) 0,003
D) 0,0003 E) 0,00003

2. Hangi sayının % 25 i, 15 in % 20 sine eşittir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

3. % 30 u ile % 15 inin toplamı 90 olan sayının, % 20 si kaçtır?

- A) 15 B) 30 C) 40 D) 45 E) 60

4. Bir sayının % 20 sinin % 30 u, aynı sayının yüzde kaçına eşittir?

- A) 6 B) 10 C) 30 D) 50 E) 60

5. Bir sayının % 11 ine 12 eklendiğinde, bu sayının % 14 ü elde ediliyor.

Buna göre, sayının % 80 i kaçtır?

- A) 320 B) 300 C) 160 D) 80 E) 40

6. % 30 unun karekökünün 4 fazlası 13 olan sayı kaçtır?

- A) 240 B) 250 C) 260 D) 270 E) 280

7. Bir lastik çekildiğinde boyu % 180 uzuyor.

Buna göre, çekilmiş hâldeki boyu 140 cm olan bir lastiğin çekilmeden önceki boyu kaç cm dir?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 80 E) 100

8. Bir satıcı elindeki malın önce % 60 ını, sonra geri kalanın % 40 ını satmıştır.

Buna göre, satıcı toplamda malın yüzde kaçını satmıştır?

- A) 100 B) 76 C) 68 D) 24 E) 20

9. Bir gruptaki erkeklerin sayısı, kızların sayısının % 68'idir.

Buna göre, grupta en az kaç kişi vardır?

A) 14 B) 21 C) 42 D) 84 E) 168

10. x sayısı y sayısının % 40'ı ve y sayısı z sayısının % 30'u olduğuna göre, x sayısı z sayısının yüzde kaçıdır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16

11. Sütten, ağırlığının % 5'i kadar yağ yapılmaktadır.

Buna göre, 2 kg yağ elde etmek için kaç kg süt kullanılmalıdır?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

12. Bir satıcı elindeki malın önce % 70'ini, sonra kalanın % 30'unu satmıştır.

Buna göre, satıcının elinde tüm malın yüzde kaç kalmıştır?

A) 8 B) 9 C) 21 D) 30 E) 79

13. Bir ikizkenar dik üçgenin dik kenarlarının uzunluğu % 20 artırılırsa alanı yüzde kaç artar?

A) 20 B) 22 C) 40 D) 42 E) 44

14. Bir dairenin çevresi % 20 artırıldığında alanı % kaç artar?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 44 E) 48

15. Bir dikdörtgenin uzun kenarı % 20 kısaltılıp, kısa kenarı % 30 artırılırsa bu dikdörtgenin alanındaki değişim nasıl olur?

A) % 4 artar. B) % 6 artar. C) % 4 azalır.
D) % 6 azalır. E) Değişiklik olmaz.

16. Bir grup arkadaş eşit miktarda para yatırarak 20000 TL sermaye ile bir iş kurmak istiyor. Gruba bir arkadaş daha eklendiğinde, kişi başına ödeyecekleri tutar % 20 azalıyor.

Buna göre, ilk durumda bir kişinin yatırması gereken para kaç bin TL dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1. Bir satıcı 750 TL ye aldığı bir malı 900 TL ye satıyor.

Buna göre, satıcının kârı % kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

2. x TL ye alınan bir mal % 25 kârla $(2x - 240)$ TL ye satılıyor.

Buna göre, bu mal kaç TL ye satılmıştır?

A) 300 B) 320 C) 380 D) 400 E) 420

3. Maliyet fiyatı üzerinden % 20 kârla satılan bir malın, maliyet fiyatının satış fiyatına oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{6}{5}$

4. Bir gömlek etiket fiyatı üzerinden % 20 kârla satıldığında, maliyet fiyatı üzerinden % 50 kâr elde ediliyor.

Buna göre, gömleğin etiket fiyatı, maliyet fiyatı üzerinden yüzde kaç kârla hesaplanmıştır?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

5. Bir kazak 12 TL ye satıldığında % 10 zarar ediliyor.

% 20 kâr edilmesi için bir kazak kaç TL ye satılmalıdır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

6. % 40 kârla satılan bir malın etiket fiyatı üzerinden % 15 indirim yapılırsa, alış fiyatı üzerinden kâr oranı yüzde kaç olur?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 50 E) 60

7. Kilosu 6 TL ye alınan 150 kilo kabuklu fındıktan ağırlığının % 80 i kadar fındık içi elde ediliyor.

Fındık içinin kilosu kaç TL ye satılmalıdır ki % 20 kâr edilsin?

A) 6,5 B) 7 C) 8 D) 8,5 E) 9

8. Bir malın % 40 ı, % 10 zararla satılıyor.

Kalan mal yüzde kaç kârla satılırsa tüm satıştan % 20 kâr elde edilir?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

9. Bir satıcı tanesini 30 TL ye aldığı gömleklerin % 20 sinin defolu olduğunu fark ediyor. Defolu gömlekleri % 10 zararına satıyor.

Satışlar sonunda toplamda % 20 kâr ettiğine göre defolu olmayan gömleklerin tanesini kaç TL den satmıştır?

A) 35 B) 36,25 C) 36,75
D) 37,55 E) 38,25

10. Bir mağaza satışları arttırmak için etiket fiyatı üzerinden % 10 indirim yapıyor.

Bu durumda satışlar % 20 arttığına göre, mağazanın kazancı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) % 4 artar. B) % 8 artar. C) % 8 azalır.
D) % 4 azalır. E) Değişiklik olmaz.

11. 5 tanesi 400 kuruşa alınan 120 adet yumurtanın bir kısmı kırılınca geri kalan yumurtaların 4 tanesi 400 kuruşa gelmiştir.

Buna göre, yumurtaların yüzde kaç kırılmıştır?

- A) 40 B) 35 C) 30 D) 25 E) 20

12. Bir satıcı litresini 6 TL ye mâl ettiği bir miktar A maddesine, mevcut maddenin % 20 si kadar olan B maddesi ekliyor.

B maddesinin litresine 1 TL ödediğine ve A + B karışımının litresini 6,20 TL ye sattığına göre, satıcının kârı yüzde kaçtır?

- A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

13. Bir satıcı aldığı malın yarısını % 30, diğer yarısını % 40 kârla satıyor. Eğer malın tamamını % 38 kârla satsaydı 3000 TL daha fazla kâr edecekti.

Buna göre, malın maliyeti kaç TL dir?

- A) 10000 B) 30000 C) 50000
D) 60000 E) 100000

14. Bir satıcı aldığı malın % 60 ını % 60 kârla, geri kalanını % 10 zararla satmıştır.

Buna göre, satıcının kâr–zarar durumu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) % 52 zarar B) % 44 kâr C) % 32 kâr
D) % 52 kâr E) % 32 zarar

15. Mevsim sonu satışlarında, etiket fiyatının yarısı üzerinden satış yapılan bir mağazadaki gömle-

lerin maliyet fiyatı indirimli satış fiyatının $\frac{3}{4}$ ü kadardır.

Buna göre, bir gömleğin etiket fiyatının, maliyet fiyatına oranı kaçtır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{7}{3}$ C) 2 D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{3}{8}$

16. Kilosu x liraya alınan bir mal, kilosu y liraya satılarak toplam z lira kâr edilmiştir.

Buna göre, satılan mal kaç kilodur?

- A) $\frac{z}{y-x}$ B) $\frac{z}{x-y}$ C) $\frac{y}{x-z}$
D) $\frac{z}{x+y}$ E) $\frac{z}{y}$

17. Aylık enflasyonun % 6 olarak hesaplandığı bir ülkede ay içinde % 25 kâr ile 300 TL ye satılan bir maldan elde edilen kâr kaç TL dir?

- A) 42 B) 45,5 C) 45,6 D) 60 E) 74,5

18. Maliyet fiyatı üzerinden % 40 kârla satılan bir mala etiket fiyatı üzerinden % 10 indirim yapılmıştır. Satışlar istenen sonucu vermeyince indirimli fiyatlar üzerinden tekrar % 10 indirim yapılmıştır.

Buna göre, son durumda maliyet fiyatı üzerinden yüzde kaç kâr elde edilir?

- A) 10 B) 12 C) 13,4 D) 24,4 E) 38,6

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

FAİZ PROBLEMLERİ

A : Anapara (kapital)

n : Faiz oranı

t : Paranın bankada beklediği süre

F : Faiz olmak üzere, A lira paranın yıllık % n faiz oranıyla t yılda getirdiği faiz;

$$F = A \cdot \frac{n}{100} \cdot t \text{ dür.}$$

- Aylık faiz hesaplanırken, 1 yıl = 12 ay olarak alınacağından, paranın t ayda getireceği faiz;

$$F = A \cdot \frac{n}{100} \cdot \frac{t}{12}$$

- Günlük faiz hesaplanırken, 1 yıl = 12.30 = 360 gün olarak alınacağından paranın t günde getirdiği faiz;

$$F = A \cdot \frac{n}{100} \cdot \frac{t}{360} \text{ dir.}$$

200 TL nin % 60 tan,

$$1 \text{ yıllık faizi : } 200 \cdot \frac{60}{100} \cdot 1 = 120 \text{ TL}$$

$$3 \text{ yıllık faizi : } 200 \cdot \frac{60}{100} \cdot 3 = 360 \text{ TL}$$

$$1 \text{ aylık faizi : } 200 \cdot \frac{60}{100} \cdot \frac{1}{12} = 10 \text{ TL}$$

$$14 \text{ aylık faizi : } 200 \cdot \frac{60}{100} \cdot \frac{14}{12} = 140 \text{ TL}$$

$$72 \text{ günlük faizi : } 200 \cdot \frac{60}{100} \cdot \frac{72}{360} = 24 \text{ TL dir.}$$

Örnek Soru

Yıllık % 50 faiz oranıyla bankaya yatırılan bir miktar para, 3 ay sonra faizi ile birlikte 3600 TL olarak çekiliyor.

Buna göre, yatırılan para kaç TL dir?

Çözüm

Bankaya yatırılan para A TL olsun.

$$F = A \cdot \frac{50}{100} \cdot \frac{3}{12} = \frac{A}{8} \text{ TL faiz getirir.}$$

Para, faiz ile birlikte,

$$A + \frac{A}{8} = 3600 \Rightarrow \frac{9A}{8} = 3600 \Rightarrow A = 3200 \text{ TL dir.}$$

Örnek Soru

2000 TL nin bir kısmı yıllık % 40 tan, diğer kısmı yıllık % 50 den 1 yıl faize yatırıldığında 880 TL faiz getirmiştir.

Bu paranın kaç TL si % 40 tan faize verilmiştir?

Çözüm

2000 TL nin x TL si % 40 tan, geri kalan (2000 - x) TL si % 50 den faize verilmiş olsun.

Toplam faiz 880 TL olduğundan,

$$x \cdot \frac{40}{100} \cdot 1 + (2000 - x) \cdot \frac{50}{100} \cdot 1 = 880$$
$$x = 1200 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek Soru

Yıllık enflasyonun %40 olduğu bir ülkede, yıllık faiz oranı %68 olan bir bankaya parasını bir yılığına yatıran bir kişinin, vade sonunda alım gücü yüzde kaç artmış olur?

A) 68 B) 46 C) 36 D) 20 E) 18

Çözüm

Yatırımcının parası 100 TL olsun. Enflasyon oranına göre bu para yıl sonunda $100\text{TL} + 100 \cdot \frac{40}{100} \text{ TL} = 140\text{TL}$

olursa yatırımcının alım gücü değişmez.

Para bankaya yatırıldığında

$$100\text{TL} + 100 \cdot \frac{68}{100} \text{ TL} = 168 \text{ TL olacaktır.}$$

$$168 \text{ TL} - 140 \text{ TL} = 28 \text{ TL}$$

$$\begin{array}{ccc} 140 \text{ TL de} & \searrow & 28 \text{ TL artış olursa} \\ 100 \text{ de} & \nearrow & x \text{ artış olur.} \end{array}$$

D.O.

x = 20 bulunur.

Yanıt D

1. Yıllık % 60 faize verilen 1200 TL, 4 ayda kaç TL faiz geliri getirir?

A) 200 B) 240 C) 300 D) 320 E) 480

2. Yıllık % 40 faiz oranıyla bankaya yatırılan bir miktar para 6 ay sonra faiziyle birlikte 900 TL oluyor.

Buna göre, faize yatırılan para kaç TL dir?

A) 200 B) 300 C) 600 D) 750 E) 800

3. Yıllık % 25 faiz oranı ile bankaya yatırılan bir miktar para, kaç ay sonra kendisi kadar faiz geliri getirir?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

4. Yıllık % 24 faiz veren bir bankaya yatırılan bir miktar para 2 ay sonra kendisinin yüzde kaç kadar faiz geliri getirir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. Bir bankaya yatırılan x TL, 8 ay sonra faizi ile birlikte $\frac{7x}{5}$ TL oluyor.

Buna göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 180

6. x TL nin % 80 den 3 yıllık faizi, yüzde kaçtan bankaya yatırılırsa 2 yıllık faizinden x TL daha fazla olur?

A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

7. Bir kişi parasının $\frac{1}{3}$ ünü % 50 den, kalanını % 70 ten bir yıllığına faize veriyor. Yıl sonunda 161500 TL faiz alıyor.

Bu kişinin faize verdiği para kaç TL dir?

A) 250000 B) 255000 C) 260000
D) 265000 E) 270000

8. Bir miktar para yıllık % 60 basit faiz oranı ile bankaya yatırılıyor. 4 ay sonra para faiziyle birlikte 330000 TL olarak çekiliyor.

Buna göre, bankaya yatırılan anapara kaç TL dir?

A) 200000 B) 225000 C) 250000
D) 275000 E) 300000

9. Yıllık enflasyonun % 80 olduğu bir ülkede, yıllık % 60 faiz oranı ile parasını 1 yılığına bankaya yatıran bir kişinin 1 yıl sonunda alım gücü yüzde kaç azalmıştır?

A) $\frac{100}{9}$ B) $\frac{110}{9}$ C) $\frac{40}{3}$
D) $\frac{130}{9}$ E) $\frac{140}{9}$

10. 500000 TL yıllık % 60 basit faiz oranı ile 2 yılığına bankaya yatırılıyor. Bu paranın faiz geliri üzerinden yıllık % 18 vergi alınıyor.

Bu durumda 2 yıl sonunda kaç TL net gelir elde edilir?

A) 492000 B) 384000 C) 312000
D) 261000 E) 216000

11. $(300000 + x)$ TL nin yıllık % 70 ten 6 ayda getirdiğı faiz geliri, x TL nin yıllık % 70 ten 9 ayda getirdiğı faiz gelirinden daha fazladır.

Buna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 900000 B) 800000 C) 700000
D) 600000 E) 500000

12. 250 TL nin bir kısmı yıllık faiz oranı % 30 olan bir bankaya, kalan kısmı da yıllık faiz oranı % 60 olan başka bir bankaya yatırılıyor.

1 yıl sonunda toplam 105 TL faiz geliri elde edildiğine göre, % 30 dan faize verilen para kaç TL dir?

A) 75 B) 100 C) 125 D) 150 E) 175

13. Bir kişi x lirasını % 80 den, y lirasını da % 70 ten bir yılığına bankaya yatırıyor.

Vade sonunda x lirasının getirdiğı faiz, y lirasının getirdiğı faizden $\frac{y}{30}$ lira daha az olduğuna göre $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{9}{10}$

14. Bir kişi 1 doların 1,55 TL olduğu bir dönemde 400 dolarını % 60 tan faize veriyor.

1 yıl sonra dolar 20 kuruş arttığına göre, bu kişi parasını TL olarak % 80 den 1 yılığına faize verseydi kâr – zarar durumu ne olurdu?

A) 4 TL kârlı olurdu.
B) 4 TL zararlı olurdu.
C) Ne kârlı ne de zararlı olurdu.
D) 16 TL kârlı olurdu.
E) 16 TL zararlı olurdu.

15. Bir miktar para x , y , z gibi üç parçaya ayrılarak sırasıyla yıllık % 48, % 60, % 30 faiz oranlarıyla bankaya yatırılıyor.

$x = 2y = 3z$ olduğuna göre, bu paranın tümü yüzde kaçtan bir yıllık faize verilseydi aynı faiz geliri elde edilirdi?

A) 30 B) 45 C) 48 D) 50 E) 60

16. Yıllık % x faiz oranıyla bankaya yatırılan bir miktar para 5 ay sonunda faiziyle birlikte $\frac{8x}{5}$ TL oluyor.

Buna göre, anaparanın x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{384 \cdot x}{240 + x}$ B) $\frac{384 \cdot x}{240 - x}$ C) $\frac{240 \cdot x}{384 - x}$
D) $\frac{240 \cdot x}{384 + x}$ E) $\frac{142 \cdot x}{140 + x}$

KARIŞIM PROBLEMLERİ

Bir tuzlu sudaki tuz oranı,

$$\text{Tuz oranı} = \frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karişim miktarı}}$$

bağıntısıyla bulunabilir.

İki veya daha fazla madde karıştırıldığında, karışımın tuz oranı,

$$\text{Tuz oranı} = \frac{\text{Tolam tuz miktarı}}{\text{Toplam karişim miktarı}}$$

bağıntısıyla bulunabilir.

Örnek Soru

% 40 ı tuz olan 200 kilogramlık tuz – su karişımı için;

- Karişimde kaç kg tuz vardır?
- Karişimde kaç kg su vardır?
- Karişime 200 kg saf su eklenirse karişımın ağırlıkça tuz oranı % kaç olur?
- Karişime 40 kg tuz eklenirse karişımın ağırlıkça tuz oranı % kaç olur?
- Karişime 100 kg saf su ve 100 kg tuz eklenirse karişımın ağırlıkça tuz oranı % kaç olur?
- Karişimden 60 kg su, 40 kg tuz alınırsa karişımın ağırlıkça tuz oranı % kaç olur?
- Karişime kaç kg saf su eklenirse karişımın ağırlıkça tuz oranı % 20 olur?
- Karişime kaç kg tuz eklenirse karişımın ağırlıkça tuz oranı % 60 olur?
- Karişimden kaç kg su buharlaştırılırsa karişımın ağırlıkça tuz oranı % 50 olur?

Çözüm

- $200 \cdot \frac{40}{100} = 80$ kg tuz vardır.
- Karişımın % 40 ı tuz ise %60 ı sudur.
 $200 \cdot \frac{60}{100} = 120$ kg su vardır.

$$\text{c) Tuz miktarı } 200 \cdot \frac{40}{100} = 80 \text{ kg}$$

$$\text{Su miktarı } 120 + 200 = 320 \text{ kg}$$

$$\text{Tuz oranı} = \frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karişim miktarı}} = \frac{80}{400} = \frac{20}{100} \rightarrow \%20 \text{ dir.}$$

$$\text{d) Tuz miktarı : } 80 \text{ kg} + 40 \text{ kg} = 120 \text{ kg}$$

$$\text{Su miktarı : } 120 \text{ kg}$$

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karişim miktarı}} = \frac{120}{240} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} \rightarrow \%50$$

$$\text{e) Tuz miktarı : } 80 \text{ kg} + 100 \text{ kg} = 180 \text{ kg}$$

$$\text{Su miktarı : } 120 \text{ kg} + 100 \text{ kg} = 220 \text{ kg}$$

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karişim miktarı}} = \frac{180}{400} = \frac{45}{100} \rightarrow \%45$$

$$\text{f) Tuz miktarı : } 80 \text{ kg} - 40 \text{ kg} = 40 \text{ kg}$$

$$\text{Su miktarı : } 120 \text{ kg} - 60 \text{ kg} = 60 \text{ kg}$$

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karişim miktarı}} = \frac{40}{100} \rightarrow \%40$$

$$\text{g) Tuz miktarı : } 80 \text{ kg}$$

$$\text{Su miktarı : } (120 + x) \text{ kg}$$

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karişim miktarı}} = \frac{80}{200 + x} \cdot 100 = 20$$

$$x = 200 \text{ kg}$$

$$\text{h) Tuz miktarı : } (80 + x) \text{ kg}$$

$$\text{Su miktarı : } 120 \text{ kg}$$

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karişim miktarı}} = \frac{80 + x}{200 + x} \cdot 100 = 60$$

$$x = 100 \text{ kg}$$

$$\text{i) Tuz miktarı : } 80 \text{ kg}$$

$$\text{Su miktarı : } (120 - x) \text{ kg}$$

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karişim miktarı}} = \frac{80}{200 - x} \cdot 100 = 50$$

$$x = 40 \text{ kg}$$

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

UYARI

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \% a \text{ lik} & + & \% c \text{ lik} \\ \hline b \text{ L} & & d \text{ L} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \% x \text{ lik} \\ \hline (b+d) \text{ L} \\ \hline \end{array}$$

1. karışım 2. karışım 3. karışım

$$b \cdot \frac{a}{100} + d \cdot \frac{c}{100} = (b+d) \cdot \frac{x}{100}$$

İki karışım karıştırıldığında 1. karışım miktarı ile yüzdeliği çarpılır, sonra ikinci karışımın miktarı ile yüzdeliği çarpılıp toplanır. Bu toplam yeni karışım miktarı ile yeni yüzdeliğinin çarpımına eşittir.

Örnek Soru

Ağırlıkça % 30 u tuz olan 200 litrelik tuz-su karışımı ile % 60 ı tuz olan 300 litrelik tuz-su karışımı karıştırılıyor.

Oluşan yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

Çözüm

Oluşan karışımın tuz oranı % x olsun.

$$200 \cdot \frac{30}{100} + 300 \cdot \frac{60}{100} = (200 + 300) \cdot \frac{x}{100}$$

$$60 + 180 = 5x$$

$$x = 48 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

A kg şeker, B kg un ile karıştırılıyor.

Bu karışımın ağırlıkça yüzde kaç şekerdir?

- A) $\frac{100}{A+B}$ B) $\frac{A \cdot B}{A+B}$ C) $\frac{100 \cdot B}{A+B}$
D) $\frac{100 \cdot A}{A+B}$ E) $\frac{A+B}{100}$

2001 – ÖSS

Çözüm

$$\text{Şeker yüzdesi} = \frac{\text{Şeker miktarı}}{\text{Karışım miktarı}} \cdot 100$$

$$= \frac{A}{A+B} \cdot 100 = \frac{100 \cdot A}{A+B} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

Ağırlıkça % 70 i şeker olan un-şeker karışımından x kg, % 45 i şeker olan başka bir un şeker karışımından ise y kg alınarak % 65 i şeker olan yeni bir karışım elde ediliyor.

Buna göre, x, y nin kaç katıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2000 – ÖSS

Çözüm

$$x \cdot \frac{70}{100} + y \cdot \frac{45}{100} = (x+y) \cdot \frac{65}{100}$$

$$70x + 45y = 65x + 65y$$

$$5x = 20y$$

$$x = 4y \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

A torbasındaki topların % 64 ü, B torbasındaki topların % 36 sı beyazdır.

Bu iki torbadaki topların tümünün % 48 i beyaz olduğuna göre, A torbasındaki top sayısının, B torbasındaki top sayısına oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

2003 – ÖSS

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Çözüm

A torbasında A tane, B torbasında B tane top olsun.

$$A \cdot \frac{64}{100} + B \cdot \frac{36}{100} = (A + B) \cdot \frac{48}{100}$$

$$64A + 36B = 48A + 48B$$

$$16A = 12B$$

$$\frac{A}{B} = \frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Ağırlıkça tuz oranı %30 olan 30 kg lık tuzlu su karışımına 10 kg tuz, 10 kg saf su katılıyor.

Buna göre, son durumda karışımın tuz oranı yüzde kaç olur?

- A) 28 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

Çözüm

Yeni karışımın ağırlıkça tuz oranı %x olsun.

$$30 \cdot \frac{30}{100} + 10 \cdot \frac{100}{100} + 10 \cdot \frac{0}{100} = (30 + 10 + 10) \cdot \frac{x}{100}$$

$$30 \cdot 30 + 10 \cdot 100 + 0 = 50 \cdot x$$

$$x = \frac{1900}{50} = 38 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

Ağırlıkça şeker oranı %20 olan 20 kg ağırlığındaki şekerli suyun kaç kilogramı buharlaştırılmalıdır ki şeker oranı % 25 olsun?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

20 kg lık şekerli suyun x kilogramı buharlaştırılsın.

$$20 \cdot \frac{20}{100} - x \cdot \frac{0}{100} = (20 - x) \cdot \frac{25}{100}$$

$$400 = 500 - 25x$$

$$25x = 100$$

$$x = 4 \text{ kg bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Ağırlıkça % 40 ı tuz olan 80 litre tuz-su karışımının $\frac{1}{4}$ ü alınarak, yerine alınan miktar kadar, % 30 luk tuz-su karışımı ekleniyor.

Oluşan yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

- A) 30 B) 32,5 C) 35 D) 37,5 E) 40

Çözüm

Yeni karışımın tuz oranı % t olsun.

Karışımın $\frac{1}{4}$ ü alınırsa geriye $\frac{3}{4}$ ü kalır.

Kalan kısmın ağırlığı $80 \cdot \frac{3}{4} = 60$ litredir.

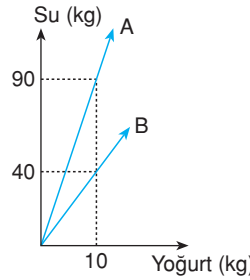
1. karışımın : % 40 ı tuz ve ağırlığı 60 litredir.

2. karışımın : % 30 u tuz ve ağırlığı 20 litredir.

$$60 \cdot \frac{40}{100} + 20 \cdot \frac{30}{100} = 80 \cdot \frac{t}{100} \Rightarrow t = 37,5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru



Yandaki grafik A ve B kaplarında bulunan ayranların yapımında kullanılan su ve yoğurt miktarlarını göstermektedir.

Buna göre, A kabındaki ayrandan 20 kg, B kabındaki ayrandan 30 kg alınarak yeni bir ayran oluşturulursa yeni ayranın yüzde kaçı yoğurt olur?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm

A daki ayranın yoğurt oranı $\frac{10}{90+10} \rightarrow \%10$

B deki ayranın yoğurt oranı $\frac{10}{40+10} \rightarrow \%20$

Yeni oluşan ayranın yoğurt yüzdesi % x olsun.

$$20 \cdot \frac{10}{100} + 30 \cdot \frac{20}{100} = 50 \cdot \frac{x}{100}$$

$$4 + 12 = x \Rightarrow x = 16 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

1. 1 kg şeker ile 4 kg sudan homojen bir karışım elde ediliyor.

Bu karışımın ağırlıkça şeker oranı yüzde kaçtır?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

2. Ağırlıkça tuz oranı % 7 olan 60 g tuzlu suya kaç g tuz ilave edilmelidir ki, yeni karışımın tuz oranı % 10 olsun?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. 30 litre alkol ile 100 litre su karıştırılarak homojen bir karışım elde ediliyor.

Bu karışımın 1 litresinde kaç litre alkol vardır?

A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{3}{13}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{1}{3}$

4. 30 °C lik 40 litre suyun % 60 ı ile 50 °C lik 50 litre suyun yüzde kaç karıştırılırsa karışımın sıcaklığı 38 °C olur?

A) 30 B) 32 C) 35 D) 38 E) 40

5. Litresi 5 TL olan 80 litre kolonyaya litresi 3,50 TL olan kolonyadan kaç litre karıştırılmalı ki son karışımın litresi 4,50 TL olsun?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

6. Ağırlıkça şeker oranı % 65 olan 120 g lık karışım, şeker oranı % 20 olan karışımından kaç g ilave edilmelidir ki yeni karışımın şeker oranı % 50 olsun?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

7. Ağırlıkça tuz oranı % 30 olan bir karışıma, karışımın % 20 si kadar su ilave ediliyor.

Oluşan yeni karışımın tuz oranı yüzde kaç olur?

A) 20 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

8. Ağırlıkça şeker oranı % 40 olan şekerli suyun $\frac{1}{10}$ u alınarak yerine aynı miktarda şeker oranı % 30 olan şekerli su ilave ediliyor.

Buna göre, yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

9. Tuz oranı % 20 olan 70 gramlık bir karışımdan kaç gram su buharlaştırılmalıdır ki karışımın tuz oranı % 25 olsun?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

10. A kabında tuz oranı % 10 olan 10 kg tuzlu su, B kabında ise tuz oranı % 20 olan 20 kg tuzlu su vardır. A kabındaki karışımın yarısı, B kabındaki karışımın % 25 i karıştırılarak yeni bir karışım elde ediliyor.

Bu durumda oluşan yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

11. Ağırlıkça % x lik 5x g tuzlu su ile % 9 luk x^2 g tuzlu su karıştırılıyor.

Yeni karışımın tuz oranı % 7 olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 5 C) 7 D) 9 E) 12

12. Ağırlıkça % 30 u şeker olan bir miktar şekerli suya, şeker miktarının % 20 si kadar su ekleniyor.

Bu durumda yeni karışımın ağırlıkça yüzde kaç şekerdir?

A) $\frac{1200}{53}$ B) $\frac{1400}{53}$ C) $\frac{1500}{53}$
D) $\frac{1600}{53}$ E) $\frac{1300}{53}$

13. Ağırlıkça tuz oranı % 9 olan 20 g tuzlu sudan, kaç g su buharlaştırılmalıdır ki tuz oranı % 10 olsun?

A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

14. A kabında 300 g alkol, B kabında 200 g su vardır. Bu kaplardan aynı anda, aynı miktarda sıvı alınarak A kabından alınan sıvı B kabına, B kabından alınan sıvı da A kabına konuluyor.

Bu durumda A ve B kaplarındaki alkol – su karışımlarının yüzde oranları eşit olduğuna göre her bir kaptan alınıp diğerine konulan sıvı kaç gramdır?

A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

15. Ağırlıkça tuz oranı % 20 olan 250 kiloluk tuz–su karışımında suyun % 20 si buharlaştırılıyor ve buharlaşan suyun % 75 i ağırlığında % $33,\bar{3}$ luk tuz–su ilave ediliyor.

Buna göre, yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

A) 20 B) 22 C) 23 D) 25 E) 27

16. a maddesi b sıvısında çözülebilen bir maddedir. A kabında x gr a maddesi, B kabında y gr b sıvısı vardır. $x < y < 2x$ olmak üzere, A kabından $y - x$ gr a maddesi, B kabından x gr b sıvısı alınarak karıştırılıyor.

Oluşan karışımda % 20 a maddesi olduğuna

göre $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

SAYISAL YETENEK PROBLEMLERİ

Sayı Dizileri

Sayı dizileri belli bir kurala göre dizilmiş sayılardan oluşur. Sorularda bu dizilerde atlanmış olan eksik sayının bulunması ya da bu dizinin kuralını bozan sayının bulunması istenir.

Sayı dizilerinin kuralı genelde dört işleme dayanır. Her dizinin oluşma kuralı birbirinden farklı ve sonsuz sayıda olduğundan sayı dizileri için bir kural veya yöntem söylemek mümkün değildir. Ancak aşağıda verilen genellemeler size dizilerin kurallarını bulmanızda yardımcı olacaktır.

Artan Diziler

Her terimi, kendinden önceki terimden büyük olan dizilerdir.

Bu dizilerde;

- Her terimi kendinden önceki sayıya belli bir sayı ekleyerek
- Kendinden önceki sayıyı belli bir sayı ile çarparak
- Kendinden önceki sayıyı belli bir sayı ile çarpıp belli bir sayıyı ekleyerek
- Kendinden önceki sayıyı belli bir sayı ile çarpıp belli bir sayıyı çıkararak

işlemlerinden herhangi biri dizinin kuralını bulmaya yardımcı olabilir.

Örnek Soru

5, 11, 23, 47, x, 191, ...

sayı dizisinde x kaç olmalıdır?

Çözüm

Dizideki her terim, kendinden önceki terim 2 ile çarpılıp 1 eklenerek elde edilmiştir.

Buna göre, $x = 2.47 + 1 = 95$ olmalıdır.

Örnek Soru

2, 5, 10, 17, 24, 37, 50, ...

sayı dizisinde kuralı bozan sayı kaçtır?

Çözüm

Verilen sayı dizisi ardışık sayma sayılarının karesinin 1 fazlası alınarak oluşturulmuştur.

O hâlde 5. sırada olan sayı 24 değil $5^2 + 1 = 26$ olmalıydı.

Azalan Diziler

Her terimi kendinden önceki terimden küçük olan dizilerdir.

Bu dizilerde kural;

- Her terim kendinden önceki terimden belli bir sayıyı çıkararak
- Kendinden önceki sayıyı belli bir sayıya bölerek
- Kendinden önceki sayıyı belli bir sayıya bölüp belli bir sayıyı ekleyip ya da çıkararak

işlemlerinden herhangi biri dizinin kuralını bulmaya yardımcı olabilir.

Örnek Soru

146, 145, 143, 140, 136, x, 125

dizisinde x kaç olmalıdır?

Çözüm

146, 145, 143, 140, 136, x, 125
 -1 -2 -3 -4 -5 -6

$x = 136 - 5 = 131$ olmalıdır.

Karmaşık Diziler

Terimleri inişli ve çıkışlı olan dizilerdir.

Bu dizilerde;

- çarpma – bölme
- çarpma – çıkarma
- toplama – çıkarma
- bölme – toplama

gibi farklı farklı kurallarla karşılaşılabılır.

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

400, 440, 220, 260, 130, x, 85

sayı dizisinde x yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

400, 440, 220, 260, 130, 170, 85
+40 ÷2 +40 ÷2 +40 ÷2

Yukarıda bulunan kurala göre, $x = 170$ olmalıdır.

İç İçe Girmiş Diziler

Bu dizilerde kuralları birbirinden farklı iki dizi iç içe girmiştir.

Örnek Soru

2, 9, 4, 25, 6, y, x, 81, 10, 121, ...

sayı dizisinde x ile y kaç olmalıdır?

Çözüm

Yukarıda verilen dizi

2, 4, 6, x, 10, ...

9, 25, y, 81, 121, ...

dizilerinin iç içe girmesiyle oluşmuştur.

İlk dizide ardışık çift doğal sayılar var olup $x = 8$ dir.

İkinci dizide ise 3 ten itibaren ardışık tek doğal sayıların karesi alınmıştır.

Bu durumda $y = 7^2 = 49$ olmalıdır.

Şekli Sayı Dizileri

Sayı dizileri bazı sorularda şekillerle desteklenebilir. Şekillerde sayılar arasındaki ilişki soldan sağa, sağdan sola, yukarıdan aşağıya, aşağıdan yukarıya ya da karşılıklı olarak farklı yollardan bulunabilir.

Örnek Soru

2	5	x	12
4	10	14	y

Yukarıda verilen tabloya göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

Çözüm

Tabloda 2. satır, 1. satırda bulunan sayıların 2 ile çarpılmasıyla oluşturulmuştur.

Bu durumda $x = \frac{14}{2} = 7$, $y = 12 \cdot 2 = 24$ bulunur.

$x + y = 7 + 24 = 31$ dir.

Şifreler

Şifreleme, bir harf, rakam ya da şeklin başka bir işaretle ifade edilmesidir. Şifrelemede en önemli şey şifrelenen herhangi bir harf veya şekle karşılık gelen şifrenin birebir olmasıdır. Örneğin; A harfi 3 ile şifrelenmişse tüm A lar 3 tür, tersine tüm 3 ler A dır.

Örnek Soru

ARMUT kelimesi 52346 sayısıyla şifrelenilecek olursa TARIK kelimesine karşılık gelen şifre aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 62598 B) 62517 C) 26519
D) 65279 E) 26579

Çözüm

ARMUT kelimesi 52346 ile denkleştirildiğinde

$A = 5$, $R = 2$, $M = 3$, $U = 4$, $T = 6$ dır.

TARIK kelimesinde bilinen rakamlar yerine yazıldığında TARIK kelimesinden 652 __ şifresi elde edilir.

Buna uyan şifre sadece D seçeneğinde vardır.

Yanıt D

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

KOŞU ↔ 1352

UŞAK ↔ 2541

TAŞI ↔ 7458

Yukarıda verilen üç kelimenin her harfi bir rakamla şifrelenmiştir.

Buna göre, TOKUŞ kelimesine ait şifre aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 71352 B) 73152 C) 72315
D) 71325 E) 73125

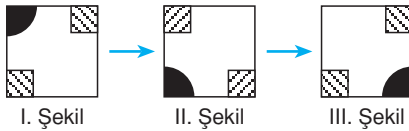
Çözüm

KOŞU	}	K ↔ 1	}	TOKUŞ
1 3 5 2		O ↔ 3		
		Ş ↔ 5		
		U ↔ 2		
UŞAK	A ↔ 4	7 3 1 2 5		
2 5 4 1				
TAŞI	T ↔ 7			
7 4 5 8	I ↔ 8			

Yanıt E

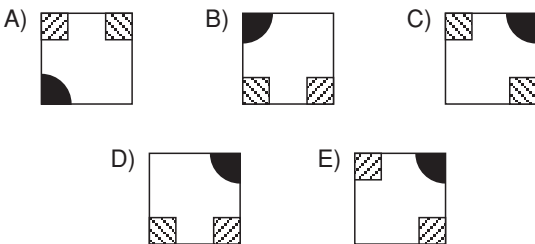
Tekrar Eden, Yansıyan ve Dönen Şekiller

Örnek Soru



Yukarıda verilen şekiller belli bir kurala göre dizilmiştir.

Buna göre, IV. şekil aşağıdakilerden hangisidir?

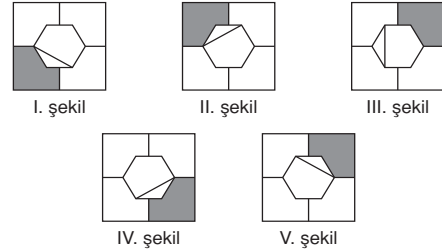


Çözüm

Kural: Çeyrek daire I. şekilden itibaren saat yönünün tersine sırayla ardışık köşelere gelmiştir. Bu durumda doğru cevap A ve B seçenekleri olamaz. Taralı kareler çeyrek çemberin her iki yanında olmalı. Bu durumda doğru cevap D seçeneği de değildir. C ile E seçeneklerinde çeyrek daireler doğru yerde ancak C seçeneğindeki karelerin taranma yönü, sorudaki karelerin taranma yönünden farklıdır.

Yanıt E

Örnek Soru



Yukarıda verilen şekillerden hangisi bir yönüyle diğerlerinden farklıdır?

- A) I. B) II. C) III. D) IV. E) V.

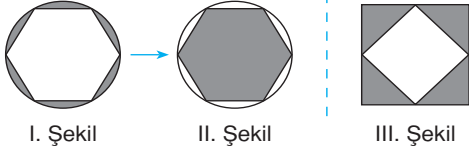
Çözüm

I, II, IV ve V. şekillerde karenin hangi köşesi taranmış ise altgenin de taranmış o köşeye bakan köşegeni çizilmiştir. Ancak III. şekilde altgenin çizilen köşegeni taranmış köşeye bakmamaktadır.

Yanıt C

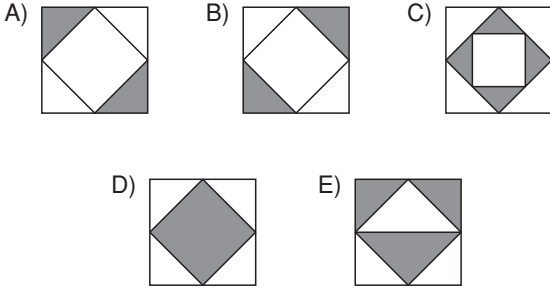
DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru



Yukarıda verilen I. Şekil ile II. Şekil arasında bir ilişki vardır.

Buna göre, aynı veya benzer bir ilişki III. şekil ile aşağıdaki şekillerden hangisi arasında vardır?

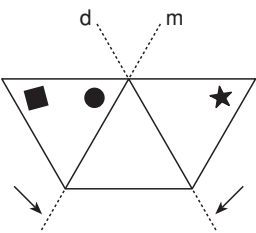


Çözüm

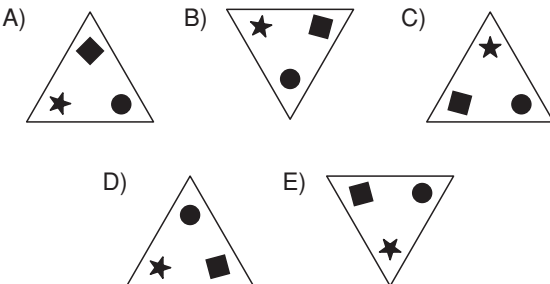
1. şekilde daire ile altıgen arasındaki kısım taranmış, 2. şekilde ise 1. şekildeki taralı kısım boş bırakılıp boş kısımlar taranmıştır. Benzer ilişki III. şekil ile D seçeneğindeki şekil arasındadır.

Yanıt D

Örnek Soru

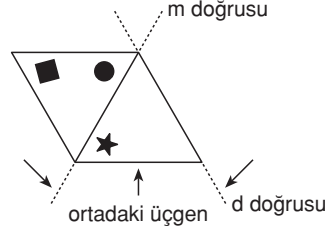


Yanda verilen saydam şekil önce d doğrusu etrafında ok yönünde, sonra da m doğrusu etrafında ok yönünde katlanırsa aşağıdaki şekillerden hangisi elde edilir?

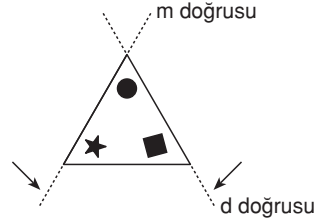


Çözüm

Önce d doğrusu ok yönünde katlanırsa ortadaki üçgen aşağıdaki gibi olur.



Sonra m doğrusu etrafında ok yönünde katlanırsa ortadaki üçgen aşağıdaki gibi olur.

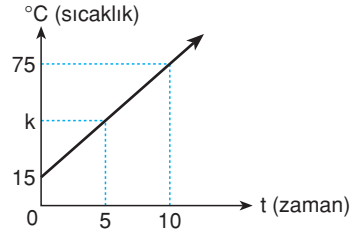


Yanıt D

Grafik Problemleri

Çizgi Grafikleri

Örnek Soru



Yukarıdaki grafik başlangıç sıcaklığı $t = 0$ iken 15°C olan sıvının sıcaklığının t zamanına bağlı olarak artışı göstermektedir.

Buna göre, $t = 5$ için sıvının sıcaklığı kaç $^\circ\text{C}$ dir?

- A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

Çözüm

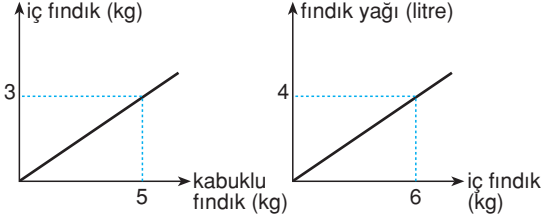
Sıvının sıcaklığı başlangıçta 15°C , $t = 10$ da 75°C olduğundan 10 dakikada artış $75^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C} = 60^\circ\text{C}$ olur. Sıvı sıcaklığında 10 dakikada 60°C lik artış olursa 5 dakikada 30°C lik artış olacaktır. Bu durumda 5. dakikada sıvı sıcaklığı $15^\circ\text{C} + 30^\circ\text{C} = 45^\circ\text{C}$ olur.

Yanıt C

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

Aşağıdaki doğrusal grafiklerden birincisinde kabuklu fındıktan elde edilen iç fındık miktarı, ikincisinde ise iç fındıktan elde edilen fındık yağı miktarı gösterilmiştir.



Buna göre, 5 kg kabuklu fındıktan kaç litre fındık yağı elde edilir?

- A) 2,5 B) 3 C) 2 D) 1,5 E) 1

2011-YGS

Çözüm

2. grafikte 6 kg fındık içinden 4 kg fındık yağı çıktığı görülüyor. Bu durumda 3 kg fındık içinden 2 kg fındık yağı çıkacaktır.

O hâlde 5 kg kabuklu fındıktan 3 kg fındık içi, 3 kg fındık içinden de 2 kg fındık yağı elde edilir.

Yanıt C

Çözüm

Armut ağaçlarına ait dilimin merkez açısı 150° , portakal ağaçlarına ait dilimin merkez açısı 70° dir.

$$150^\circ - 70^\circ = 80^\circ$$

80° lik fazlalık 24 ağaç sayısına eşittir.

Muz ağaçlarına ait dilimin merkez açısı 40° dir.

80° lik dilim $\times$ 24 ağacı gösteriyorsa
 40° lik dilim $\times$ x ağacı gösterir.

D.O

$$80.x = 24.40$$

$$x = 12 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

Beş öğrencinin aday olduğu sınıf başkanlığı seçiminde adayların oy sayıları olan A, B, C, D, E arasında

$$A = B = 2C = 3D = 6E$$

eşitliği vardır.

Seçim sonucu dairesel grafikte gösterildiğinde C tane oy alan adaya ait daire diliminin merkez açısı kaç derece olur?

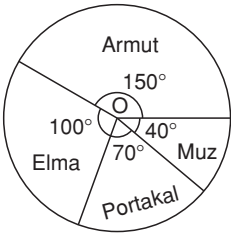
- A) 180 B) 60 C) 45 D) 90 E) 120

2011-YGS

Daire Grafikleri

Örnek Soru

Bir çiftçinin bahçesindeki meyve ağaçlarının sayısının dağılımı aşağıdaki O merkezli dairesel grafikte gösterilmiştir.



Bahçedeki armut ağaçlarının sayısı portakal ağaçlarının sayısından 24 fazla olduğuna göre, muz ağaçlarının sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm

$$A = B = 2C = 3D = 6E = k \text{ olsun.}$$

$$A = k, B = k, C = \frac{k}{2}, D = \frac{k}{3}, E = \frac{k}{6} \text{ olur.}$$

$$A + B + C + D + E = 360^\circ$$

$$k + k + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{6} = 360^\circ$$

$$\frac{12k + 3k + 2k + k}{6} = 360^\circ$$

$$3k = 360^\circ$$

$$k = 120^\circ$$

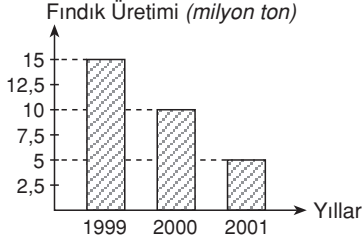
$$C = \frac{k}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \text{ olur.}$$

Yanıt B

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Sütun Grafikleri

Örnek Soru



Yandaki sütun grafiği Türkiye'deki fındık üretiminin yıllara göre dağılımını göstermektedir.

Grafikteki bu veriler bir daire grafiği ile gösterilecek olursa 2000 yılına ait dilimin merkez açısı kaç derece olur?

- A) 100 B) 110 C) 120 D) 140 E) 150

Çözüm

1999 yılında 15 milyon ton, 2000 yılında 10 milyon ton, 2001 yılında 5 milyon ton fındık üretilmiştir. Bahsedilen üç yılda toplam $15 + 10 + 5 = 30$ milyon ton fındık üretilmiştir.

30 milyon ton $\rightarrow 360^\circ$ ile gösterilirse
10 milyon ton $\rightarrow x^\circ$ ile gösterilir.

D.O

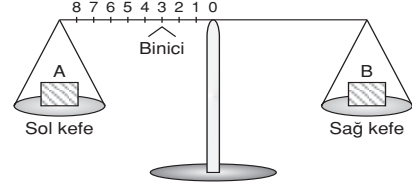
$$30.x = 10.360$$

$$x = \frac{10.360}{30} = 120^\circ \text{ olur.}$$

Yanıt C

Karma Örnekler

Örnek Soru



Yukarıdaki şekilde verilen eşit kollu terazi denge durumundadır. Binicinin her bir bölme kayması 2 grama karşılık gelmektedir.

Sağ kefedeki bulunan 10 gramlık B cismi alınıp yerine sol kefedeki A cismi konuluyor. Terazinin yine dengede kalabilmesi için aşağıdaki durumlardan hangisi gerçekleşmelidir?

Sol Kefe	Binicinin Bulunduğu Bölme
A) 3 gramlık cisim	2
B) 1 gramlık cisim	2
C) Boş	2
D) 1 gramlık cisim	3
E) 2 gramlık cisim	2

Çözüm

İlk durumda soldaki binici 3. bölmede ve her bölme 2 grama karşılık geldiğinden sol taraftaki toplam ağırlık $A + 6$ gramdır.

Terazi dengede olduğundan $A + 6 = 10 \Rightarrow A = 4$ gram olur. 2. durumda A cismi boş kalan sağ kefedeki duruma koyulduğunda sol tarafın da 4 gram olması için C seçeneğindeki durum sağlanmalıdır.

Yanıt C

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Örnek Soru

3 kattan oluşan bir turistik otelin her katında 5 oda olup her odada 4 turist konaklamaktadır.

- I. kattaki odalarda yalnız İngiliz turistler vardır.
- II. kattaki her odada ya 4 İngiliz turist ya da 4 Alman turist kalmaktadır. Ayrıca bu katta İngiliz turistlere ait en az bir oda, Alman turistlere ait en az bir oda vardır.
- III. kattaki odaların iki tanesinde 3 İngiliz, 1 Alman, diğer odalarda ise 2 İngiliz, 2 Alman turist vardır.
- II. kattaki Alman turist sayısı, III. kattaki İngiliz turist sayısına eşittir.

Buna göre, II. katta bulunan İngiliz turist sayısı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

Çözüm

I. katta $5 \cdot 4 = 20$ tane İngiliz turist vardır. II. katta ise en az 4 Alman, en az 4 İngiliz turist vardır. Bu katta geriye kalan 3 oda $4 - 4 - 4$ şeklinde dolacaktır.

III. katta $2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 12$ İngiliz, $2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 8$ Alman turist vardır. III. katta 12 tane İngiliz turist olduğuna göre, II. katta da 12 Alman turist olacaktır.

O hâlde II. kattaki 2 odada 8 İngiliz, diğer üç odada da 4 Alman turist vardır. Bu durumda II. katta $4 + 4 = 8$ İngiliz turist vardır.

Yanıt A

Örnek Soru

Bir fabrikada üretilen iş makinelerinin sayısı gün sonunda kayıt altına alınıyor. Tutulan kayıtlar o günle birlikte o günden önce üretilmiş olan iş makinelerinin toplam sayısıdır. Beş iş gününde tutulan kayıtlar aşağıda verilmiştir.

Pazartesi ve öncesi	:	20
Salı ve öncesi	:	x
Çarşamba ve öncesi	:	90
Perşembe ve öncesi	:	140
Cuma ve öncesi	:	y

Cuma ve öncesinde üretilen iş makinelerinin sayısı, salı ve öncesinde üretilenlerin dört katıdır. Ayrıca cuma günü üretilenlerin sayısı, salı günü üretilenlerin iki katıdır.

Buna göre, çarşamba günü üretilen iş makinelerinin sayısı kaçtır?

- A) 60 B) 40 C) 30 D) 45 E) 55

2011–YGS

Çözüm

Cuma ve öncesinde üretilen iş makineleri sayısı : y

Salı ve öncesinde üretilen iş makineleri sayısı : x

$$y = 4x \dots (1)$$

Cuma günü üretilen iş makinelerinin sayısı : y – 140

Salı günü üretilen iş makinelerinin sayısı : x – 20

$$y - 140 = 2(x - 20) \dots (2)$$

Çarşamba günü üretilen iş makinelerinin sayısı :

$$90 - x \dots (3)$$

(1) deki y değeri, (2) de yerine yazılırsa

$$y - 140 = 2(x - 20)$$

$$4x - 140 = 2x - 40$$

$$2x = 100 \Rightarrow x = 50 \text{ bulunur.}$$

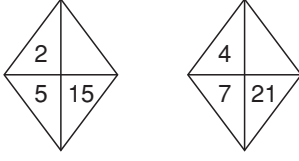
x = 50 değeri (3) te yerine yazılırsa $90 - 50 = 40$ bulunur.

Yanıt B

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

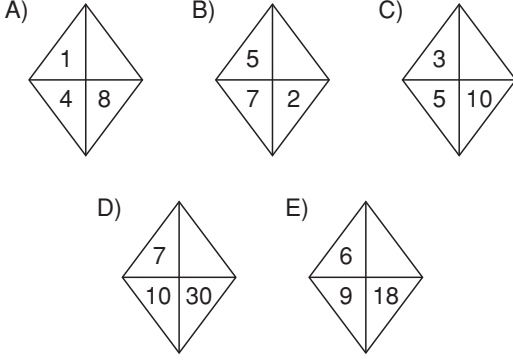
Bölüm Kazanım Testi – 22

1.



Yukarıda verilen iki şekilde de sayılar aynı kurala göre yerleştirilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki şekillerden hangisi aynı kurala göre oluşturulmuştur?



3. Bir parça telin ucundan önce $\frac{2}{9}$ u, sonra diğer ucundan da kalan kısmın $\frac{1}{7}$ si kesiliyor. Bu durumda telin orta noktası ilk durumundan 6 cm kayıyor.

Buna göre, telin kesilmelerden önceki ilk boyu kaç cm dir?

- A) 36 B) 72 C) 81 D) 108 E) 126

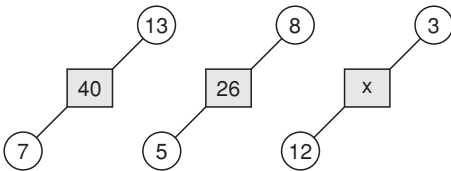
4. Ayşe, Ozan, Ali, Yiğit ve Efe'nin katıldığı bir bilgi yarışmasının sonucu için aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Ayşe, hem Ozan'dan hem de Efe'den fazla, Yiğit'ten de az puan alıyor.
- Ozan ile Ali aynı puanı alıyor.
- Ozan, Efe'den daha çok puan alıyor.

Buna göre, en az puan alan kimdir?

- A) Yiğit B) Ayşe C) Ozan
D) Ali E) Efe

2.



Yukarıdaki şekillerde sayılar belli bir kurala göre yerleştirilmiştir.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 36

5. $6 \heartsuit \rightarrow 216, 36, 180$
 $5 \heartsuit \rightarrow 125, 25, 100$
 $4 \heartsuit \rightarrow 64, 16, 48$
 $3 \heartsuit \rightarrow a, b, c$

Yukarıda verilenlere göre, a, b, c yerine sırasıyla aşağıdakilerden hangisi getirilmelidir?

- A) 27, 9, 18 B) 9, 27, 18
C) 9, 18, 27 D) 27, 9, 36
E) 18, 9, 27

Temel Matematik Konu Anlatımlı

6. a ile b tam sayı olmak üzere, a bir malın alış fiyatını, b ise aynı malın satış fiyatını göstermektedir. Bu iki malın satış fiyatı iki farklı bağıntıyla belirlenmiştir.

I. $b = (3a + 80)$ TL

II. $b = (5a + 20)$ TL

I. bağıntıyı kullanmak, II. bağıntıya göre daha kârlı olduğuna göre, II. bağıntıya göre satış fiyatı en çok kaç TL olabilir?

- A) 175 B) 170 C) 165 D) 160 E) 145

7. Ufuk, Tan ve Doğan isimli üç arkadaş bir haftada çözdükleri test sayıları ile ilgili olarak aşağıdaki bilgileri veriyor.

Doğan: Ufuk, Tan'dan 8 test daha fazla çözdü.

Tan : Ufuk, Doğan'dan 17 test daha az çözdü.

Ufuk : Üçümüz 1 haftada toplam 102 test çözdük.

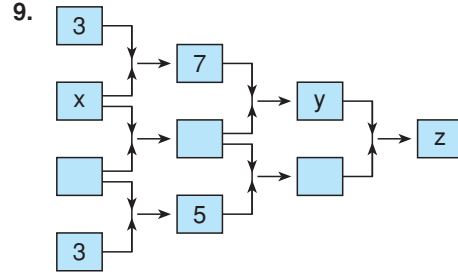
Bu bilgilere göre, en çok test çözen öğrenci kaç test çözmüştür?

- A) 31 B) 42 C) 44 D) 48 E) 52

8. Bir kum saatinin dolu olan kısmının tamamı 3 saatte boşalıyor. Bu kum saati üstü tamamen boş iken ters çevriliyor. Alt kısma kum akmaya başladıktan 30 dakika sonra tekrar ters çevriliyor. Bu konumda 10 dakika daha bekliyor.

Buna göre, kum saatinin ilk çevrildiği andan itibaren 40 dakika sonunda üst kısmında kalan kum miktarının, alt kısmında biriken kum miktarına oranı kaç olur?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{11}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{8}$



Yukarıdaki şemada ok yönündeki iki kutuda bulunan sayıların toplamı hemen sağında bulunan okun gösterdiği kutunun içine yazılıyor.

Şemadaki tüm kutuların içi bu kurala göre doldurulduğunda $x + y + z$ toplamı kaç olur?

- A) 41 B) 43 C) 47 D) 52 E) 54

10. Sayı tahmin etme oyunu oynayan iki arkadaştan Yağız defterine iki basamaklı bir doğal sayı yazıyor. Daha sonra bu sayı ile ilgili olarak aşağıdaki açıklamaları yapıyor.

- Basamakların yerleri değişirse sayı çift sayı oluyor.
- Rakamların toplamı bir basamaklı en büyük asal sayıya eşittir.
- Rakamları farkının karesinin 2 katı 10 ile tam bölünüyor.

Yağız yaptığı bu açıklamalardan sonra arkadaşları Yiğit'ten bu sayıyı tahmin etmesini istiyor.

Buna göre, Yiğit'in tahmin ettiği sayı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 25 B) 27 C) 43 D) 45 E) 61

1. n pozitif tam sayı olmak üzere,
- 11, 22, 33, 44, 55, ..., 110, ...
 - 6, 12, 18, 24, 30, ..., 60, ...
 - 15, 30, 45, 60, 75, ..., 150, ...

sayı dizileri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bu üç dizinin de ortak özelliğidir?

- Üç dizi de çift doğal sayılardan oluşmuştur.
- Üç dizi de üç basamaklı doğal sayılardan oluşmuştur.
- Üç dizi de 3 ile tam bölünebilen doğal sayılardan oluşmuştur.
- Üç dizi de ardışık terimleri arasındaki farkın birbirine eşit olduğu aritmetik dizidir.
- Üç dizi de 15 ile tam bölünebilen doğal sayılardan oluşmuştur.

3. Bir adam attığı 6 adımın herhangi ikisinde geri, diğer dördünde ileri adım atarak işe gidiyor. Bu adam her adımını 40 cm uzunluğunda atarak toplam 720 adım atmış oluyor.

Buna göre, adam 720 adım attıktan sonra başlangıçtan kaç metre uzaklaşmış olur?

- A) 88 B) 92 C) 96 D) 98,2 E) 104

Temel Matematik Konu Anlatımlı

2. Bir baba çocuklarına dağıtmak üzere ayırdığı bir miktar paranın $\frac{2}{7}$ sini Yağız'a, geriye kalanın $\frac{1}{3}$ ünü Yiğit'e, geriye kalanın tamamını da Zehra'ya veriyor.

Buna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- Yağız ile Yiğit'in aldığı toplam para, Zehra'nın aldığı paradan fazladır.
- Yiğit'in aldığı para, Zehra'nın aldığı paranın $\frac{1}{2}$ sine eşittir.
- En az para alan çocuk Yağız'dır.
- Yiğit tüm paranın $\frac{5}{21}$ ini almıştır.
- Zehra tüm paranın $\frac{10}{21}$ ini almıştır.

4. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

yukarıda verilen Fibonacci sayı dizisinin ilk 8 terimi görülmektedir.

Buna göre, bu dizinin 10. terimi, 12. teriminden kaç eksiktir?

- A) 21 B) 27 C) 34 D) 55 E) 89

5. Bir pozitif tam sayının karesi şeklinde yazılabilen sayılara "kareli sayı" denir.

Bu kareli sayılardan oluşan sayı dizisinin 8. elemanı kaçtır?

- A) 16 B) 25 C) 36 D) 49 E) 64

6. Beşgensel (pentagonal) sayılar dizisinin genel

terimi $\frac{n(3n-1)}{2}$ dir.

Buna göre, bu dizinin 7. terimi kaçtır?

- A) 36 B) 48 C) 70 D) 75 E) 82

7. Birbirinden farklı iki asal sayının çarpımı biçiminde yazılabilen doğal sayılara “yarı asal sayı” denir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yarı asal sayı değildir?

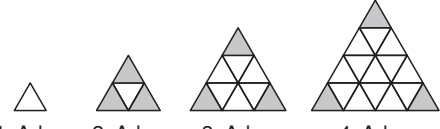
- A) 22 B) 39 C) 35 D) 45 E) 143

8. Ardışık terimleri arasındaki farkın sabit olduğu diziye aritmetik dizi denir. İlk terimi 5 ve ardışık terimleri arasındaki fark 2 olan aritmetik dizinin ilk 5 terimi 5, 7, 9, 11, 13, ... şeklindedir.

Buna göre, ilk terimi 10 ve ardışık terimleri arasındaki farkın 4 olduğu aritmetik dizinin 6. terimi ile 5. teriminin toplamı kaçtır?

- A) 32 B) 36 C) 40 D) 48 E) 56

- 9.



1. Adım 2. Adım 3. Adım 4. Adım ...

Yukarıda verilen şekil örüntüsünde 1. adımda 1 tane özdeş eşkenar üçgen, 2. adımda 4 tane özdeş eşkenar üçgen, 3. adımda 9 tane özdeş eşkenar üçgen, 4. adımda 16 tane özdeş eşkenar üçgen vardır. Aynı zamanda 2. adımdan itibaren en dıştaki en büyük üçgenlerin üç köşesindeki küçük eşkenar üçgenler boyanmıştır.

Bu örüntüye göre, 5. adımdaki şekilde boyanmamış olan özdeş eşkenar üçgen sayısı kaçtır?

- A) 28 B) 27 C) 25 D) 23 E) 22

10. Bir reel sayı ile belirlenen başka reel sayının art arda çarpılması (veya bölünmesi) ile elde edilen sayıların oluşturduğu sayı örüntüsüne “geometrik dizi” denir. Bir geometrik dizide art arda gelen iki terimin oranı ardışık çarpılan (veya bölünen) sayıdır. Bu sayıya da geometrik dizinin “ortak çarpanı” denir.

Buna göre, bir geometrik dizinin 7. terimi, 6. teriminin 3 katı ise ortak çarpanı kaçtır?

- A) 9 B) 6 C) 3 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{9}$

1. Yağız, evindeki oyun CD'lerini kendisinin geliştirdiği bir sayma sistemine göre sayıyor. Yağız bu sayma sisteminde her oyun CD sini A harfiyle, A lar 4 tane olduğunda B harfi ile, B ler 5 tane olduğunda bunları C harfi ile gösteriyor. Bu harfleri de sağdan sola doğru alfabetik sıraya göre yazıyor.

Yağız'ın 77 tane oyun CD si olduğuna göre, bu sayıyı gösteren harfler aşağıdakilerden hangisidir?

- A) CCCBBBBA B) CCB BBBAA
C) CCCBBBA D) CCCBBAA
E) CCCBAAA

2. 1 den, n ye kadar olan ardışık doğal sayıların toplamına eşit olan sayılara "üçgensel sayı" denir.

Örnek :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

21 üçgensel sayıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bir üçgensel sayı olamaz?

- A) 28 B) 45 C) 55 D) 78 E) 106

3. $k \in \mathbb{N}^+$, $b \neq 0$ olmak üzere, iki basamaklı rakamları farklı ab doğal sayısı,

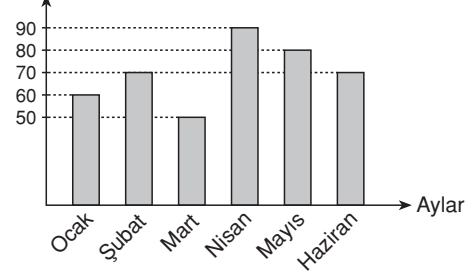
$$\frac{ab}{b} = k$$

koşulunu sağlıyorsa ab sayısına "karizmatik doğal sayı" denir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi karizmatik doğal sayı olamaz?

- A) 24 B) 32 C) 42 D) 85 E) 94

4. Enflasyon oranı (%)



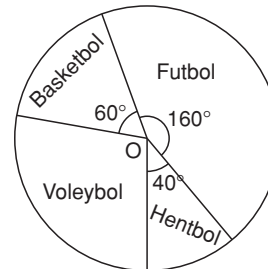
Yukarıdaki sütun grafiği A ülkesinin 2010 yılının ilk 6 ayına ait enflasyon oranlarını göstermektedir.

Bu grafiğe göre, 2010 yılı ilk 6 ayının aylık ortalama enflasyon oranı yüzde kaçtır?

- A) 60 B) 65 C) 68 D) 70 E) 72

Temel Matematik Konu Anlatımlı

- 5.



Yukarıdaki şekilde verilen O merkezli dairesel grafik Şarköy Lisesi 12. sınıfta okuyan tüm öğrencilerin ilgi duydukları sporların branşlara göre dağılımını göstermektedir.

12. sınıfta okuyan bu öğrencilerin 32 tanesi futbola ilgi duyduğuna göre, kaç tanesi voleybola ilgi duymaktadır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 26 E) 36

6.

I. Yarışmacı				
	II. Yarışmacı			
A		III. Yarışmacı		
B			IV. Yarışmacı	
400		250	150	V. Yarışmacı

Yukarıdaki tabloda satır ile sütunun kesiştiği yerdeki sayı, ilgili sütun ve satırda bulunan koşuculardan öndekinin arkadakinden kaç metre önde yarışı bitirdiğini göstermektedir.

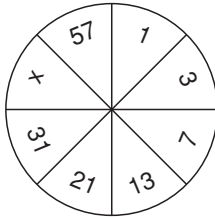
Örneğin 1. olan yarışmacının bulunduğu sütun ile V. olan yarışmacının bulunduğu satırın kesiştiği yerde 400 vardır.

Bu durumda 1. olan yarışmacı, yarışı V. olan yarışmacıdan 400 metre önde bitirmiştir.

Bu tabloya göre, A + B toplamı kaçtır?

- A) 250 B) 300 C) 325 D) 350 E) 400

7.



Yukarıdaki şekilde sayılar belli bir kurala göre yerleştirilmiştir.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 43 B) 44 C) 45 D) 46 E) 47

8.

1, 4, 10, 22, 46, x, 190

Yukarıdaki sayı dizisi belli bir kurala göre oluşturulmuştur.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 90 B) 92 C) 93 D) 94 E) 95

9.

YEL, BAL, YAB, BEK ve LAL

kelimelerine ait şifreler sıra gözetilmeksizin aşağıda verilmiştir.

623

345

321

641

121

Buna göre, YEL sözcüğüne ait şifre aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 641 B) 623 C) 345 D) 321 E) 121

10.

Bir bilet kuyruğunda Mustafa baştan on yedinci, Kemal son dan on beşinci sıradadır.

Mustafa ile Kemal arasında 5 kişi bulunduğuna göre, bu kuyrukta en az kaç kişi vardır?

- A) 37 B) 32 C) 28 D) 25 E) 22

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Ünite Kazanım Testi – 1

1. Hangi sayıdan % 60 ının % 20 si çıkarılırsa sonuç 22 ye eşit olur?

A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

2. x metre kumaşın % 25 i satılınca 36 metreden fazla, % 20 si satılınca 40 metreden az kumaş kalmaktadır.

Buna göre, kumaşın uzunluğunun metre cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 38 B) 49 C) 50 D) 55 E) 59

3. Sütün % 15 inden kaymak, kaymağın % 32 sinden tereyağı yapılmaktadır.

Buna göre, 625 kg sütten kaç kg tereyağı yapılabilir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

4. Bir öğrenci parasının % 60 ı ile kitap, % 15 i ile defter aldıktan sonra 15 TL si kaldığına göre, kitap defterden kaç TL daha pahalıdır?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

5. $\frac{1}{A} = \frac{1}{B} + \frac{1}{C}$ ifadesinde B ve C nin her ikisi de % 25 oranında artırılırsa A daki değişim için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) % 4 artar. B) % 20 artar.
C) % 22,5 azalır. D) % 25 artar.
E) % 30 artar.

6. Yaş sabun kuruyunca ağırlığının % 20 sini kaybediyor.

Bu durumda kilogramı x liraya alınan yaş sabundan kuru sabun elde edilince maliyet yüzde kaç artar?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 22 E) 25

7. % 25 kârla satılan bir mal 7 TL eksiğine satılırsa % 10 zarar ediliyor.

Buna göre, bu malın alış fiyatı kaç TL dir?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 25

8. Bir manav karpuzların % 40 ını satıyor. Kalanların 15 tanesi çürük çıktığı için atılıyor.

Son kalan karpuzlar tüm karpuzların % 30 u olduğuna göre, başlangıçta manavda kaç tane karpuz vardır?

A) 50 B) 90 C) 135 D) 150 E) 180

Temel Matematik Konu Anlatımı

9. Bir mala art arda % 40, % 20, % 10 zam yapıyor.

Bu mala yapılan toplam zam ilk fiyat üzerinden % kaçtır?

A) 70 B) 84,8 C) 85 D) 85,6 E) 90

10. 10 TL ye satılan bir mal art arda iki indirimden sonra 6,8 TL ye satılıyor.

İkinci indirim % 15 olduğuna göre, ilk indirim % kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 22 D) 25 E) 28

11. Bir miktar para $\frac{1}{4}$ oranında iki parçaya ayrılıyor.

Yüksek meblağ yıllık % 40 tan 15 ay, düşük meblağ yıllık % 30 dan 6 aylığına farklı bankalara faize verilerek toplam 989 TL faiz geliri elde ediliyor.

Buna göre, % 30 dan faize verilen para kaç TL dir?

A) 400 B) 460 C) 800 D) 900 E) 1800

12. A kabında 16 litre su, B kabında 8 litre alkol bulunmaktadır. A kabındaki suyun 12 litresi B kabına boşaltılıp karıştırıldıktan sonra 6 litresi tekrar A kabına boşaltılıyor.

Buna göre, A kabındaki karışımın ağırlıkça alkol oranı yüzde kaç olur?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

13. Ağırlıkça tuzluluk oranı % 15 olan 45 kg tuzlu suya kaç kg tuz katılmalıdır ki tuzluluk oranı % 25 olsun?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. Ağırlıkça % 30 u tuz olan tuzlu su ile ağırlıkça % 20 si tuz olan tuzlu suyun içindeki tuz miktarları eşittir.

Bu iki karışım karıştırıldığı zaman oluşan yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

15. Litresi x TL olan kolonyanın 3 litresi ile litresi x + 4 TL olan kolonyanın 9 litresi karıştırılıyor.

Karışımın litresi 2x – 5 TL ye geldiğine göre, x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

16. Kilogramı 1,5 TL lik 40 kilogram pirinç ile kilogramı 1,75 TL lik 60 kilogram pirinç karıştırılıyor.

Bu karışımın sonucunda oluşan pirincin kilogramı kaç TL ye satılırsa %10 kâr elde edilir?

A) 1,76 B) 1,775 C) 1,81 D) 1,815 E) 1,82

1. Hangi sayının % 12 si 0,96 dır?

- A) 8 B) 6 C) 0,8 D) 0,6 E) 0,12

2. Önce % 10, sonra yine % 10 indirim yerine geçecek tek indirim % kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 19 D) 18 E) 17

3. Bir lastik çekilip uzatıldığında boyu % 200 artıyor.

Çekilmiş hâldeki boyu 27 cm olan bu lastiğin çekilmeden önceki boyu kaç cm dir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

4. Bir okuldaki öğrencilerin % 12 si sarışın, sarışınların % 50 si mavi gözlüdür.

Sarışın ve mavi gözlü öğrenci sayısı 12 olduğuna göre, okul mevcudu kaç kişidir?

- A) 120 B) 140 C) 160 D) 180 E) 200

5. Ali parasının % 10 unu Bora'ya verirse Bora'nın parası % 50 oranında artıyor.

Başlangıçta Ali'nin parasının Bora'nın parasına oranı kaçtır?

- A) 2,5 B) 3 C) 3,5 D) 5 E) 6

6. Bir sınıftaki öğrencilerin % 60 ı nın 9 eksiği erkek öğrencidir.

Sınıftaki kız öğrencilerin sayısı 29 olduğuna göre, sınıf mevcudu kaç kişidir?

- A) 52 B) 50 C) 48 D) 47 E) 45

7. Bir karenin alanının % 44 artırılması için her bir kenarının yüzde kaç uzatılması gerekir?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 12 E) 10

8. Bir dairenin alanını % 21 artırmak için yarıçapını yüzde kaç uzatmak gerekir?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 8 E) 10

9. Bir şişenin ağırlığı boş iken x gram, % 25 i doluyken y gramdır.

Buna göre, şişenin dolu iken ağırlığı kaç gramdır?

- A) $4y - 3x$ B) $y - 3x$ C) $3y - 4x$
D) $2y - x$ E) $y - x$

10. % 30 indirimle 210 TL ye satılan bir elbisenin indirimli fiyatı kaç TL dir?

- A) 270 B) 280 C) 290 D) 300 E) 310

11. a TL ye mal edilen bir mal % 20 kârla b TL ye satılıyor.

a ile b arasında $a = b - 100$ bağıntısı olduğuna göre, satış fiyatı kaç TL dir?

- A) 350 B) 400 C) 450 D) 500 E) 600

12. Maliyeti x TL olan bir mala önce % 10 indirim yapılarak satış fiyatı belirleniyor. Sonra bu satış fiyatı üzerinden ikinci bir % 20 indirim yapılarak 144 TL ye satılıyor.

Buna göre, x kaç TL dir?

- A) 210 B) 200 C) 190 D) 180 E) 170

13. % 20 kârla satılması gereken bir mal % 5 zararla satılmıştır.

Bu iki satış arasında 45 TL fark olduğuna göre, malın maliyeti kaç TL dir?

- A) 140 B) 150 C) 160 D) 180 E) 190

14. % 15 kârla 345 TL ye satılan bir mal, % 15 indirimle satılsaydı satış fiyatı kaç TL olurdu?

- A) 240 B) 245 C) 250 D) 255 E) 260

15. Bir mağaza elindeki ürünlerin satış fiyatına %10 zam yapınca satışları %10 azalıyor.

Buna göre, mağazanın günlük cirosu ne şekilde kapanır?

- A) % 1 artışla B) % 1 azalışla
C) Değişmez. D) % 10 artışla
E) % 10 azalışla

16. Ali parasını % 20 den 4 yıllığına bankaya yatırıyor.

4 yıl sonra Ali nin parası yüzde kaç artacaktır?

- A) 25 B) 60 C) 80 D) 85 E) 90

17. Faize verilen 400 TL 1 yıl sonunda faiziyle birlikte 472 TL oluyor.

Buna göre, para yüzde kaçtan faize yatırılmıştır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

18. Yıllık % 40 tan faize verilen bir miktar para kaç ay

sonra kendisinin $\frac{1}{6}$ sı kadar faiz geliri getirir?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

11. ÜNİTE

MANTIK

KAZANIM

- ❖ Terimi, tanımlı ve tanımsız terimleri örneklerle açıklar.
- ❖ Önermeyi, önermenin doğruluk değerini, iki önermenin denkliliğini ve önermenin olumsuzunu açıklar.
- ❖ Bileşik önermeyi açıklar; ve, veya bağlaçları ile kurulan bileşik önermelerin özelliklerini belirtir ve De Morgan kurallarını doğruluk tablosu kullanarak gösterir.
- ❖ Koşullu önermeyi açıklar; koşullu önermenin karşıtını, tersini, karşıt tersini yazar ve doğruluk tablosu kullanarak denk olanları gösterir.
- ❖ İki yönlü koşullu önermeyi açıklar, iki yönlü koşullu önermeler ile koşullu önermeler arasındaki ilişkiyi belirtir.
- ❖ Bağlaçların özelliklerini kullanarak verilen bileşik önermelere denk basit önermeleri bulur.
- ❖ Totoloji ve çelişkiyi örneklerle açıklar.
- ❖ Açık önermeyi ve doğruluk kümesini açıklar.
- ❖ Her($\forall$) ve bazı ($\exists$) niceleyicilerini örneklerle açıklar. Bu niceleyicileri içeren önerme ve bileşik önermelerin olumsuzunu yazar.
- ❖ Tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar.
- ❖ Bir teoremin hipotezini ve hükmünü belirtir.

MANTIK

Mantık, “**Doğru ve sistemli düşünme kuralları bilgisidir.**” Bir konuyu tartışırken doğru kararlara ulaşmanın kurallarını bulmak mantık işidir.

Doğru bir akıl yürütme metodu, varsayımlar sonucu her yerde aynı sonuçları vermelidir.

Bir konu üzerinde tartışırken konu hakkında doğru ya da yanlış cümleler kurabiliriz. Bu cümlelerin kesin hüküm bildirip bildirmemeleri önemlidir.

Matematikte bütün sonuçlar kesindir. Bütün bilimlerin temelinde matematik vardır. Mantığın temelini de matematik oluşturmaktadır.

TERİM – TANIMLI – TANIMSIZ TERİMLER

Bir bilim dalına ait özel anlamı olan sözcüklere **terim** denir.

Denklem, üçgen, fonksiyon birer matematik terimi; bileşik bir kimya terimi; hücre bir biyoloji terimi; bağıl hız bir fizik terimi; cümle bir Türkçe terimidir.

Bir terimin anlamını belirleme işine o terimi “**tanımlama**” denir. Matematikte herhangi bir terim kendinden önce tanımlanmış olan terimlerden yararlanılarak tanımlanmışsa bu terime **tanımlı terim**, tanımlanması mümkün olmayan terimlere de **tanımsız terim** denir. Örneğin daire, çember, küp, element, vadi, dikkörtgen, koni tanımlı terim; nokta, uzay, düzlem, yanlış tanımsız terimlerdir.

ÖNERME

Doğru ya da yanlış kesin hüküm bildiren ifadelere “**önerme**” denir.

Önermeler kesin ifadelerdir. Örneğin “Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.” ifadesi kesin bir bilgi taşıdığı için bir önermedir. Fakat “Bu yemek çok güzeldir.” öznel bir bilgi taşıdığı için önerme değildir.

Önermelerin Gösterimi ve Doğruluk Değeri Tablosu

Önermeler genellikle $p, q, r, s, t, m, n, \dots$ gibi küçük harflerle gösterilir.

Bir önerme ya doğru ya da yanlış hüküm bildirir.

Bu duruma önermenin “**doğruluk değeri**” denir.

Eğer bir p önermesi doğru ise bu önermenin doğruluk değeri 1 dir. $p = 1$ ile ifade edilir.

Eğer bir q önermesi yanlış ise bu önermenin doğruluk değeri 0 dir. $q = 0$ ile ifade edilir.

p : “ $18 > 25$ ” önermesinin doğruluk değeri $p = 0$ dir.

q : “ $-3 < -1$ ” önermesinin doğruluk değeri $q = 1$ dir.

r : “ $4^2 < 3^2$ ” önermesinin doğruluk değeri $r = 0$ dir.

s : “0 bir rasyonel sayıdır.” önermesinin doğruluk değeri $s = 1$ dir.

t : “OBEB (4, 9) = 36 dır.” önermesinin doğruluk değeri $t = 0$ dir.

p: "Yaşamak ne güzel şey" ifadesi bir önerme olmadığından doğruluk değerinden söz edilemez.

İki ve üç önermenin doğruluk değerlerinin tablo ile gösterimi aşağıdaki gibidir.

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

p	q	r
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

Tablolardan görüleceği gibi; iki önermenin doğruluk değerleri karşılıklı 4 tane, üç önermenin doğruluk değerleri karşılıklı 8 tanedir.

UYARI

n tane önermenin karşılıklı doğruluk değerleri sayısı en çok 2^n tanedir.

Örnek Soru

Karşılıklı farklı doğruluk değerleri sayısı en çok 256 olan önermelerin sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$2^n = 256 \Rightarrow 2^n = 2^8$$

$$n = 8 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

Aşağıdaki ifadelerden hangisi bir önermedir?

- A) Bugün ne pişirsem acaba?
 B) Ali sınıfın en çalışkan öğrencisidir.
 C) Buraya gel!
 D) Dünya'nın uydusu Ay'dır.
 E) Nerede o eski bayramlar!

Çözüm

Emir, istek, soru, ünlem bildiren ifadeler önerme değildir.

"Dünya'nın uydusu Ay'dır." cümlesi kesin hüküm bildirmektedir.

Yanıt D

BİLEŞİK ÖNERMELER

Herhangi iki (veya daha çok) önermenin "ve", "veya", "ise", "ancak ve ancak" gibi bağlaçlarla birbirine bağlanarak elde edildiği yeni önermelere "**bileşik önerme**" denir.

Bağlaç	Sembol
veya	$\vee$
ve	$\wedge$
ise	$\Rightarrow$
ancak ve ancak	$\Leftrightarrow$

p : 23 bir asal sayıdır.

q : Çift sayılar daima 4 ile tam bölünür.

önermeleri için;

p veya q,

p $\vee$ q: 23 bir asal sayıdır veya çift sayılar daima 4 ile tam bölünür.

p ve q,

p $\wedge$ q: 23 bir asal sayıdır ve çift sayılar daima 4 ile tam bölünür.

p ise q,

p $\Rightarrow$ q: 23 bir asal sayı ise çift sayılar daima 4 ile tam bölünür.

p ancak ve ancak q,

p $\Leftrightarrow$ q: 23 bir asal sayıdır ancak ve ancak çift sayılar daima 4 ile tam bölünür.

şeklinde ifade edilebilir.

Bileşik Önermelerin Doğruluk Değerleri

p ile q iki önerme olsun.

p ile q önermelerinden en az biri doğru ise "p veya q" ($p \vee q$) bileşik önermesi doğru, her ikisi de yanlışken yanlıştır.

p ile q önermelerinin ikisi de doğru ise "p ve q" ($p \wedge q$) bileşik önermesi doğru, en az biri yanlışken yanlıştır.

$$p : (-3)^3 = 27$$

$$q : (-2^0) = -1$$

Önermelerinden p yanlış, q doğru önermedir. En az biri doğru olduğu için $p \vee q$ bileşik önermesi doğrudur. Fakat $p \wedge q$ önermesi, iki önerme de doğru olmadığı için yanlıştır.

p : 2 asal sayıdır.

q : Türkiye'nin en kalabalık şehri İstanbul'dur.

Önermelerinin ikisi de doğru olduğu için, $p \vee q$ ile $p \wedge q$ bileşik önermelerinin ikisi de doğrudur.

$p \vee q$ ve $p \wedge q$ bileşik önermelerinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$
1	1	1	1
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	0

Bir Önermenin Olumsuzu (Değili)

Bir önermenin hükmünün tersi (olumsuzu) alınarak elde edilen yeni önermeye bu önermenin **değili** denir.

p önermesinin olumsuzu p^1 ile gösterilir. p önermesi doğru ise p^1 önermesi yanlış, p önermesi yanlış ise p^1 önermesi doğrudur.

p : "2 en küçük asal sayıdır." önermesinin olumsuzu

p^1 : "2 en küçük asal sayı değildir."

biçimindedir.

$p \equiv 1$ ve $p^1 \equiv 0$ dir.

p ve p^1 önermelerinin karşılıklı durumu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

p	p^1
1	0
0	1

Örnek Soru

$$[(0 \vee 1) \vee (1 \wedge 0)]^1 \wedge [(0 \wedge 0)^1 \vee 1]$$

bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} & [(0 \vee 1) \vee (1 \wedge 0)]^1 \wedge [(0 \wedge 0)^1 \vee 1] \\ &= [(0 \vee 1)^1 \wedge (1 \wedge 0)^1] \wedge [(0 \wedge 0)^1 \vee 1] \\ &= [(1)^1 \wedge (0)^1] \wedge [(0)^1 \vee 1] \\ &= (0 \wedge 1) \wedge (1 \vee 1) \\ &= 0 \wedge 1 \\ &= 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Denk (Eşdeğer) Önermeler

Doğruluk değerleri aynı olan önermelere **denk önermeler** denir. p ve q önermeleri denk önerme ise $p = q$, denk değilse $p \neq q$ biçiminde gösterilir.

Özellikler

- $p \vee p = p$ (Tek kuvvet özelliği)
 $p \wedge p = p$
- $p \vee q = q \vee p$ (Değişme özelliği)
 $p \wedge q = q \wedge p$
- $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ (Birleşme özelliği)
 $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ($\vee$ nin $\wedge$ üzerine dağılma özelliği)
- $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ ($\wedge$ nin $\vee$ üzerine dağılma özelliği)

De Morgan Kuralları

p ve q iki önerme olmak üzere,

$$(p \vee q)^1 = p^1 \wedge q^1$$

$$(p \wedge q)^1 = p^1 \vee q^1$$

kurallarıdır.

p	q	p^1	q^1	$p \vee q$	$(p \vee q)^1$	$p^1 \wedge q^1$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1

Tablodan görüldüğü gibi $(p \vee q)^1 = p^1 \wedge q^1$ dir.

p	q	p'	q'	p∧q	(p∧q)'	p'∨q'
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Tablodan görüldüğü gibi $(p \wedge q)' = p' \vee q'$ dir.

Önemli Kurallar

1. $p \vee 1 = 1$
2. $p \wedge 1 = p$
3. $p \vee 0 = p$
4. $p \wedge 0 = 0$
5. $p \vee p' = 1$
6. $p \wedge p' = 0$
7. $p \vee (p \wedge q) = p$
8. $p \wedge (p \vee q) = p$

Örnek Soru

$$(p' \wedge r)' \vee (p \wedge r')$$

önermesinin sadeleştirilmiş biçimini bulunuz.

Çözüm

$$(p' \wedge r)' \vee (p \wedge r') = (p \vee r') \vee (p' \vee r) \\ = p \vee r' \vee p' \vee r = (p \vee p') \vee (r \vee r') = 1 \vee 1 = 1 \text{ olur.}$$

Örnek Soru

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee q')] \vee p'$$

bileşik önermesinin en sade halini bulunuz.

Örnek Soru

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee q')] \vee p' = [p \vee (q \wedge q')] \vee p' = (p \vee 0) \vee p' \\ = p \vee p' = 1$$

p, q ve r önermeleri için,

$$(p' \vee q) \vee r' = 0$$

olduğuna göre, $(p \vee q) \wedge r$ bileşik önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \wedge r$ B) $q \wedge r$ C) r' D) p' E) q'

Çözüm

$(p' \vee q) \vee r' = 0$ ise $r' = 0$ ve $p' \vee q = 0$ olmalıdır.

$r' = 0$ ise $r = 1$ dir.

$p' \vee q = 0$ ise

$q = 0$ ve $p' = 0$ ise $p = 1$ dir.

$p = 1$, $q = 0$ ve $r = 1$ değerleri $(p \vee q) \wedge r$ bileşik önermesinde yerine yazılırsa;

$(p \vee q) \wedge r = (1 \vee 0) \wedge 1 = 1 \wedge 1 = 1$ olur.

Seçenekler tek tek incelendiğinde;

A) $p' \wedge r = 0 \wedge 1 = 0$ B) $q \wedge r = 0 \wedge 1 = 0$ C) $r' = 0$

D) $p' = 0$ E) $q' = 1$

olduğu görülür.

Yanıt E

Totoloji ve Çelişki

Bir bileşik önerme, doğruluk değerlerinin tümü için doğru oluyorsa bu önermeye **totoloji**, yanlış oluyorsa **çelişki** denir.

Örnek Soru

$$[(q' \vee p) \vee (q \vee p')] \vee (q \vee q')$$

bileşik önermesinin totoloji ya da çelişki olma durumunu araştırınız.

Çözüm

$$[(q' \vee p) \vee (q \vee p')] \vee (q \vee q') \\ = [\underbrace{(q' \vee p) \vee (q \vee p')}_{t}] \vee 1 = t \vee 1 \\ = 1 \text{ olur ki bu bir totolojidir.}$$

Örnek Soru

$$[(p' \wedge r)' \vee (p \wedge r)] \wedge (r \wedge r')$$

bileşik önermesinin totoloji ya da çelişki olma durumunu araştırınız.

Çözüm

$$[\underbrace{(p' \wedge r)' \vee (p \wedge r)}_{t}] \wedge \underbrace{(r \wedge r')}_{0} = t \wedge 0 = t \wedge 0 = 0$$

Olur ki bu bir çelişkidir.

Koşullu Önerme

p ve q önermelerinin “ise” bağlacı ile bağlanması sonucu elde edilen “ p ise q ” bileşik önermesine **koşullu önerme** denir.

$p \Rightarrow q$ biçiminde gösterilir.

Koşullu Önermenin Doğruluk Tablosu

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Özellikler

- $p \Rightarrow p = 1$
- $0 \Rightarrow p = 1$
- $p \Rightarrow 0 = p'$
- $1 \Rightarrow p = p$
- $p \Rightarrow p' = p'$
- $p \Rightarrow 1 = 1$

UYARI

$$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q \text{ dur.}$$

Örnek Soru

$$r' \Rightarrow (p \vee r')$$

bileşik önermesinin totoloji olduğunu gösteriniz.

Çözüm

$$\begin{aligned}
 r' \Rightarrow (p \vee r') &= (r')' \vee (p \vee r') \\
 &= r \vee (p \vee r') \\
 &= (r \vee r') \vee p \\
 &= 1 \vee p \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Örnek Soru

$$(p \Rightarrow q')'$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p \vee q$ B) $p \vee q'$ C) $p \wedge q'$ D) $p \wedge q$ E) $p' \wedge q$

Çözüm

$$\begin{aligned}
 (p \Rightarrow q')' &= (p' \vee q')' \\
 &= p \wedge q
 \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$p \vee (q \Rightarrow p)$$

önermesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned}
 [p \vee (q \Rightarrow p)]' &= [p \vee (q' \vee p)]' \\
 &= p' \wedge (q' \vee p)' \\
 &= p' \wedge (q \wedge p') \\
 &= (p' \wedge p') \wedge q \\
 &= p' \wedge q
 \end{aligned}$$

Koşullu Önermenin Karşıtı

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı $q \Rightarrow p$ dir.

“Bir doğal sayının rakamlarının toplamı 3 ün tam katı ise sayı 3 ile tam bölünür.” koşullu önermesinin karşıtı:

“Bir sayı 3 ile tam bölünüyorsa rakamlarının toplamı 3 ün tam katıdır.” olur.

Koşullu Önermenin Tersı

$p \Rightarrow q$ önermesinin tersı $p' \Rightarrow q'$ dir.

$$p : 17 = 12$$

$$q : \frac{21}{3} = 7$$

olsun.

$$p \Rightarrow q : “17 = 12 \text{ ise } \frac{21}{3} = 7 \text{ dir.}”$$

önermenin tersı:

$$p' \Rightarrow q' : “17 \neq 12 \text{ ise } \frac{21}{3} \neq 7 \text{ dir.}”$$

şeklindedir.

Koşullu Önermenin Karşıt – Tersi

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt–tersi $q' \Rightarrow p'$ dır.

p : “Üçgenin iç açılarından birinin ölçüsü 90° dir.”

q : “Üçgen dik üçgendir.”

$p \Rightarrow q$: Üçgenin iç açılarından birinin ölçüsü 90° ise üçgen dik üçgendir.

önermesinin karşıt – tersi:

$q' \Rightarrow p'$: Üçgen dik üçgen değil ise üçgenin iç açılarından birinin ölçüsü 90° değildir.

şeklindedir.

UYARI

Bir koşullu önermenin karşıt – tersi kendisine eşdeğerdir.

Örnek Soru

p, q ve r önermelerinin değilleri sırasıyla p', q', r' ile gösterildiğine göre, aşağıdakilerden hangisi

$$p \vee q \Rightarrow q \wedge r$$

önermesine denktir?

- A) $p' \wedge q' \Rightarrow q' \vee r'$ B) $p' \wedge q' \Rightarrow q' \wedge r'$
C) $p' \vee q' \Rightarrow q' \wedge r'$ D) $q' \wedge r' \Rightarrow p' \vee q'$
E) $q' \vee r' \Rightarrow p' \wedge q'$

2010 – YGS

Çözüm

Bir koşullu önermenin doğruluk değeri ile karşıt tersinin doğruluk değeri daima birbirine denktir.

$$p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$$

$$p \vee q \Rightarrow q \wedge r \equiv (q \wedge r)' \Rightarrow (p \vee q)'$$

$$\equiv q' \vee r' \Rightarrow p' \wedge q' \text{ olur.}$$

Yanıt E

İki Yönlü Koşullu Önerme

$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ bileşik önermesine **iki yönlü koşullu önerme** denir.

Kısaca $p \Leftrightarrow q$ biçiminde gösterilir, “p ancak ve ancak q” olarak okunur.

$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ dir.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

Özellikler

1. $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$ (Değişme özelliği)
2. $(p \Leftrightarrow q)' \equiv p' \Leftrightarrow q'$
3. $p \Leftrightarrow p \equiv 1$
4. $p \Leftrightarrow p' \equiv 0$
5. $p \Leftrightarrow 1 \equiv p$
6. $p \Leftrightarrow 0 \equiv p'$

Gerektilme ve Çift Gerektilme

Doğruluk değeri 1 olan koşullu önermeye **gerektilme** denir.

$$p \Rightarrow q \equiv 1 \text{ ise } p \Rightarrow q$$

koşullu önermesi bir gerektilmedir.

Doğruluk değeri 1 olan iki yönlü koşullu önermeye **çift gerektilme** denir.

$p \Leftrightarrow q \equiv 1$ ise $p \Leftrightarrow q$ önermesi çift gerektilmedir.

$x = 5 \Leftrightarrow x^3 = 125$ iki yönlü koşullu önermesinde

$$\equiv [x = 5 \Rightarrow x^3 = 125] \wedge [x^3 = 125 \Rightarrow x = 5]$$

$$\equiv 1 \wedge 1$$

$$\equiv 1$$

olduğundan bu önerme çift gerektilmedir.

Örnek Soru

$$p : a = 0$$

$$q : a + b = 0$$

$$r : a.b = 0$$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki koşullu önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $r \Rightarrow p$ B) $p \Rightarrow r$ C) $q \Rightarrow p$
D) $p \Rightarrow q$ E) $q \Rightarrow r$

2011–YGS

Çözüm

Seçenekler tek tek incelenip değerlendirilmelidir.

- A) $a.b = 0$ ise $a = 0$ olmayabilir.
- B) $a = 0$ ise $a.b = 0$ daima doğrudur.
- C) $a + b = 0$ ise $a = 0$ olmayabilir.
- D) $a = 0$ ise $a + b = 0$ olmayabilir.
- E) $a + b = 0$ ise $a.b = 0$ olmayabilir.

Yanıt B

AÇIK ÖNERMELER

İçinde değişken bulunan ve bu değişkene belli değerler verildiğinde doğru ya da yanlış bir ifade elde edilen önermelerdir.

- ▶ $p(x)$: “ x tek sayıdır.” önermesinde x değişkendir. x yerine 2, 4, 6, ..., vs. sayılarından biri yazıldığında birer yanlış önerme, x yerine 1, 3, 5, ..., vs. sayılardan biri yazıldığında birer doğru önerme elde edilir.

- ▶ $q(x)$: “ $x: x^2 < 9, x \in \mathbb{Z}$ ” önermesinde x değişkendir. x yerine -2, 0, 2 sayılarından biri yazıldığında birer doğru önerme, x yerine 3, 4, 5, ..., vs. sayılarından biri yazıldığında birer yanlış önerme elde edilir.

- ▶ Tam sayılar kümesinde $p(x)$: “ $3x^2 + 5x - 2 = 0$ ” açık önermesinin doğruluk kümesi;

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$(3x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ veya } x = -2 \text{ dir.}$$

$$\frac{1}{3} \notin \mathbb{Z} \text{ olduğundan doğruluk kümesi } D = \{-2\} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$p(x) : “x^2 + x - 2 < 0”$$

açık önermesi aşağıdakilerden hangisi için doğru önermedir?

- A) $p(-3)$ B) $p(-5)$ C) $p(0)$ D) $p(2)$ E) $p(3)$

Çözüm

$$A) p(-3) = (-3)^2 - 3 - 2 < 0$$

$$9 - 5 < 0$$

$$4 < 0 \text{ (yanlış)}$$

$$B) p(-5) = (-5)^2 - 5 - 2 < 0$$

$$25 - 7 < 0$$

$$18 < 0 \text{ (yanlış)}$$

$$C) p(0) = 0^2 + 0 - 2 < 0$$

$$-2 < 0 \text{ (doğru)}$$

$$D) p(2) = 2^2 + 2 - 2 < 0$$

$$6 - 2 < 0$$

$$4 < 0 \text{ (yanlış)}$$

$$E) p(3) = 3^2 + 3 - 2 < 0$$

$$12 - 2 < 0$$

$$10 < 0 \text{ (yanlış)}$$

Yanıt C

NİCELEYİCİLER

Bağlaçlarla elde edilen bileşik önermeler yanında önermelerin içerisinde “bazı” ve “her” sözcükleri de kullanılabilir.

“Bazı” (en az bir) ile ifade edilen niceleyiciye **varlık bildiren niceleyici** denir. $\exists$ ile gösterilir.

“Her” ile ifade edilen niceleyiciye **evrensel niceleyici** denir. $\forall$ ile gösterilir.

$$(\exists) \text{ nın olumsuzu : } (\exists)^I = \forall$$

$$(\forall) \text{ in olumsuzu : } (\forall)^I = \exists \text{ dir.}$$

- ▶ $p(x) : 3x + 7 > 4, x \in \mathbb{N}$ açık önermesi için

$$p^I(x) : 3x + 7 \leq 4, x \in \mathbb{N} \text{ olur.}$$

- ▶ “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 \leq 0$ ” önermesinin olumsuzu ve olumsuzunun doğruluk değeri aşağıdaki gibidir.

$$(\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 \leq 0)^I = (\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 > 0)$$

olup doğruluk değeri 1 dir.

- ▶ r : “Her gün kar yağar.”

$$r^I : “Bazı günler kar yağmaz.”$$

AKSIYOM – TEOREM VE İSPAT

Aksiyyom

Doğruluğu ispatlanamayan ve ispatına gerek duyulmayan ancak doğru kabul edilen önermelere **aksiyom** denir.

“Doğrusal olmayan üç noktadan bir düzlem geçer.” bir aksiyyomdur.

Teorem

Doğruluğunun ispatlanması gereken önermelere **teorem** denir.

“Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.”

Bir teorem hipotez ve hükümden oluşur.

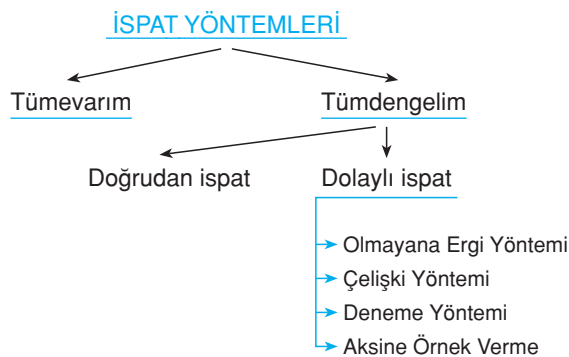
$p \Rightarrow q$ önermesinde p ye **hipotez**, q ya **hüküm** denir.

“x bir tek sayı ise x^2 tek sayıdır.” önermesinde,

“x bir tek sayıdır” hipotez, “ x^2 tek sayıdır.” hükümdür.

İspat

Bir teoremin hipotezinin doğruluk değeri 1 iken hükümün doğru olduğunu gösterme işine ispat denir.



MANTIK NİYE ÖĞRENİLMELİ?

Öğrenciler o yılın ders programlarında yeni bir ders olduğunu fark ederler. Dersin adı mantıktır. Derse de yaşlıca bir profesör girecektir. Nihayet ilk ders başlar. Çocuklardan biri söz hakkı isteyerek:

– Sayın profesör, mantık bize ne öğretir? Lütfen her şeyden önce bunu anlatır mısınız? Profesör kendisine merak ve şüpheyle bakan talebelerine:

– “Mantık dersinin insanların düşüncesine yaptığı etkiyi açıklamak biraz güçtür. Onun için bunu sizlere bir örnekle açıklamak istiyorum.” dedi.

– Farzedin ki maden ocağından iki insan çıkıyor. Birisinin üzeri tertemiz, diğerinki kömür karası içinde. Bunlardan hangisinin yıkanması lazımdır?



Öğrenciler hiç tereddüt etmeden:

– “Elbette kirlisi!” diye cevap verirler.

Profesör tebessüm ederek:

– “İşte evlatlarım” der, mantık bu soruya cevap vermeden önce şunu sorar: “Nasıl olur da bir maden ocağından çıkan iki kişiden birinin üzeri tertemiz iken diğerinki kirliliyor?”

1. I. Nokta
II. Düzlem
III. Rakam
IV. Üslü sayı
V. Uzay

Yukarıda verilen terimlerden kaç tanesi tanım-sız terimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. I. Bir hafta 5 gündür.
II. Bu ev çok güzelmiş.
III. Afiyet olsun!
IV. İsmet İnönü Türkiye Cumhuriyeti'nin 2. cumhurbaşkanıdır.
V. Ankara Marmara Bölgesi'ndedir.

Yukarıda verilen ifadelerden kaç tanesi önermedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. p : "En küçük doğal sayı 1 dir."
q : "60 sayısının birbirinden farklı 3 tane asal çarpanı vardır."
r : " $(-2)^3 > 8$ "
t : "Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir."
önergeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki denliklerden hangisi doğrudur?

- A) $p = q$ B) $p^I = r$ C) $r^I = t$
D) $q^I = t$ E) $p = t^I$

4. Aşağıda verilen önermelerden hangisinin doğruluk değeri diğerlerinden farklıdır?

- A) İki basamaklı en küçük tam sayı -10 dur.
B) $2^0 \neq 100^0$
C) 91 bir asal sayıdır.
D) $0! + 1! = 1!$
E) $3 + 12 < (-2)^4$

5. p : "Küp üç boyutlu bir cisimdir."
q : "İstanbul Türkiye'nin başkentidir."
r : "Bir çift doğal sayının tüm doğal sayı kuvvetleri yine bir çift doğal sayıdır."
önergeleri veriliyor.

Buna göre, p, q ve r' önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 0, 0 B) 0, 0, 0 C) 0, 1, 0
D) 1, 0, 1 E) 1, 1, 0

6. Aşağıdakilerin hangisinde ilk verilen önermenin değili (olumsuzu) yanlış verilmiştir?

- A) p : "Bir hafta 7 gündür."
 p^I : "Bir hafta 7 gün değildir."
B) q : "Asal sayılar tektir."
 q^I : "Asal sayılar tek değildir."
C) r : $\left(\frac{1}{2}\right)^{21} > \left(\frac{1}{2}\right)^{12}$
 r^I : $\left(\frac{1}{2}\right)^{21} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{12}$
D) t : "Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir."
 t^I : "Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir."
E) s : "En küçük rakam sıfırdır."
 s^I : "En küçük rakam sıfır değildir."

7.

p	q	$p' \wedge q$	$p \Leftrightarrow q'$
1	1	a	b
1	0	0	1
0	1	1	c
0	0	0	0

Yukarıdaki tabloda p ve q önermeleri için, $p' \wedge q$ ile $p \Leftrightarrow q'$ bileşik önermelerine ait doğruluk değerleri verilmiştir.

Bu tabloya göre, a, b, c yerine sırasıyla aşağıdakilerden hangisi gelmelidir?

- A) 0, 0, 0 B) 0, 1, 0 C) 0, 0, 1
D) 1, 0, 0 E) 1, 0, 1

8. p, q ve r önermeleri için oluşturulan,

$$p' \vee r' \Rightarrow q' \wedge r$$

bileşik önermesine denk olan önerme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \wedge r \Rightarrow q \vee r$ B) $p \wedge r \Rightarrow q' \wedge r$
C) $q' \wedge r \Rightarrow p' \vee r'$ D) $p' \vee r' \Rightarrow q \vee r'$
E) $q \vee r' \Rightarrow p \wedge r$

9. $(p \Rightarrow q')' \vee q'$

önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \wedge q'$ B) $p \vee q'$ C) $p' \vee q$
D) $p' \wedge q$ E) $p \vee q$

10. $[(q' \vee r) \vee (p \vee q)] \wedge q$

önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \vee q$ B) q' C) $r \vee q$ D) $r \wedge p$ E) q

11. $p \Rightarrow q' \equiv 0$
 $q \Leftrightarrow r \equiv 1$

olduğuna göre, p, q, r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 0, 1 B) 1, 1, 1 C) 1, 0, 0
D) 1, 1, 0 E) 0, 1, 0

12. $p(x) : "x^2 < 32, x \in \mathbb{Z}"$

açık önermesinin doğruluk kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 5 B) 6 C) 9 D) 11 E) 12

13. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow 5 > (-2)^2$

koşullu önermesinin karşıt-tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \neq \frac{9}{4} \Rightarrow 5 > (-2)^2$

B) $5 > (-2)^2 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{9}{4}$

C) $5 \leq (-2)^2 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 \neq \frac{9}{4}$

D) $5 < (-2)^2 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 \neq \frac{9}{4}$

E) $5 > (-2)^2 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 \neq \frac{9}{4}$

1. $n - 1$ tane önerme için en çok 64 farklı durum varsa $n + 1$ tane önerme için kaç farklı durum vardır?

A) 32 B) 64 C) 128 D) 256 E) 512

2. I. $p \vee 0 = p^I$
 II. $1 \Rightarrow p = 1$
 III. $1 \Rightarrow q = q$
 IV. $0 \Rightarrow p = 1$
 V. $p \Rightarrow p = p$

Yukarıda verilen ifadelerden kaç tanesi daima doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. I. $p \Rightarrow 0$
 II. $(p \wedge q)^I \vee q$
 III. $(p \wedge q) \wedge (p^I \vee q^I)$

Yukarıda verilen önermelerden hangileri toto-lojidir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

4. I. $q \vee (p \vee p^I)$
 II. $p \wedge (p \wedge p^I)$
 III. $0 \wedge q^I$
 IV. $1 \wedge (p \vee p^I)$

Yukarıda verilen önermelerden hangileri çeliş-kidir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
 D) II ve III E) II, III ve IV

5. $(q^I \Leftrightarrow q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow 0)$

bileşik önermesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) r B) $r^I \vee q$ C) 1 D) 0 E) $q \vee r$

6. I. $p \Rightarrow 0$
 II. $p \Rightarrow p$
 III. $0 \Rightarrow p$
 IV. $p \Rightarrow 1$
 V. $1 \Rightarrow p$

Yukarıda verilen koşullu önermelerden kaç tanesi gerektirmez?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $p \Leftrightarrow r$

önermesi bir çift gerektirme olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle bir totoloji-dir?

A) $p^I \wedge r$ B) $p \Rightarrow r^I$ C) $p \vee r^I$
 D) $p \wedge r^I$ E) $r \Rightarrow p^I$

8. p yanlış ve $q^I \vee r$ yanlış bir önerme olduğuna göre, $p \vee (q \wedge r^I)$ bileşik önermesinin doğruluk değeri aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değerine denktir?

A) $p \vee r$ B) $p \wedge r$ C) $q \Rightarrow r$
 D) $r^I \Rightarrow p$ E) $r \Leftrightarrow p$

9. $p(x, y) : "3x^2 + 2xy \leq 21, x, y \in \mathbb{Z}"$
Yukarıdaki $p(x, y)$ açık önermesi aşağıda verilen hangi (x, y) ikilisi için doğrudur?

A) (2, 5) B) (4, 3) C) (3, -2)
D) (-5, 2) E) (-7, 3)

10. I. $|x| \geq x \Rightarrow x < 0$
II. $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = 3 \wedge x = -3$
III. $x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \wedge y = 0$
IV. $(x - 5)(y + 8) = 0 \Rightarrow y = -8$
V. $x \cdot y = 0 \Rightarrow y = 0$

Yukarıda verilen önermelerden kaç tanesi gerektirmez?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. " $x = 12$ ve $y = 3 \Rightarrow x \cdot y = 36$ " koşullu önermesinde " $x \cdot y = 36$ " önermesine koşullu önermenin denir.

Yukarıda verilen açıklamaya göre, boş bırakılan yere aşağıdakilerden hangisi yazılmalıdır?

A) teoremi B) aksiyomu C) hipotezi
D) hükmü E) ispatı

12. Doğruluğunun gösterilmesi zorunlu olan önermelere denir.

Yukarıda verilen açıklamada boş bırakılan yere aşağıdakilerden hangisi yazılmalıdır?

A) çelişki B) ispat C) aksiyom
D) teorem E) gerektirme

13. "Bazı rasyonel sayılar aynı zamanda tam sayıdır."

önermesinin **değili (olumsuzu)** aşağıdakilerden hangisidir?

A) Bazı rasyonel sayılar aynı zamanda tam sayı değildir.
B) Bazı tam sayılar aynı zamanda rasyonel sayıdır.
C) Her rasyonel sayı aynı zamanda tam sayı değildir.
D) Her rasyonel sayı aynı zamanda tam sayıdır.
E) Bazı tam sayılar aynı zamanda rasyonel sayı değildir.

14. $(\forall x \in \mathbb{N}, 3x - 5 > 0) \vee (\exists x \in \mathbb{Z}, x + 5 \leq 7)$

bileşik önermesinin değili (olumsuzu) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\exists x \in \mathbb{N}, 3x - 5 \leq 0) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, x + 5 > 7)$
B) $(\exists x \in \mathbb{N}, 3x - 5 > 0) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, x + 5 \leq 7)$
C) $(\exists x \in \mathbb{N}, 3x - 5 \leq 0) \vee (\forall x \in \mathbb{Z}, x + 5 > 7)$
D) $(\forall x \in \mathbb{N}, 3x - 5 \leq 0) \wedge (\exists x \in \mathbb{Z}, x + 5 > 7)$
E) $(\exists x \in \mathbb{N}, 3x - 5 < 0) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, x + 5 \geq 7)$

15. $p : "Yağız ders çalıştı."$
 $q : "Yağız çalışkandır."$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi $p \Rightarrow q$ önermesine denktir?

A) Yağız ders çalışmadı ise Yağız çalışkandır.
B) Yağız ders çalışmadı ise Yağız çalışkan değildir.
C) Yağız çalışkan ise Yağız ders çalışmadı.
D) Yağız ders çalışmadı veya Yağız çalışkandır.
E) Yağız ders çalışmadı ve Yağız çalışkandır.

12.ÜNİTE

KÜMELER

KAZANIM

- ❖ Kümeleri liste, Venn şeması ve ortak özellik yöntemleri ile gösterir.
- ❖ Sonlu, sonsuz ve boş kümeyi örneklerle açıklar.
- ❖ Bir kümenin tüm alt kümelerinin sayısını ve belirli sayıda eleman içeren alt kümelerinin sayısını hesaplar.
- ❖ İki kümenin denkliliğini ve eşitliğini belirtir.
- ❖ Sonlu sayıdaki kümelerin birleşim ve kesişim işlemlerinin özelliklerini gösterir.
- ❖ İki veya üç kümenin birleşiminin eleman sayısını belirler.
- ❖ Evrensel kümeyi ve bir kümenin tümleyenini açıklar, tümlleme işleminin özelliklerini ve De Morgan kurallarını gösterir.
- ❖ İki kümenin farkını açıklar, fark işleminin özelliklerini gösterir.
- ❖ Kümelerdeki işlemleri kullanarak problemler çözer.

KÜME

Küme matematiğin tanımsız terimlerindenidir. Genellikle birbirinden farklı nesneler topluluğu küme olarak açıklanır. Bir ifadenin küme olabilmesi için, elemanlarının belli olması gerekir.

Örneğin, "sınıftaki bazı öğrenciler" küme belirtmez. Çünkü bazı öğrencilerin kimi kastettiği belli değildir.

Kümeler, genellikle büyük harfler kullanılarak gösterilir. A, B, C ... gibi.

Eğer A kümesinde bir m elemanı varsa $m \in A$ biçiminde yazılır ve "**m elemanıdır A**" diye okunur. Eğer A kümesinde bir m elemanı yoksa, $m \notin A$ biçiminde yazılır ve "**m elemanı değildir A**" diye okunur.

KÜMELERLE İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR

Kümelerin Gösterilişi

Bir küme üç farklı şekilde gösterilebilir.

Liste Yöntemi

Kümeye ait elemanların, "**{ }**" sembolünün içinde, birbirinden virgül ile ayrılarak gösterilmesidir. Çift rakamların kümesi A olsun. Buna göre, $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ dir.

Ortak Özellik Yöntemi

Eğer kümeye ait tüm elemanların ortak özelliği varsa, küme bu ortak özelliği yardımıyla ifade edilebilir.

11 ile 63 arasında bulunan ve 5 ile tam bölünen doğal sayıların kümesi A olsun. A kümesi ortak özellik yöntemi ile

$A = \{x \mid 11 < x < 63 \text{ ve } x = 5k, k \in \mathbb{N}\}$ biçiminde gösterilir.

Örnek Soru

$$A = \{x \mid 21 < x \leq 203, x = 7n, n \in \mathbb{N}\}$$

olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

Çözüm

A kümesi liste biçiminde yazıldığında

$$A = \{28, 35, \dots, 203\} \text{ kümesi elde edilir.}$$

$$s(A) = \frac{203 - 28}{7} + 1 = 25 + 1 = 26 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$$A = \{x \mid |x + 1| < 2 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$$

kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$|x + 1| < 2 \Rightarrow -2 < x + 1 < 2$$

$$-2 - 1 < x < 2 - 1$$

$$-3 < x < 1$$

Bu aralıktaki tam sayılar,

$-2, -1, 0$ olduğundan $s(A) = 3$ bulunur.

Yanıt C

Venn Şeması

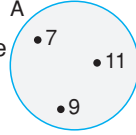
Bir kümeye ait elemanların, yanlarına nokta konularak, kapalı bir bölge (çember, üçgen, dikdörtgen, kare, elips ...) içine yazılarak gösterilmesidir.

6 ile 12 arasındaki tek tam sayılar kümesinin Venn şeması ile gösterimi aşağıdaki gibidir.

6 ile 12 arasındaki tek tam sayılar, 7, 9, 11 dir.

Bu küme A kümesi olsun.

A kümesinin Venn şeması ile gösterimi yandaki gibidir.



Sonlu ve Sonsuz Kümeler, Boş Küme

Eleman Sayısı

Bir kümenin eleman sayısı $s(A)$ veya $n(A)$ biçiminde gösterilir.

$A=\{a,1,5,3,b,k\} \Rightarrow s(A)=n(A)=6$ dır.

UYARI

a_1 : İlk terim
 a_n : Son terim
 r : Artış miktarı olmak üzere,
 $A = \{a_1, a_1+r, a_1+2r, \dots, a_n\}$
 şeklindeki bir kümenin eleman sayısı

$$s(A) = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$$
 bağlantısıyla bulunabilir.

Örnek Soru

$$A = \{x \mid x = 3n, 14 < x < 85, n \in \mathbb{N}^+\}$$

kümesinin eleman sayısını bulunuz.

Çözüm

$A = \{15, 18, 21, \dots, 84\}$ $a_1 = 15$, $a_n = 84$ ve $r = 3$ tür.

$$s(A) = \frac{84-15}{3} + 1$$

$$= 24 \text{ bulunur.}$$

Sonlu Küme

Eleman sayısı bir doğal sayı ile ifade edilebilen kümeler **sonlu küme** denir.

$$A = \{\text{okulumuzdaki matematik öğretmenleri}\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$C = \{x \mid |x| < 2, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümeleri birer sonlu kümedir.

Sonsuz Küme

Eleman sayısı bir doğal sayı ile ifade edilemeyen kümelere **sonsuz küme** denir.

Doğal sayılar kümesi, tam sayılar kümesi, birer sonsuz kümedir.

$$A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$$

bir sonsuz kümedir.

Boş Küme

Hiç elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. Boş küme $\{\}$ veya $\emptyset$ sembolleriyle gösterilir. Boş kümenin eleman sayısı sıfırdır.

UYARI

$\{\emptyset\}$ gösterimi elemanı boş küme olan bir elemanlı bir kümeyi gösterir. Boş küme değildir.

$\{\{\}$ ifadesi de boş küme değildir.

Örnek Soru

$$A = \{x \mid x^2 + 3 = 0, x \in \mathbb{R}\}$$

kümesinin eleman sayısını bulunuz.

Çözüm

$$x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -3$$

Karesi -3 olan bir reel sayı yoktur.

Bu kümeye ait bir x elemanı bulunamayacağından

$$A = \emptyset \text{ dir.}$$

Bu durumda $s(A) = 0$ olur.

Kümelerin Eşitliği

A ile B kümesi aynı elemanlardan oluşuyorsa, “**A ile B kümeleri eşittir**” denir ve $A = B$ biçiminde gösterilir.

“**A kümesi eşittir B kümesi**” diye okunur.

$$A = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{x \mid x < 4 \text{ ve } x \in \mathbb{N}\}$$

kümelerinin eşit olup olmadığını araştıralım.

$$A = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{0, 1, 2, 3\}$$

O hâlde, A ile B kümeleri aynı elemanlardan oluşur, $A = B$ dir.

Kümelerin Denklığı

A ile B kümelerinin eleman sayıları eşitse, A ile B kümeleri denktir. $A = B$ biçiminde yazılır. “**A kümesi denktir B kümesi**” diye okunur.

$$A = \{1, a, \star\}$$

$$B = \{x, 4, 5\}$$

her iki kümenin de eleman sayısı 3 olduğundan, A ve B kümeleri birbirine denktir.

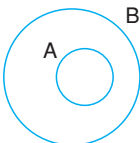
UYARI

Eşit kümeler birbirine denktir, ancak denk kümeler eşit olmayabilir.

Alt Küme

A kümesinin bütün elemanları B kümesinde de varsa, A kümesi B kümesinin alt kümesidir. $A \subset B$ biçiminde yazılır ve “**A alt kümedir B**” diye okunur. Ya da $B \supset A$ biçiminde yazılır ve “**B kapsar A**” diye okunur.

$A \subset B$ ise,

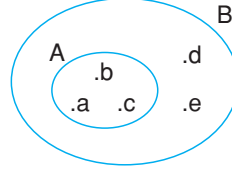


biçiminde gösterilir.

$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{a, b, c, d, e\} \text{ kümeleri verilsin.}$$

A kümesinin bütün elemanları B kümesinin içinde olduğundan A kümesi B kümesinin alt kümesidir. Venn şeması ile gösterimi aşağıdaki gibidir.

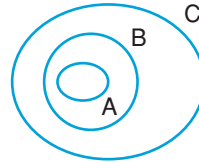


$A = \{1, 2, 3\}$ kümesinin tüm alt kümeleri aşağıda belirtilmiştir.

$$\begin{aligned} \emptyset \quad \{1\} \quad \{2\} \quad \{3\} \quad \{1, 2\} \quad \{1, 3\} \quad \{2, 3\} \quad \{1, 2, 3\} \end{aligned}$$

Alt Kümenin Özellikleri

- Her küme kendisinin alt kümesidir.
 $A \subset A$
- Boş küme bütün kümelerin alt kümesidir.
 $\emptyset \subset A$
- $A \subset B$ ve $B \subset C$ ise $A \subset C$ dir.



- $A \subset B$ ve $B \subset A \Leftrightarrow A = B$ dir.
- n elemanlı bir A kümesinin alt küme sayısı:
 $2^{s(A)} = 2^n$ dir.
- n elemanlı bir A kümesinin r elemanlı alt küme sayısı: $C(n, r)$ dir. ($n \geq r$)

$$C(n, r) = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

UYARI

Boş kümenin bir tane alt kümesi vardır.
Alt küme sayısı $= 2^n = 2^0 = 1$ bulunur.

Örnek Soru

Alt küme sayıları toplamı 68 olan iki kümenin eleman sayıları toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

Kümeler A ve B olsun.

Alt küme sayıları toplamı 68 olduğundan,

$$2^{s(A)} + 2^{s(B)} = 68$$

$$2^{s(A)} + 2^{s(B)} = 4 + 64$$

$$2^{s(A)} = 4, \quad 2^{s(B)} = 64 \quad \text{veya} \quad 2^{s(A)} = 64, \quad 2^{s(B)} = 4$$

$$s(A) = 2, \quad s(B) = 6 \quad \text{veya} \quad s(A) = 6, \quad s(B) = 2$$

$$s(A) + s(B) = 2 + 6 = 6 + 2 = 8 \text{ dir.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaçında “3” bulunmaz?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Çözüm

Alt kümelerde “3” bulunmadığına göre, “3” elemanı atılırsa, “3” elemanı haricindeki elemanların alt küme sayısı, $2^n = 2^4 = 16$ dir.

Yanıt B

Örnek Soru

$$A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaçında sesli harf bulunmaz?

- A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

Çözüm

A, 7 elemanlı bir kümedir. Kümedeki sesli harf olan a ve e dışında kalan elemanların kümesi 5 elemanlı $\{b, c, d, f, g\}$ kümesi olup alt küme sayısı,

$$2^n = 2^5 = 32 \text{ dir.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaçında “2” bulunur?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

Çözüm

“2” ile birlikte $\{1, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümelerinin her birinin yazılmasıyla A kümesinin “2” yi içeren alt kümeleri elde edilebileceğinden A kümesinin “2” yi içeren alt küme sayısı,

$$2^5 = 32 \text{ dir.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaçında a bulunur, e bulunmaz?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

Çözüm

A kümesinin içinde a bulunan, e bulunmayan alt kümeleri arandığına göre a ile birlikte $\{b, c, d\}$ nin alt kümeleri yazılmalıdır. $\{b, c, d\}$ nin $2^3 = 8$ tane alt kümesi olduğundan A kümesinin a yı içerip e yi içermeyen 8 tane alt kümesi vardır.

Yanıt A

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaçında 2 ve 4 birlikte bulunur?

- A) 6 B) 8 C) 16 D) 24 E) 32

Çözüm

2 ve 4 ile birlikte $\{1, 3, 5\}$ kümesinin alt kümeleri yazılabileceğinden A kümesinin 2 ve 4 ü bulunduran alt küme sayısı $2^3 = 8$ tanedir.

Yanıt B

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaçında 1 veya 2 bulunur?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 48 E) 60

Çözüm

Bütün alt kümeleri sayısından 1 ve 2 nin her ikisinin de bulunmadığı alt kümeleri sayısı çıkartıldığında, geriye 1 veya 2 nin bulunduğu alt kümelerin sayısı kalır.

$$\text{Bütün alt kümelerin sayısı} : 2^{s(A)} = 2^6 = 64$$

$$1 \text{ ve } 2 \text{ nin bulunmadığı alt kümelerin sayısı} : 2^4 = 16$$

$$1 \text{ veya } 2 \text{ bulunan alt kümelerin sayısı} : 64 - 16 = 48 \text{ dir.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$$A = \{0, \emptyset, 1, \{1\}, \{0, 1\}, 2\}$$

kümesi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Eleman sayısı 6 dir.
B) Alt küme sayısı 128 dir.
C) $\emptyset \in A$
D) $\emptyset \subset A$
E) $\{\{0, 1\}\} \subset A$

Çözüm

Kümenin elemanları, $0, \emptyset, 1, \{1\}, \{0, 1\}, 2$ olduğundan $s(A) = 6$ dir.

A kümesinin alt küme sayısı $2^6 = 64$ olduğundan B seçeneği yanlıştır.

Yanıt B

Örnek Soru

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

olduğuna göre, B kümesinin alt kümelerinden kaç tanesi A kümesini kapsar?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Çözüm

B kümesinin bir alt kümesi Z olsun. Bu küme A yı kapsayacağından $A \subset Z \subset B$ olmalıdır.

Z kümesinin içinde a, b, c, d elemanları bulunmalıdır.

$$Z = \{a, b, c, d, \dots\} \text{ gibi.}$$

Z kümesinde a, b, c, d nin yanına $\{e, f\}$ nin alt kümelerinin elemanları eleman olarak yazılabileceğinden, alt küme sayısı: $2^2 = 4$ tür.

Yanıt B

Örnek Soru

$$A = \{a, b, e\}$$

$$B = \{a, b, c, d\}$$

olduğuna göre, $(A \cap B) \subseteq K \subseteq (A \cup B)$ koşulunu sağlayan kaç tane K kümesi vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 9

2010 – YGS

Çözüm

$$A \cap B = \{a, b\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$$

En az elemanlı K kümesi $\{a, b\}$ olup diğer K kümeleri a, b elemanlarının yanına $\{c, d, e\}$ kümesinin alt kümelerinde bulunan elemanlar getirilerek oluşur.

Bu durumda $2^3 = 8$ farklı K kümesi yazılabilir.

Yanıt D

Kombinasyon ile Alt Küme Sayısını Bulma

n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt küme sayısı, n nin r li kombinasyonlarının sayısı kadardır.

Örnek Soru

5 elemanlı bir kümenin,

- a) 3 elemanlı,
- b) 4 elemanlı,
- c) En çok 2 elemanlı,
- d) En az 4 elemanlı,

alt küme sayısını bulunuz.

Çözüm

- a) $C(5, 3) = \frac{5!}{3!.2!} = 10$
- b) $C(5, 4) = \frac{5!}{4!.1!} = 5$
- c) $C(5, 0) + C(5, 1) + C(5, 2) = 1 + 5 + 10 = 16$
- d) $C(5, 4) + C(5, 5) = 5 + 1 = 6$

Örnek Soru

Bir kümenin 3 elemanlı alt küme sayısı, 4 elemanlı alt küme sayısına eşittir.

Buna göre, bu kümenin en çok 2 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

- A) 21
- B) 29
- C) 36
- D) 49
- E) 56

Çözüm

$$\binom{n}{a} = \binom{n}{b} \Rightarrow n = a + b \text{ olduğunu hatırlayınız.}$$

$$\binom{n}{3} = \binom{n}{4} \Rightarrow \begin{matrix} n = 3 + 4 \\ n = 7 \end{matrix}$$

$$\binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \binom{7}{2} = 1 + 7 + 21 = 29 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaçında 3 bulunur, 4 bulunmaz?

- A) 6
- B) 7
- C) 10
- D) 12
- E) 14

Çözüm

A kümesi 7 elemanlı bir kümedir. 3 bulunması istendiğinden 3 ile birlikte üç eleman daha seçilir. Geriye kalan 6 elemadan 4 istenmediğinden 5 eleman içinden 3 eleman seçilmelidir.

$$\binom{5}{3} = 10 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Öz Alt Küme

Bir kümenin kendisi dışındaki tüm alt kümelerine **öz alt kümeleri** denir.

Bir A kümesinin öz alt küme sayısı : $2^{s(A)} - 1$ dir.

Örnek Soru

Alt küme sayısı ile öz alt küme sayısının toplamı 15 olan bir kümenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

Çözüm

$$\text{Alt küme sayısı : } 2^{s(A)}$$

$$\text{Öz alt küme sayısı : } 2^{s(A)} - 1$$

Toplamları 15 olduğundan,

$$2^{s(A)} + 2^{s(A)} - 1 = 15$$

$$2 \cdot 2^{s(A)} = 16$$

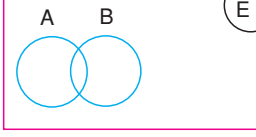
$$2^{s(A)} = 8$$

$$s(A) = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Evrensel Küme

Üzerinde çalışılan bütün kümeleri kapsayan kümeye **evrensel küme** denir. Genellik **E** ile gösterilir. Venn şeması ile gösterimi aşağıdaki gibidir.

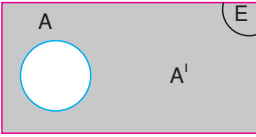


Bir Kümenin Tümlenyeni

Bir A kümesinde olmayıp evrensel kümede olan elemanların kümesi A'nın tümlenyenidir. A^1 veya $\bar{A}$ biçiminde gösterilir ve **A'nın tümlenyeni** diye okunur.

$A^1 = \{x \mid x \notin A, x \in E\}$ dir.

A^1 kümesi aşağıdaki şemada taralı bölge ile gösterilmiştir.



A'nın tümlenyeni A'nın dışı olarak düşünülebilir.

Tümlleme İşlemine Ait Özellikler

1. A ile A^1 nin ortak elemanı yoktur.

$$(A \cap A^1) = \emptyset$$

2. $s(A) + s(A^1) = s(E)$

3. $(A \subset B) \Leftrightarrow (A^1 \supset B^1)$

Örnek Soru

A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A) + s(B^1) = 12$$

$$s(A^1) + s(B) = 18$$

olduğuna göre, E evrensel kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 17 E) 18

Çözüm

Verilen eşitlikler taraf tarafa toplandığında

$$\underbrace{s(A) + s(A^1)}_{s(E)} + \underbrace{s(B) + s(B^1)}_{s(E)} = 30$$

$$2s(E) = 30$$

$$s(E) = 15 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

KÜMELERLE YAPILAN İŞLEMLER

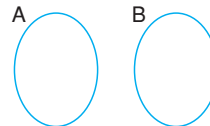
Kesişim İşlemi

A ile B nin kümelerinin ortak elemanlarının oluşturduğu kümeye, **A ile B nin kesişimi** denir.

$A \cap B$ biçiminde yazılır ve “**A kesişim B**” diye okunur.

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

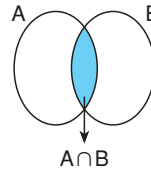
İki kümenin kesişiminin kümelerin farklı durumları için gösterelim.



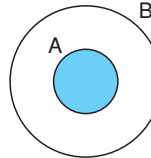
ortak eleman yok

$$A \cap B = \emptyset$$

(A ile B ayrık kümeler)



$A \cap B$



Ortak elemanların kümesi A dır.

$$(A \subset B) \Leftrightarrow (A \cap B = A)$$

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, a, b\}$$

$$B = \{2, 3, b, c\}$$

olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Çözüm

A ile B nin ortak elemanları 2 ve b dir.

$$A \cap B = \{2, b\} \Rightarrow s(A \cap B) = 2$$

$A \cap B$ nin alt küme sayısı : $2^{s(A \cap B)} = 2^2 = 4$ bulunur.

Yanıt B

Örnek Soru

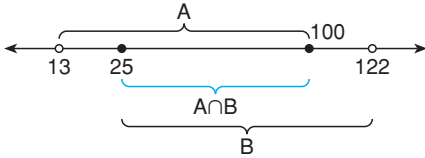
$$A = \{x : 13 < x \leq 100, x = 7k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{x : 25 \leq x < 122, x = 5k, k \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm



$A \cap B$ kümesi 25 ile 100 arasındaki sayılardan oluşur.

A kümesinin elemanları 7 nin tam katı, B kümesinin elemanları 5 in tam katı olduğundan $A \cap B$ kümesinin elemanları 7 ve 5 in en küçük ortak katı olan 35 in tam katıdır.

$$A \cap B = \{x \mid 25 \leq x \leq 100, x = 35k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$A \cap B = \{35, 70\}$$

$$s(A \cap B) = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

İki basamaklı doğal sayıların kaç tanesi hem 6 hem de 4 ile tam bölünür?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

Bir sayı, hem 6 hem de 4 ile tam bölünüyorsa 6 ve 4 in en küçük ortak katı olan 12 ile de tam bölünür.

$$A = \{12, 24, 36, \dots, 96\}$$

$$s(A) = \frac{96 - 12}{12} + 1 = 8 \text{ bulunur.}$$

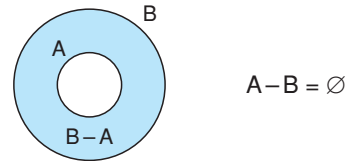
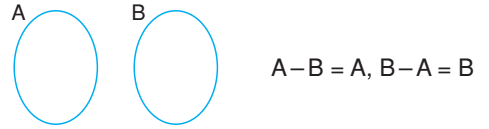
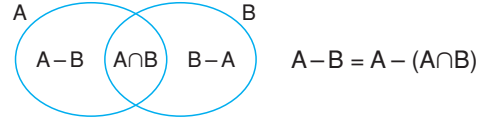
Yanıt D

Kesim İşleminin Özellikleri

1. $A \cap A = A$
2. $A \cap \emptyset = \emptyset$
3. $A \cap E = A$
4. $A \cap B = B \cap A$
5. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Fark (Çıkarma) İşlemi

Bir A kümesinden, A ile B nin ortak elemanlarının çıkarılması ile elde edilen kümeye **A nın B den farkı** denir. $A \setminus B$ veya $A - B$ biçiminde yazılır.



Örnek Soru

$$A = \{\{1\}, 2, 3, \{2, 3\}\}$$

$$B = \{1, \{2\}, 3, \{2, 3\}, 4\}$$

olduğuna göre, $B - A$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Çözüm

$$B - A = \{1, \{2\}, 4\}$$

$$s(B - A) = 3 \Rightarrow \text{alt küme sayısı } 2^{s(B-A)} = 2^3$$

= 8 bulunur.

Yanıt C

Örnek Soru

İki basamaklı doğal sayıların kaç tanesi 2 ile tam bölündüğü hâlde 5 ile bölünmez?

- A) 16 B) 18 C) 24 D) 32 E) 36

Çözüm

2 ile tam bölünen iki basamaklı doğal sayılar kümesinde bulunan, 2 ve 5 ile yani 10 ile tam bölünen doğal sayılar çıkarılırsa istenen kümenin elemanları elde edilir.

2 ile tam bölünen iki basamaklı doğal sayıların kümesi, $\{10, 12, \dots, 98\}$ ve eleman sayısı $\frac{98-10}{2} + 1 = 45$

10 ile tam bölünen iki basamaklı doğal sayıların kümesi $\{10, 20, 30, \dots, 90\}$ dir.

Bu kümenin eleman sayısı $\frac{90-10}{10} + 1 = 9$ dur.

O hâlde istenilen özellikteki sayılar, $45 - 9 = 36$ tanedir.

Yanıt E

Fark İşleminin Özellikleri

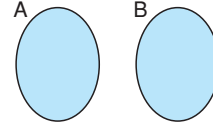
1. $A - A = \emptyset$
2. $A - \emptyset = A$
3. $A - E = \emptyset$
4. $A - B = A \cap B^c$

Birleşim İşlemi

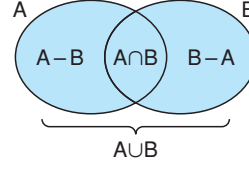
A ile B kümesinin bütün elemanlarının oluşturduğu kümeye, **A ile B nin birleşimi** denir. $A \cup B$ biçiminde yazılır ve “A birleşim B” diye okunur.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

A ile B ayrık kümeler ise,

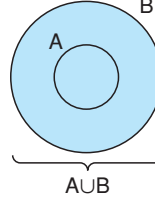


$$s(A \cup B) = s(A) + s(B)$$



$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$A \subset B$ ise,



$$(A \cup B) = B$$

$$s(A \cup B) = s(B)$$

Birleşim ve Kesişim İşleminin Özellikleri

$$1. A \cup A = A$$

$$2. A \cup \emptyset = A$$

$$3. A \cup E = E$$

$$\left. \begin{array}{l} 4. (A \cup B)^c = A^c \cap B^c \\ 5. (A \cap B)^c = A^c \cup B^c \end{array} \right\} \text{De Morgan Kuralları}$$

$$6. s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$7. s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$$

$$8. A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$9. A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Birleşim işleminin kesişim işlemi üzerine ve kesişim işleminin de birleşim işlemi üzerine dağılıma özelliği vardır.

10. $A \cup B = B \cup A$ (Değişme özelliği)

11. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ (Birleşme özelliği)

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

olduğuna göre, $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ nin eleman sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\ = \{2, 3, 4, 5\} \text{ tir.}$$

Bu kümenin eleman sayısı 4 tür.

Yanıt C

Örnek Soru

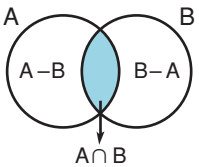
Herhangi A ve B kümeleri için $(A \cup B) - (A \cap B)$ fark kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $A \cap (A-B)$ B) $A \cup (A-B)$ C) $(A-B) \cup (B-A)$
D) $(A-B) \cap (B-A)$ E) $(A \cup B) - (A-B)$

2009 – Mat.1

Çözüm

İstenen fark kümesi Venn şeması yardımıyla çok kolay bir şekilde görülebilir.



$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A-B) \cup (B-A) \text{ dir.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

A ve B aynı evrensel kümeye ait iki alt kümedir.

$$s(B) = 2s(A)$$

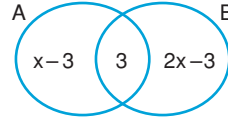
$$s(A \cap B) = 3$$

$$s(A \cup B) = 21$$

olduğuna göre, $A-B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm



$$s(A) = x \text{ ise } s(B) = 2x \text{ tir.}$$

$$s(A \cup B) = x - 3 + 3 + 2x - 3 = 21$$

$$3x = 24$$

$$x = 8 \text{ dir.}$$

$$s(A - B) = 8 - 3 = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

A ve B aynı evrensel kümeye ait iki alt kümedir.

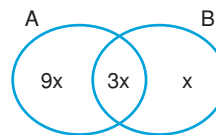
$$s(A) = 3s(B) = 4s(A \cap B)$$

$$s(A - B) = 9$$

olduğuna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 13 B) 16 C) 18 D) 26 E) 32

Çözüm



$$s(A \cap B) = 3x \text{ ise}$$

$$s(B) = 4x$$

$$s(A) = 12x \text{ olur.}$$

$$s(A-B) = 9x = 9$$

$$x = 1 \text{ dir.}$$

$$s(A \cup B) = 13x$$

$$= 13 \cdot 1 = 13 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$A = \{x : x < 100, x = 4k, x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x : x \leq 120, x = 5k, x \in \mathbb{N}\}$$

olduğuna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm

A kümesi, 100 den küçük olan 4 ün doğal sayı katlarından oluşur.

$A = \{0, 4, 8, \dots, 96\}$ ve eleman sayısı,

$$\frac{96-0}{4} + 1 = 25 \text{ tir.}$$

B kümesi, 120 den küçük veya eşit olan 5 in doğal sayı katlarından oluşur.

$B = \{0, 5, 10, \dots, 120\}$ eleman sayısı

$$\frac{120-0}{5} + 1 = 25 \text{ tir.}$$

$A \cap B$ kümesi 0 ile 100 arasındaki 4 ve 5 in en küçük ortak katı olan 20 nin doğal sayı katlarından oluşur.

$A \cap B = \{0, 20, 40, 60, 80\}$ ve eleman sayısı 5 tir.

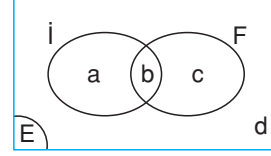
$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$= 25 + 25 - 5$$

$$= 45 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

KÜME PROBLEMLERİ



a, b, c, d bulundukları alt kümelerin eleman sayıları olmak üzere, $a + b + c + d$ tane öğrencinin bulunduğu bir sınıfta,

İ, İngilizce bilenlerin kümesini, F de Fransızca bilenlerin kümesini gösterebilir.

İngilizce bilen öğrencilerin sayısı: $s(I) = a + b$

Fransızca bilen öğrencilerin sayısı: $s(F) = b + c$

İngilizce ve Fransızca bilenlerin sayısı: $s(I \cap F) = b$

İngilizce veya Fransızca bilenlerin sayısı:

$$s(I \cup F) = a + b + c$$

Bu iki dilden en çok birini bilenlerin sayısı:

$$s[(I \cap F)^c] = a + c + d \text{ dir.}$$

Örnek Soru

Resim ve müzik kursuna giden öğrencilerden oluşan bir toplulukta resim kursuna giden 14, müzik kursuna giden 18 öğrenci vardır.

Her iki kursa giden öğrenci sayısı 6 olduğuna göre, toplulukta kaç kişi vardır?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 26 E) 32

Çözüm

Resim kursuna gidenlerin kümesi R ile, müzik kursuna gidenlerin kümesi M ile gösterilecek olursa,

$$s(R \cup M) = s(R) + s(M) - s(R \cap M)$$

$$= 14 + 18 - 6$$

$$= 26 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

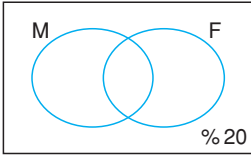
Bir sınıftaki öğrencilerin % 60 ı matematik dersinden, % 70 i ise fizik dersinden geçmiştir. Sınıftaki öğrencilerin % 20 si bu iki dersin her ikisinden de kalmıştır.

Her iki dersten geçenlerin sayısı 30 olduğuna göre, bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

- A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

Çözüm

Matematik dersinden geçenlerin kümesi M ile, Fizik dersinden geçenlerin kümesi F ile gösterilsin.



$$s(M \cup F) = \% 80$$

$$s(M \cup F) = s(M) + s(F) - s(M \cap F)$$

$$\% 80 = \% 60 + \% 70 - s(M \cap F)$$

$$s(M \cap F) = \% 50$$

$$\begin{array}{l} \text{Sınıfın \% 50 si} \quad \searrow \quad 30 \text{ kişi ise} \\ \text{Sınıfın \% 100 ü} \quad \swarrow \quad x \text{ kişidir.} \\ \hline \text{D.O} \\ x = 60 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Yanıt B

Örnek Soru

Bir toplulukta gözlüksüz kızların sayısı, gözlüklü erkeklerin sayısından 2 fazladır. Gözlüklü kızların sayısı gözlüksüz erkeklerin sayısından 4 fazladır. Topluluktaki kızların sayısı, erkeklerin sayısının 2 katıdır.

Buna göre, toplulukta kaç kişi vardır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm

Topluluktaki gruplar aşağıdaki tablo ile ifade edilebilir.

	Gözlüklü	Gözlüksüz
Erkek	x	y
Kız	y + 4	x + 2

$$y + 4 + x + 2 = 2(x + y)$$

$$x + y = 6 \text{ olur.}$$

$$\text{Topluluktaki kişi sayısı, } \underbrace{x + y}_6 + \underbrace{x + y}_6 + 6 = 18 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

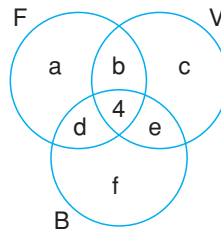
Futbol, voleybol ve basketbol oyunlarından en az birini oynayanların oluşturduğu 48 kişilik bir toplulukta, üç oyunu da oynayanların sayısı 4 tür.

Bu üç oyundan sadece ikisini oynayanların sayısı 16 kişi olduğuna göre, bu toplulukta sadece birini oynayan kaç kişi vardır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 28

Çözüm

Futbol oynayanların kümesi F, basketbol oynayanların kümesi B, voleybol oynayanların kümesi V ile gösterilsin.



$$a + b + c + d + e + f + 4 = 48$$

$$a + b + c + d + e + f = 44$$

$$b + d + e = 16$$

$$a + c + f = 44 - 16 = 28$$

bulunur.

Yanıt E

1. $A = \{a, b, \{c, d\}, e\}$
kümeleri için, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $s(A) = 4$ B) $\{a, b\} \subset A$ C) $\{a, b, c\} \subset A$
D) $\{\{c, d\}\} \subset A$ E) $\{c, d\} \in A$

2. $A = \{a, b, c, \{d\}\}$
 $B = \{a, \{b\}, \{c, d\}\}$
kümeleri için, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $s(A) = s(B)$ B) $A \cap B = \{a, b\}$ C) $B \subset A$
D) $A - B = \{b, c, \{d\}\}$ E) $\{c, d\} \subset B$

3. $A = \{a, b, c, \{d\}, e\}$
kümeleri veriliyor.
Aşağıdakilerden hangisi bu kümenin bir öz alt kümesi değildir?

A) $\{a, b, c\}$ B) $\{\{d\}, e\}$ C) $\{ \}$
D) $\{\{d\}\}$ E) $\{a, b, c, \{d\}, e\}$

4. Öz alt küme sayısı 63 olan bir kümenin en fazla 4 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

A) 16 B) 41 C) 42 D) 57 E) 58

5. 6 elemanlı bir kümenin en az 3 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

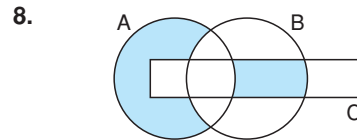
A) 22 B) 32 C) 42 D) 48 E) 54

6. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
kümelerinin en az iki elemanlı alt kümeleri sayısı kaçtır?

A) 6 B) 10 C) 16 D) 26 E) 31

7. $A = \{a, b, c, 2, 3\}$
 $B = \{1, 2, 3, a\}$
 $C = \{1, a, e\}$
kümeleri veriliyor.
Buna göre, $(A \cap B) - (B \cap C)$ kümesinde kaç eleman vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



- Yukarıdaki taralı bölge aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $(A - B) \cup (B \cap C)$
B) $[A - (B \cup C)] \cup [(B \cap C) - A]$
C) $(A \cup B) - C$
D) $(A \cup B) - [A \cap (B \cup C)]$
E) $[A - (B \cup C)] \cup (B \cap C)$

- 9 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$, $C = \{1, 3, 4, 5\}$ kümeleri veriliyor.
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- A) $A \cap C = \emptyset$ B) $B \cap C = \emptyset$ C) $A - B = \emptyset$
D) $B - A = B$ E) $C - B = C$

10. A ve B kümeleri için,

$$s(A) = 12$$

$$s(A \cap B) = 3$$

olduğuna göre, $s(A - B)$ kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 12 E) 15

11. A ve B kümeleri için,

$$s(A) = 5$$

$$s(B) = 7$$

$$s(A \cup B) = 10$$

olduğuna göre, $s(A - B)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $A = \{a, b, 5\}$
 $A \cup B = \{a, b, k, m, 5\}$
 $A - B = \{a, b\}$

olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{m\}$ B) $\{5, k, m\}$ C) $\{k, m\}$
D) $\{a, 5, m\}$ E) $\{5, 3\}$

13. A ve B iki kümedir.

$A - B$, $B - A$, $A \cap B$ kümelerinin alt kümelerinin sayısı sırasıyla 8, 16, 4 olduğuna göre, A kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

14. $A = \{1, 2, \{3, 4\}, 5\}$
 $B = \{1, \{2, 3\}, 4, 5\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \cup B$ kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 28 B) 26 C) 21 D) 15 E) 10

15. $A \subset B$ olmak üzere, A ve B kümeleri veriliyor.

$$s(B) = 3 \cdot s(A)$$

$$s(B \setminus A) = 10$$

olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

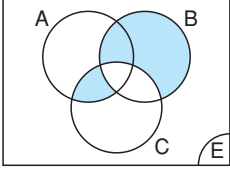
16. A ve B kümeleri için $s(A \cup B) = 5$. $s(A \cap B)$ dir.

$$s(A \setminus B) + s(B \setminus A) = 24$$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 45 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

1.



Yandaki şemadaki taralı kısım aşağıdakilerden hangisiyle ifade edilebilir?

- A) $(B-C) \cup (A \cap C)$ B) $(B \cup C) - (B \cap C)$
 C) $(B \cap C)^1 \cup (A \cap C \cap B^1)$ D) $(B \cap C)^1 \cap A$
 E) $(B \cap C) - [(A-C) \cup (C-A)]$

2.

$$A = \{0, 1, 2, 3, \{4\}, 4, \emptyset\}$$

kümesi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\{4\} \subset A$ B) $\{4\} \in A$ C) $\{\emptyset\} \in A$
 D) $\emptyset \subset A$ E) $\emptyset \in A$

3.

A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A) + s(B^1) = 35, \quad s(A^1) + s(B) = 21$$

olduğuna göre, $s(E)$ kaçtır?

- A) 28 B) 34 C) 36 D) 48 E) 56

4.

$$A = \{x : 16 < x < 56, x \in \mathbb{N}\}$$

kümesinin elemanlarından kaç tanesi 4 ile tam bölünemez?

- A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

5.

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \subset C \subset B$ olacak biçimde kaç farklı C kümesi yazılabilir?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

6.

$$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

kümesinin 5 elemanlı alt kümelerinin kaçında f eleman olarak bulunur, g bulunmaz?

- A) 10 B) 15 C) 16 D) 20 E) 21

7.

$$A = \{1, 2, \{3, 4\}, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaçında 3 elemanı veya 4 elemanı bulunur; ama 5 elemanı bulunmaz?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 14

8.

Bir kümenin eleman sayısı 3 azalınca alt küme sayısı 112 azalmaktadır.

Buna göre, bu küme kaç elemanlıdır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

9. 30 kişilik bir sınıfta 22 öğrenci fizik dersinden, 25 öğrenci kimya dersinden geçmiştir.

Buna göre, her iki dersten de geçen en az kaç öğrenci vardır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

10. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

kümeleri veriliyor.

$B \cap (A - C) = \{2\}$ olduğuna göre, $A \cap B \cap C$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2, 3\}$ B) $\{2, 4\}$ C) $\{3, 4\}$
D) $\{2, 3, 4\}$ E) $\emptyset$

11. A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümesidir.

$$s(E) = 15, s[(A \cap B)^c] = 10$$

$$s(A) = 7 \text{ ve } s[(A \cup B)^c] = 3$$

olduğuna göre, $s(B)$ kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 10 E) 12

12. $A = \{x : |x - 1| < 3, x \in \mathbb{Z}\}$

kümesinin alt kümelerinin kaçında -1 elemanı bulunup, 0 elemanı bulunmaz?

- A) 4 B) 8 C) 9 D) 15 E) 16

13. A ve B kümeleri için,

$$s(A) = 34, s(A \cap B) = 12$$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ en az kaçtır?

- A) 21 B) 22 C) 34 D) 35 E) 46

14. A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümesidir.

Buna göre, $[(A \cap B)^c] \cup (A^c \cap B) \cup (A \cap B)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $A \cap B$ B) $A \cup B$ C) $A \cup B^c$ D) E E) $\emptyset$

15. 50 kişilik bir toplulukta, 19 kişi İstanbul'u, 21 kişi Ankara'yı, 22 kişi İzmir'i görmüştür. 7 kişi İstanbul ve Ankara'yı, 9 kişi İstanbul ve İzmir'i, 5 kişi bu üç ili de görmüştür.

8 kişi bu üç ili de görmediğine göre, Ankara ve İzmir'i görüp İstanbul'u görmeyen kaç kişi vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. Bir sınıfta öğrencilerin % 60 ı erkektir. Erkeklerin % 50 si basketbol, % 70 i futbol oynamaktadır.

Futbol ve basketbol oynayan erkeklerin sayısı 6 olduğuna göre, sınıf mevcudu kaçtır?

- A) 30 B) 36 C) 50 D) 56 E) 60

1. 2 elemanlı alt kümeleri sayısı, 5 elemanlı alt kümeleri sayısına eşit olan bir kümenin 3 elemanlı alt küme sayısının, 5 elemanlı alt küme sayısına oranı kaçtır?

A) 1 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{7}{5}$ D) $\frac{35}{2}$ E) 35

2. A ve B kümeleri için,

$$s(A^1) = 5, s(B^1) = 6 \text{ ve } s(A) = 7$$

olduğuna göre, $(A \cup B)^1$ nin en çok kaç elemanı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere,

$$[(A^1 - B) - B] \cup [(B^1 - A) - A^1]$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $A - B$ B) $B - A$ C) $(A \cup B)^1$ D) $\emptyset$ E) E

4. $A = \{x: |x - 1| < 3, x \in \mathbb{Z}\}$

$$B = \{x: |x| < 6, x \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre, A ve B kümelerinin alt kümelerinden kaç birbirine eşittir?

A) 64 B) 32 C) 31 D) 16 E) 15

5. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$$B = \{(x, y): x \leq y \text{ ve } x, y \in A\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 15 B) 17 C) 18 D) 20 E) 21

6. $A = [-3, 6]$, $B = (-2, 7]$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-3, -2]$ B) $[-3, 7]$ C) $(-2, 6]$
D) $(-2, 7]$ E) $[-3, 6]$

7. A kümesinin öz alt küme sayısı, B kümesinin eleman sayısına eşittir.

A kümesinin eleman sayısı 4 olduğuna göre, B nin öz alt küme sayısı kaçtır?

A) $2^{14} - 1$ B) $2^{15} - 1$ C) 2^{15}
D) $2^{16} - 1$ E) 2^{16}

8. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

kümesinin iki elemanlı alt kümelerindeki rakamlarla, iki basamaklı sayılar oluşturulmaktadır. Buna göre, bu alt kümelerden kaçıyla kesinlikle tek sayı yazılamaz?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

9. $A = \{x: x < 15, x \text{ asal sayı}\}$
kümesinin alt kümelerinin kaçında çift sayı bulunur?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 32 E) 64

10. Bir A kümesinin elemanlarının $\frac{3}{4}$ ü, B kümesinin elemanı değildir. B kümesinin elemanlarının $\frac{2}{5}$ i A kümesinin de elemanıdır.

$s(B - A) = 15$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

A) 35 B) 40 C) 55 D) 60 E) 75

11. 25 kişilik bir sınıfta matematik dersinden kalanların sayısı 12, fizik dersinden kalanların sayısı 14, matematik ve fizik derslerinin en çok birinden kalanların sayısı 20 dir.

Buna göre, bu sınıfta tek dersten geçen toplam kaç öğrenci vardır?

A) 7 B) 9 C) 12 D) 15 E) 16

12. İngilizce, Almanca ve Fransızca dillerinden en az birini bilenlerden oluşan 77 kişilik bir grupta İngilizce bilenler Fransızca, Fransızca bilenler Almanca bilmemektedir.

İngilizce bilenlerin sayısı Almanca bilenlerin sayısının 3 katı, Fransızca bilenlerin sayısı İngilizce bilenlerin sayısının 2 katı ve en az iki dil bilenlerin sayısı 3 olduğuna göre, bu grupta Fransızca bilen kaç kişi vardır?

A) 45 B) 47 C) 48 D) 50 E) 51

13. Bir köyde kadınların % 40 ı, erkeklerin % 70 i gözlüklüdür.

Kadınların sayısı erkeklerin sayısının yarısına eşit ve gözlüksüz kadın sayısı 45 olduğuna göre, köyün nüfusu kaçtır?

A) 175 B) 180 C) 200 D) 225 E) 250

14. 48 kişilik bir sınıfta öğrencilerin % 25 i fizik dersinden, % 50 si kimya dersinden, % 75 i matematik dersinden geçmiştir. Bu üç dersin üçünden de kalan yoktur.

Üç dersten de geçen 6 kişi olduğuna göre, yalnız bir dersten geçen kaç kişi vardır?

A) 12 B) 24 C) 30 D) 36 E) 38

15. 36 kişilik bir sınıftaki öğrenciler resim, müzik, beden eğitimi derslerinden en az birini seçmişlerdir. Resim dersini seçenler, beden eğitimi dersini, beden eğitimi dersini seçenler müzik dersini seçmişlerdir.

Resim dersini seçen 16 kişi, müzik dersini seçen 18 kişi ve yalnız bir ders seçen 30 kişi olduğuna göre, beden eğitimi dersini seçen kaç kişi vardır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

16. Evli olanların eşleriyle birlikte katıldıkları bir partiye 45 kişi gelmiştir.

Bayanların % 45 i bekâr, erkeklerin % 44 ü evli olduğuna göre, bu partide kaç tane bekâr erkek vardır?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

13.ÜNİTE

BAĞINTI– FONKSİYON

KAZANIM

- ❖ Sıralı ikililerin eşitliğini örneklerle açıklar.
- ❖ İki kümenin Kartezyen çarpımını açıklar, Kartezyen çarpımın özelliklerini belirtir.
- ❖ Bir bağıntıyı şema ile gösterir.
- ❖ Bir bağıntının tersini bulur ve grafiğini çizer.
- ❖ Bağıntının yansıma, simetri, ters simetri, geçişme özelliklerini örneklerle açıklar.

BAĞINTI

Sıralı İkili

a ve b gibi iki nesnenin belli bir öncelik sırasına göre (a, b) biçiminde tek bir nesne olarak yazılmasına **sıralı ikili** ya da **kısaca ikili** adı verilir.

Burada a ya ikilinin birinci bileşeni, b ye de ikinci bileşeni denir.

Bir sıralı ikilide bileşenlerin sırası önemlidir. Bileşenlerin sırası değişirse farklı bir ikili elde edilir.

Yani, $a \neq b$ ise $(a, b) \neq (b, a)$ dir.

(a, b) sıralı ikili

(a, b, c) sırası üçlü

$(a_1, a_2, \dots, a_n)$ sıralı n lidir.

UYARI

Aynı adresli bileşenleri birbirine eşit olan ikililer birbirine eşittir. Bunun karşısı da doğrudur.

$(a, b) = (c, d)$ ğ $a = c$ ve $b = d$ dir.

Örnek Soru

$$(x, 3^n) = (2n, 27)$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 9 E) 27

Çözüm

$(x, 3^n) = (2n, 27)$ ise $x = 2n$ ve $3^n = 27$ dir.

$3^n = 27$ ise $n = 3$ tür.

$n = 3$ ise $x = 2.n = 2.3 = 6$ bulunur.

Yanıt C

Kartezyen Çarpım

A ve B boş olmayan iki küme olmak koşuluyla, birinci bileşeni A kümesinin, ikinci bileşeni B kümesinin elemanlarından oluşan bütün sıralı ikililerin kümesine A ile B nin Kartezyen çarpımı denir ve $A \times B$ şeklinde gösterilir.

$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$ dir.

► $A = \{a, b\}$ ve $B = \{1, 2\}$ olsun.

$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$

$B \times A = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)\}$ olur.

Kartezyen Çarpımın Özellikleri

Boş kümeden farklı A, B, C ve D kümeleri için,

1. Değişme özelliği yoktur.

$$A \neq B \Rightarrow A \times B \neq B \times A \text{ dir.}$$

2. $A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$

3. Birleşme özelliği vardır.

$$A \times B \times C = A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

4. Kartezyen çarpımın eleman sayısı;

$$s(A \times B) = s(B \times A) = s(A).s(B) \text{ dir.}$$

5. $A \times A = A^2$

$$A \times A \times A = A^3$$

...

...

$$A \times A \times A \times \dots \times A = A^n \text{ dir.}$$

n tane A

6. Kümelerin kesişimi, birleşimi ve farkı üzerine dağılıma özelliği vardır.

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C), (B \cap C) \times A = (B \times A) \cap (C \times A)$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C), (B \cup C) \times A = (B \times A) \cup (C \times A)$$

$$A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C), (B - C) \times A = (B \times A) - (C \times A)$$

dir.

7. $A \subset B$ ve $C \subset D$ ise $(A \times C) \subset (B \times D)$ olur.

Örnek Soru

$$s[(A \times B) \cap (A \times C)] = 20$$

$$s(B \cap C) = 4$$

olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 10 E) 20

Çözüm

$$s[(A \times B) \cap (A \times C)] = 20$$

$$s[A \times (B \cap C)] = 20$$

$$s(A) \cdot s(B \cap C) = 20$$

$$s(A) \cdot 4 = 20$$

$$s(A) = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$A = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

kümeleri veriliyor.

$A \times B$ Kartezyen çarpımından alınan bir elemanın (a, a) biçiminde olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{5}{24}$

ÖSS – 2007

Çözüm

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 4 \cdot 6 = 24$$

(a, a) biçimindeki ikililer $(-1, -1), (0, 0), (1, 1)$ olup 3 tanedir.

Bu durumda istenen olayın olasılığı $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ bulunur.

Yanıt C

Kartezyen Çarpımın Grafiği

$A \times B$ Kartezyen çarpımının grafiğinde A'nın elemanları yatay eksen üzerinde, B'nin elemanları dikey eksen üzerinde gösterilir.

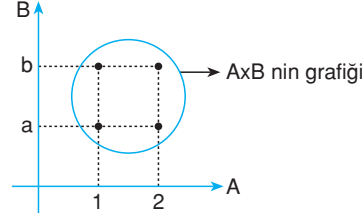
Örnek Soru

$$A = \{1, 2\} \text{ ve } B = \{a, b\}$$

olduğuna göre, $A \times B$ nin grafiği aşağıdaki gibi olacaktır.

Çözüm

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)\}$$



$A \times B$ nin elemanları, şekilde gösterilen dört noktadır.

Örnek Soru

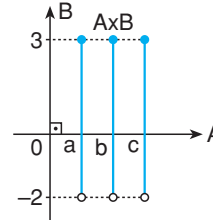
$$A = \{a, b, c\} \text{ ve } B = \{x \mid -2 < x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \times B$ nin grafiğini çiziniz.

Çözüm

$A \times B$ kümesinin grafiği aşağıdaki gibidir.



Şekilde, renkli çizilmiş olan yarı doğru parçaları $A \times B$ kümesidir.

Örnek Soru

$A = \{-2, -1, 0\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ kümelerinin $A \times B$ (Kartezyen çarpımı) kümesinin noktalarını dışarıda bırakmayan en küçük çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) 1

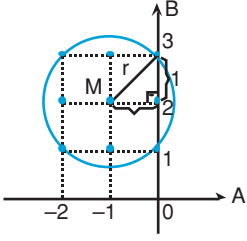
ÖSS

Çözüm

$$A = \{-2, -1, 0\} \text{ ve } B = \{1, 2, 3\} \text{ ise}$$

$$A \times B = \{(-2, 1), (-2, 2), (-2, 3), (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), (0, 1), (0, 2), (0, 3)\} \text{ olur.}$$

$A \times B$ nin grafiği aşağıda çizilmiştir.



Grafikteki 9 noktayı dışarıda bırakmayan en küçük çember, dörtgenin köşelerindeki noktalardan geçen çemberdir.

Bu durumda $(-1, 2)$ noktası istenen çemberin merkezi olur.

Pisagor bağıntısından,

$$r^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow r = \sqrt{2} \text{ br bulunur.}$$

Yanıt C

Bağıntı

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere, $A \times B$ nin her bir alt kümesine **A dan B ye bir bağıntı** denir.

$A \times A$ nın her bir alt kümesine A dan A ya bir bağıntı ya da kısaca **A da bir bağıntı** denir.

β , A dan B ye bir bağıntı ise,

$$\beta = \{(x, y) \mid (x, y) \in A \times B\} \text{ dir.}$$

► $A = \{1, 2\}$ ve $B = \{a, b\}$

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)\}$$

kartezyen çarpımının bazı alt kümeleri,

$$\beta_1 = \{(1, a), (2, b)\}$$

$$\beta_2 = \{(2, a)\}$$

$$\beta_3 = \{(1, a), (2, a), (2, b)\}$$

...
...
...

Bunların her biri A dan B ye bir bağıntıdır.

Bağıntı Venn şemasıyla ya da grafikte de gösterilebilir.

Bağıntının Gösterimi

Liste Yöntemi ile Gösterimi

$A = \{-2, 0, 1\}$ kümesinde tanımlı

$$\beta = \{(x, y) \mid x \neq y \text{ ve } x, y \in A\}$$

bağıntısının liste yöntemi ile gösterimi;

$$\beta = \{(-2, 0), (-2, 1), (0, -2), (0, 1), (1, -2), (1, 0)\} \text{ dir.}$$

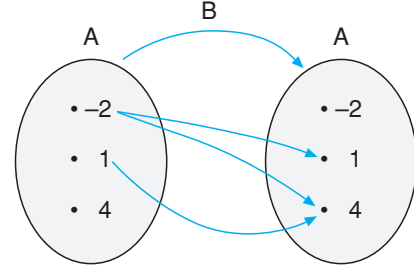
Şema Yöntemi ile Gösterimi

Herhangi bir $(x, y) \in \beta$ için, A kümesindeki bir x elemanını, B kümesindeki bir y elemanı ile eşleyen doğrularla oluşturulan bir diyagramdır.

$A = \{-2, 1, 4\}$ kümesinde tanımlı

$$\beta = \{(x, y) \mid x < y, x \in A \text{ ve } y \in A\}$$

bağıntısının şema ile gösterimi aşağıdaki gibidir.



Grafik Yöntemi ile Gösterimi

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

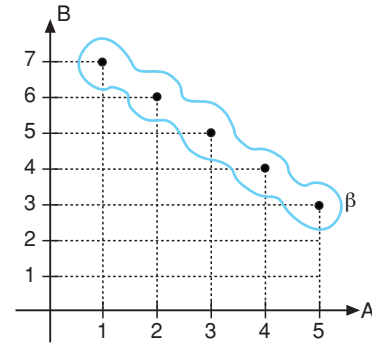
kümeleri veriliyor.

$A \rightarrow B$ ye tanımlanan

$$\beta = \{(x, y) \mid x + y = 8, x \in A, y \in B\}$$

bağıntısının önce liste, sonra grafik yöntemiyle gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$\beta = \{(1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3)\}$$



Herhangi bir $(a, b) \in \beta$ için, a nın yatay eksenden, b nin düşey eksenden seçilerek buralardan çıkılan dikmelerin kesişmesiyle elde edilen noktaların eğri bir çerçeve içerisinde kartezyen düzlem üzerinde belirtilmesidir.

Bağıntı Sayısı

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olsun.

A dan B ye tanımlanan bağıntı sayısı, $2^{m \cdot n}$ dir.

Örnek Soru

$$A = \{a, b, c, d\}$$

kümesinde tanımlı bağıntı sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 16 C) 64 D) 2^8 E) 2^{16}

Çözüm

$$s(A) = 4 \Rightarrow s(A \times A) = s(A) \cdot s(A) = 16$$

Buna göre, $A \times A$ da tanımlı bağıntı sayısı 2^{16} dır.

Yanıt E

Bağıntının Tersi

A dan B ye tanımlanan $\beta = \{(x, y) \mid x \in A, y \in \beta\}$ bağıntısı için $\beta^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in \beta\}$ bağıntısına **b bağıntısının tersi** denir. Yani, β bağıntısının elemanlarının bileşenlerinin yerleri değiştirildiğinde ters bağıntı elde edilir.

- $\beta = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3)\}$ ise
 $\beta^{-1} = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$ dır.

Örnek Soru

$$\beta_1 = \{(x, y) \mid 2x - y = 4, x, y \in \mathbb{R}\}$$

$$\beta_2 = \{(x, y) \mid x + 3y = -5, x, y \in \mathbb{R}\}$$

bağıntıları veriliyor.

Buna göre, $\beta_1 \cap \beta_2^{-1}$ kümesini bulunuz.

Çözüm

$$\beta_2 = \{(x, y) \mid x + 3y = -5, x, y \in \mathbb{R}\} \text{ ise}$$

$$\beta_2^{-1} = \{(x, y) \mid y + 3x = -5, x, y \in \mathbb{R}\} \text{ dir.}$$

$\beta_1 \cap \beta_2^{-1}$ kümesinin bulunabilmesi için $2x - y = 4$ ve $y + 3x = -5$ denklemleri birlikte çözülür.

$$\begin{array}{r} 2x - y = 4 \\ + \quad y + 3x = -5 \\ \hline 5x = -1 \\ x = -\frac{1}{5} \end{array}$$

$x = -\frac{1}{5}$ değeri denklemlerden herhangi birinde yerine yazılarak y bulunur.

$$2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) - y = 4$$

$$y = -\frac{2}{5} - 4$$

$$y = -\frac{22}{5}$$

$$\beta_1 \cap \beta_2^{-1} = \left\{\left(-\frac{1}{5}, -\frac{22}{5}\right)\right\}$$

BAĞINTININ ÖZELLİKLERİ

1. Yansıma Özelliği

β , A da tanımlı bir bağıntı olsun. $\forall x \in A$ için $(x, x) \in \beta$ ise β bağıntısının yansıma özelliği vardır, yani “ **β bağıntısı yansıyandır.**” denir.

- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı
 $\beta_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

bağıntısı yansıyandır.

- $\beta_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 1)\}$

bağıntısı, $4 \in A$ iken $(4, 4) \notin \beta_2$ olduğundan yansıyan değildir.

UYARI

$$\beta \subset A \times A \text{ ve } \beta = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\}$$

bağıntısının yansıyan olup olmadığını anlamak için, bağıntıda y yerine x yazılır. Elde edilen bağıntı A kümesinin her elemanı için doğru ise, β bağıntısı yansıyandır.

2. Simetri Özelliği

β , A da tanımlı bir bağıntı olsun.

$\forall (x, y) \in \beta$ için $(y, x) \in \beta$ ise β bağıntısının simetri özelliği vardır, yani “ **β bağıntısı simetriktir.**” denir.

- $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı,
 $\beta_1 = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ bağıntısı simetriktir.

$\beta_2 = \{(1, 1), (2, 3), (2, 2)\}$ bağıntısında,
 $(2, 3) \in \beta_2$ iken $(3, 2) \notin \beta_2$ olduğundan simetrik değildir.

UYARI

$$\beta \subset A \times A \text{ ve } \beta = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\}$$

bağıntısının simetrik olup olmadığını anlamak için, bağıntıda x ile y nin yerleri değiştirilir. Elde edilen bağıntı verilen bağıntıya eşit ise bu bağıntı simetriktir.

β bağıntısı simetrik ise $\beta = \beta^{-1}$ dir.

Örnek Soru

$A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı,

$$\beta_1 = \{(1, 2), (2, 2), (2, 1)\}$$

$$\beta_2 = \{(1, 1), (2, 2)\}$$

$$\beta_3 = \{(1, 1), (2, 1), (3, 3)\}$$

bağıntılarının simetri özelliği var mıdır?

Çözüm

$(1, 2) \in \beta_1$ iken $(2, 1) \in \beta_1$ olduğundan β_1 simetrik bağındır.

$(1, 1)$ in tersi yine $(1, 1)$; $(2, 2)$ nin tersi yine $(2, 2)$ olacağından β_2 simetrik bağındır.

$(2, 1) \in \beta_3$ iken $(1, 2) \notin \beta_3$ olduğundan β_3 simetrik bağındır.

3. Ters Simetri Özelliği

β , A da tanımlı bir bağıntı olsun.

$x \neq y$ iken $\forall (x, y) \in \beta$ için $(y, x) \notin \beta$ ise, β bağıntısının ters simetri özelliği vardır, yani “ **β bağıntısı ters simetriktir.**” denir.

Simetrik olmayan bir bağıntının ters simetrik olacağı veya ters simetrik olmayan bir bağıntının simetrik olacağı sonucu çıkarılmamalıdır. Bu iki özelliği aynı anda sağlayan bağıntılar olabileceği gibi iki özelliği de sağlamayan bağıntılar vardır.

► $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı

$\beta_1 = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2)\}$ bağıntısında $(2, 1) \in \beta_1$ iken $(1, 2) \notin \beta_1$ olduğundan ters simetriktir.

$\beta_2 = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (2, 3)\}$ bağıntısında $(1, 3) \in \beta_2$ iken $(3, 1) \in \beta_2$ olduğundan β_2 bağıntısı ters simetrik değildir.

$(2, 3) \in \beta_2$ olduğu halde $(3, 2) \notin \beta_2$ olduğundan β_2 bağıntısı simetrik de değildir.

UYARI

$$\beta \subset A \times A \text{ ve } \beta = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\}$$

bağıntısının ters simetrik olup olmadığını anlamak için, bağıntıda x ile y nin yerleri değiştirilir. Elde edilen bağıntı $x \neq y$ iken verilen bağıntıyla ortak çözülür. Çözüm kümesi boş küme ise bu bağıntı ters simetriktir.

4. Geçişme Özelliği

β , A da tanımlı bir bağıntı olsun.

$[\forall (x, y) \in \beta \text{ ve } (y, z) \in \beta]$ için $(x, z) \in \beta$ ise β bağıntısının geçişme özelliği vardır, yani “ **β bağıntısı geçişkendir.**” denir.

► $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı,

$\beta_1 = \{(1, 1), (1, 2)\}$ bağıntısı geçişkendir.

$\beta_2 = \{(1, 2), (2, 3)\}$ bağıntısında

$(1, 2) \in \beta_2$ ve $(2, 3) \in \beta_2$ iken $(1, 3) \notin \beta_2$ olduğundan geçişken değildir.

UYARI

$$\beta \subset A \times A \text{ ve } \beta = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\}$$

bağıntısının geçişken olup olmadığını anlamak için, bağıntıda x yerine y , y yerine z yazılarak elde edilen bağıntı, verilen bağıntı ile ortak çözülür. Eğer $(x, z) \in \beta$ olduğu gösterilirse bu bağıntı geçişkendir.

1. $(3^x, 2^{y+1}) = (9, x+2)$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 12

2. $\left(\frac{1}{x}, \frac{2}{y}\right) = (y^2, x)$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

3. Aynı evrensel kümeye ait A ve B kümeleri için,

$$s(B) = 11, s(A-B) = 5$$

$$s[(A \cap B) \times (A \cup B)] = 32$$

olduğuna göre, $s(B-A)$ kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

4. $A = \{x \mid x^2 = 9, x \in \mathbb{Z}\}$

$$B = \{y \mid |y - 2| < 3, y \in \mathbb{N}\}$$

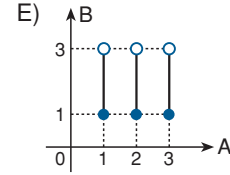
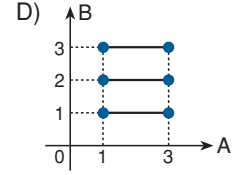
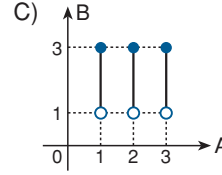
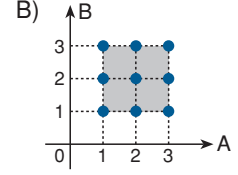
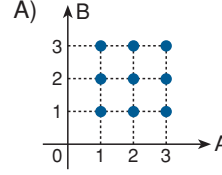
kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \times B$ kümesinin en çok iki elemanlı alt kümesi kaç tanedir?

- A) 56 B) 55 C) 46 D) 45 E) 42

5. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = [1, 3]$

kümeleri için $A \times B$ nin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

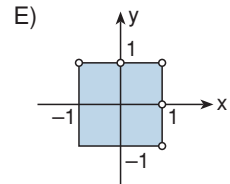
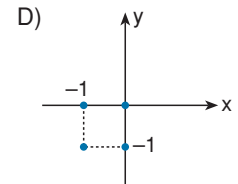
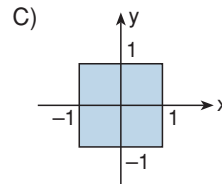
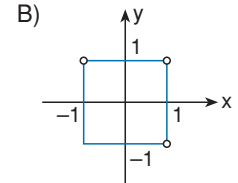
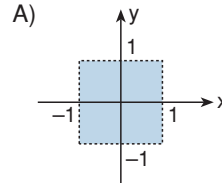


6. $A = \{-1, 0, 1\}$

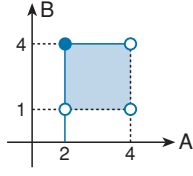
$$B = [-1, 1)$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $(A \times B) \cap (B \times A)$ nın grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



7.



Yukarıdaki şekilde $A \times B$ nin grafiği verilmiştir.

Buna göre $A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) [2,4] B) [2,4) C) (2,4) D) (1,4) E) [1,2]

8.

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{0, 1, 2\}$$

kümeleri için aşağıdakilerden hangisi A dan B ye bir bağıntı değildir?

- A) $\{(1,1), (1,2), (2,0)\}$ B) $\{(2,0), (2,1), (2,2)\}$
 C) $\{(1,1), (2,2), (3,2)\}$ D) $\{(2,2), (2,3), (3,0)\}$
 E) $\{(1,0), (1,2)\}$

9. Pozitif tam sayılar kümesinde tanımlı,

$$\beta = \{(x, y) \mid x + 2y = 8; x \in \mathbb{Z}^+, y \in \mathbb{Z}^+\}$$

bağıntısı veriliyor.

Buna göre, β bağıntısının eleman sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

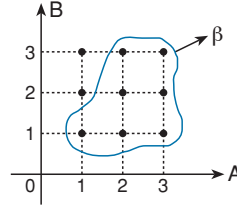
10.

$$\beta \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \beta = \{(x, y) \mid 2x + y = 9; x, y \in \mathbb{R}\}$$

olduğuna göre, $\beta \cap \beta^{-1}$ bağıntısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(x, y) \mid x + 2y = 8; x, y \in \mathbb{R}\}$
 B) $\{(x, y) \mid 3x + 3y = 16; x, y \in \mathbb{R}\}$
 C) $\{(3,3)\}$
 D) $\{(x, y) \mid x = y, x, y \in \mathbb{R}\}$
 E) $\{(1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

11.



$A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı β bağıntısının grafiği yanda verilmiştir.

Buna göre, β bağıntısı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Yansıyandır. B) Simetriktir.
 C) Ters simetriktir. D) Geçişken değildir.
 E) Bağıntı özelliklerinden hiçbirini sağlamaz.

12.

$$\beta = \{(x, y) \mid (a - 2)x + (2a + 3)y - 5 = 0\}$$

bağıntısının simetrik bir bağıntı olması için a kaç olmalıdır?

- A) -5 B) -2 C) 3 D) 2 E) 5

13. Reel sayılarda tanımlı β bağıntısı,

$$\beta = \{(x, y) \mid (2 - 3a)x + \frac{(2a+1)y}{3} = 0, x \in \mathbb{R} \text{ ve } y \in \mathbb{R}\}$$

yansıyan bir bağıntı olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{5}{11}$ B) $\frac{7}{11}$ C) $\frac{9}{11}$ D) 1 E) $\frac{11}{5}$

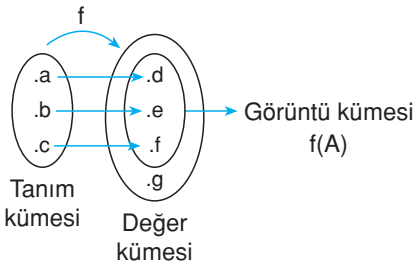
KAZANIM

- Fonksiyonu şema ile göstererek fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümelerini belirtir.
- Grafiği verilen bağıntılardan fonksiyon olanların tanım ve görüntü kümelerini bulur.
- Bire bir, örten, içine, özdeşlik (birim), sabit ve doğrusal fonksiyonu açıklar.
- Bileşke fonksiyonu örneklerle açıklar, bileşke işleminin birleşme özelliğini göstererek birim elemanını belirtir.
- Bir fonksiyonun bileşke işlemine göre tersini bulur.
- Grafiği verilen bir fonksiyonun bazı değerlerini hesaplar.
- Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonlarından elde edilen $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$ fonksiyonlarını bulur.
- Sonlu bir kümenin tüm permütasyonlarını belirleyerek iki permütasyonun bileşkesini ve bir permütasyon fonksiyonun tersini bulur.

FONKSİYON

A ve B boş olmayan iki küme olsun. A'daki her elemanı B kümesinde bir tek elemanla eşleyen f bağıntısına A'dan B'ye bir **fonksiyon** denir ve $f: A \rightarrow B$ ya da $A \xrightarrow{f} B$ şeklinde gösterilir.

Burada A kümesi fonksiyonun **tanım kümesi**, B kümesi fonksiyonun **değer kümesidir**.



$f(A)$ yani görüntü kümesi B'nin alt kümesidir.
 $f(A) \subset B$

UYARI

Fonksiyon Olma Şartı

- Tanım kümesinde açıkta eleman kalmamalıdır.
- Tanım kümesindeki her eleman değer kümesinde yalnız bir elemanla eşleşmelidir. Değer kümesi için aynı şeyler olmak zorunda değildir.

Örnek Soru

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinden, $B = \{3, 4, 5, 7\}$ kümesine tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyon belirtir?

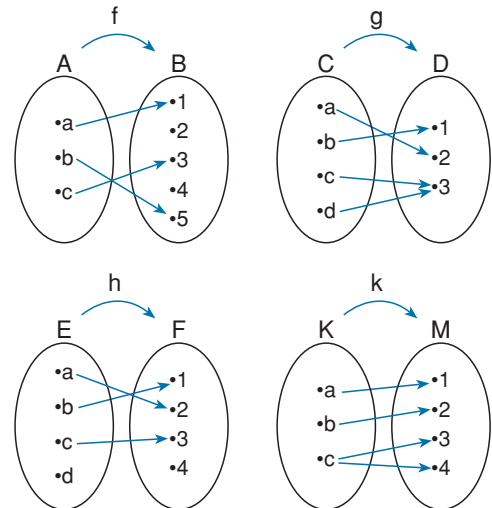
- A) $\beta_1 = \{(a, 3), (b, 4), (c, 5), (d, 7)\}$
 B) $\beta_2 = \{(a, 3), (d, 7), (b, 4), (b, 5), (c, 7), (e, 3)\}$
 C) $\beta_3 = \{(a, 5), (b, 5), (c, 5), (d, 5), (e, 7)\}$
 D) $\beta_4 = \{(b, 4), (d, 7)\}$
 E) $\beta_5 = \{(a, 3), (b, 3), (c, 4), (d, 5), (d, 7), (e, 7)\}$

Çözüm

β_1 ve β_4 bağıntılarında tanım kümesindeki her eleman eşleşmemiş. β_2 ve β_5 te tanım kümesinden bir eleman değer kümesinde iki elemanla eşleşmiştir. Fonksiyon olma şartını sağlayan tek bağıntı β_3 tür.

Yanıt C

Örnek Soru



Yukarıda verilen bağıntılardan hangileri fonksiyondur?

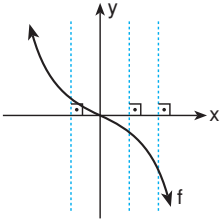
BAĞINTI – FONKSİYON

Çözüm

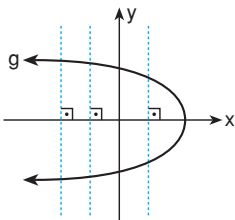
f bağıntısında A kümesinde açıkta kalan eleman yok. Ayrıca A'nın her elemanı B'nin bir ve yalnız bir elemanı ile eşleşmiş. f bağıntısı fonksiyon olma şartlarından her ikisini de sağladığından $A \rightarrow B$ ye bir fonksiyondur. (B'de 4 elemanın açıkta kalması fonksiyon olma şartını bozmaz). Benzer yaklaşımla g bağıntısının da $C \rightarrow D$ ye fonksiyon olduğu söylenebilir. h bağıntısında d elemanı açıkta kaldığından h bağıntısı fonksiyon olamaz. k bağıntısında c elemanı M kümesinde birden fazla elemanla eşleştiğinden fonksiyon değildir.

UYARI

Grafiği verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını anlamak için, tanım kümesi boyunca y eksenine paralel doğrular çizilir. Bu doğrular fonksiyonun belirttiği eğriyi tek bir noktayı kesiyorsa verilen bağıntı fonksiyondur.

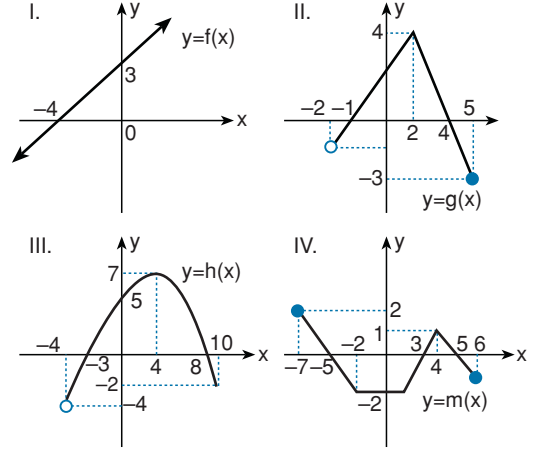


y eksenine çizilen paralel doğrular grafiği tek bir noktada kestiği için f fonksiyondur.



y eksenine çizilen paralel doğrular grafiği birden fazla noktada kestiği için g fonksiyon değildir.

Örnek Soru



Yukarıda grafiği verilen fonksiyonların tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.

Çözüm

- I. Tanım kümesi = $\mathbb{R}$
Görüntü kümesi = $\mathbb{R}$
- II. Tanım kümesi = $(-2, 5]$
Görüntü kümesi = $[-3, 4]$
- III. Tanım kümesi = $(-4, 10]$
Görüntü kümesi = $[-4, 7]$
- IV. Tanım kümesi = $[-7, 6]$
Görüntü kümesi = $[-2, 2]$

Örnek Soru

f: $A \rightarrow B$ ye olmak üzere,

$$f(x) = 2x - 1$$

fonksiyonu veriliyor.

A = {2, 3, 4} olduğuna göre, $f(A) = B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {3, 5, 6} B) {3, 5, 7} C) {2}
- D) {2, 3, 4} E) $\{\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}\}$

Çözüm

$$x = 2 \text{ için } f(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$

$$x = 3 \text{ için } f(3) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$x = 4 \text{ için } f(4) = 2 \cdot 4 - 1 = 7$$

$$f(A) = \{3, 5, 7\} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$f: A \rightarrow B$ ye olmak üzere,

$$f(x) = 3x - 2$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(A) = \{3, 5, 7\}$$

olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 3\}$ B) $\{\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 2\}$ C) $\{7, 13, 19\}$

D) $\{3, 5, 7\}$ E) $\{5, 11, 17\}$

Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2 = 3 \text{ ise } x = \frac{5}{3} \\ 3x - 2 = 5 \text{ ise } x = \frac{7}{3} \\ 3x - 2 = 7 \text{ ise } x = \frac{9}{3} = 3 \end{array} \right\} A = \left\{ \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 3 \right\}$$

Yanıt A

Örnek Soru

Bir f fonksiyonu "Her bir pozitif tam sayıyı kendisi ile çarpımsal tersinin toplamına götürüyor." şeklinde tanımlanmıştır.

Bu fonksiyon aşağıdakilerden hangisi ile gösterilebilir?

A) $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 1}$ B) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ C) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

D) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ E) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$

ÖSS

Çözüm

Pozitif tam sayı x olsun. Çarpımsal tersi $\frac{1}{x}$ tir.

$$f(x) = x + \frac{1}{x} = \frac{x^2 + 1}{x} \text{ olur.}$$

Yanıt E

Örnek Soru

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x + 1 - f(x + 1)$$

$$f(4) = 2$$

olduğuna göre, $f(2)$ nin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
ÖSS

Çözüm

$$x = 3 \Rightarrow f(3) = 2 \cdot 3 + 1 - f(4)$$

$$f(3) = 7 - 2 = 5$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2 \cdot 2 + 1 - f(3)$$

$$f(2) = 5 - 5 = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 2 \text{ ise} \\ \frac{3x - 1}{2} & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{f(1) + f(3)}{f(2)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$1 < 2 \text{ olduğu için } f(1) = \frac{3 \cdot 1 - 1}{2} = 1$$

$$3 > 2 \text{ olduğu için } f(3) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$2 = 2 \text{ olduğu için } f(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$

$$\frac{f(1) + f(3)}{f(2)} = \frac{1 + 5}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ ye olmak üzere,

$$f\left(\frac{3x-5}{4x-1}\right) = 2x+3$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 0 E) 3

Çözüm

$$\frac{3x-5}{4x-1} = 1 \Rightarrow 3x-5 = 4x-1 \Rightarrow x = -4 \text{ tür.}$$

$$x = -4 \text{ için, } f\left(\frac{3 \cdot (-4) - 5}{4 \cdot (-4) - 1}\right) = 2 \cdot (-4) + 3$$

$$f(1) = 2 \cdot (-4) + 3$$

$$= -8 + 3$$

$$= -5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

I. $f : \{-2, 0, 2\} \rightarrow \{1, 3, 7, 12\}$, $f(x) = x^2 + 3$

II. $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $g(x) = \frac{3x-1}{4}$

III. $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, $h(x) = 3x - 7$

IV. $t : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $t(x) = 3x^2$

Yukarıda verilen bağıntılardan hangileri fonksiyondur?

Çözüm

I. ifadede $x = -2 \Rightarrow f(-2) = (-2)^2 + 3 = 7 \in \{1, 3, 7, 12\}$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^2 + 3 = 3 \in \{1, 3, 7, 12\}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2^2 + 3 = 7 \in \{1, 3, 7, 12\}$$

olduğundan f fonksiyondur.

II. ifadede $x = 7 \in \mathbb{Z}$ için $g(7) = \frac{3 \cdot 7 - 1}{4} = 5 \in \mathbb{Z}$

$$x = 2 \in \mathbb{Z} \text{ için } g(2) = \frac{3 \cdot 2 - 1}{4} = \frac{5}{4} \notin \mathbb{Z}$$

olduğundan g fonksiyon değildir.

III. ifadede $x = 1 \in \mathbb{Z}$ için $h(1) = 3 \cdot 1 - 7 = -4 \notin \mathbb{N}$

olduğundan h fonksiyon değildir.

IV. ifadede $\forall x \in \mathbb{R}$ için $3x^2 \in \mathbb{R}$ olacağından t fonksiyondur.

Örnek Soru

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye olmak üzere,

$$f(x) = 4 - \frac{2x}{3}$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, $f([0, 1])$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left[\frac{10}{3}, 4\right)$ B) $\left(-\frac{10}{3}, 4\right]$ C) $\left(\frac{5}{3}, 4\right]$
- D) $\left(-\frac{5}{3}, 4\right]$ E) $\left(\frac{10}{3}, 4\right]$

Çözüm

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow \frac{-2}{3} < \frac{-2x}{3} \leq 0 \text{ (Eşitsizlik } -\frac{2}{3} \text{ ile çarpıldı.)}$$

$$4 - \frac{2}{3} < 4 - \frac{2x}{3} \leq 0 + 4 \text{ (Eşitsizliğin her tarafına 4 eklendi.)}$$

$$\frac{10}{3} < 4 - \frac{2x}{3} \leq 4$$

$$f\left(\left[0, 1\right)\right) = \left(\frac{10}{3}, 4\right]$$
 bulunur.

Yanıt E

Örnek Soru

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $f(x) = 3x + 1$ kuralıyla tanımlanıyor.

$$f(A) = [-2, -1)$$

olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left[-1, -\frac{2}{3}\right)$ B) $\left[\frac{2}{3}, 1\right)$ C) $\left(-1, \frac{2}{3}\right]$
D) $\left[-\frac{1}{2}, 3\right)$ E) $\left(\frac{1}{2}, 3\right]$

Çözüm

$-2 \leq 3x + 1 < -1$ olduğu verildiğine göre bu eşitsizlikten yararlanılıp A kümesi bulunacaktır.

$$-2 \leq 3x + 1 < -1$$

$$-3 \leq 3x < -2$$

$$-1 \leq x < -\frac{2}{3}$$

$$A = \left[-1, -\frac{2}{3}\right) \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$f : A \rightarrow B$ ye olmak üzere,

$$f(3x-1) = 4x+2$$

olduğuna göre, $\frac{f(-1) + f(5)}{f(-4)}$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$$3x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow f(3 \cdot 0 - 1) = 4 \cdot 0 + 2 \Rightarrow f(-1) = 2$$

$$3x - 1 = 5 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow f(3 \cdot 2 - 1) = 4 \cdot 2 + 2 \Rightarrow f(5) = 10$$

$$3x - 1 = -4 \Rightarrow x = -1$$

$$x = -1 \Rightarrow f(3 \cdot (-1) - 1) = 4 \cdot (-1) + 2 \Rightarrow f(-4) = -2$$

$$\frac{f(-1) + f(5)}{f(-4)} = \frac{2 + 10}{-2} = -6$$

Örnek Soru

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye olmak üzere,

$$f(x) = 2x - 5$$

olduğuna göre, $f(2x + 1)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 3$ B) $4x + 7$ C) $4x - 3$
D) $4x + 5$ E) $3x - 3$

Çözüm

$f(x)$ de x yerine $2x + 1$ yazılmalıdır.

$$f(x) = 2x - 5$$

$$f(2x + 1) = 2(2x + 1) - 5$$

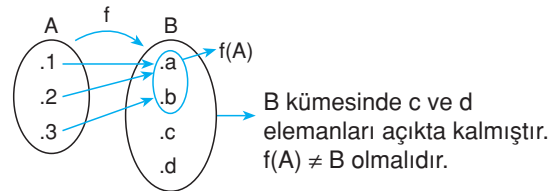
$$f(2x + 1) = 4x - 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Fonksiyon Çeşitleri

İçine Fonksiyon

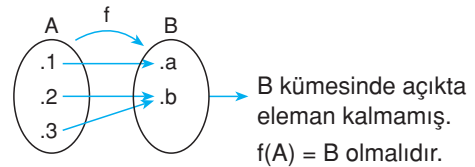
$f : A \rightarrow B$ fonksiyonunda B kümesinde en az 1 tane eleman açıkta kalıyorsa, bu fonksiyona içine fonksiyon denir.



f içine fonksiyon

Örten Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonunda B kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa f fonksiyonuna örten fonksiyon denir.



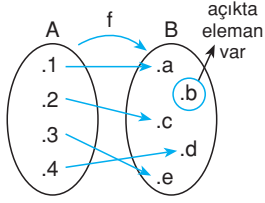
f örten fonksiyon

BAĞINTI – FONKSİYON

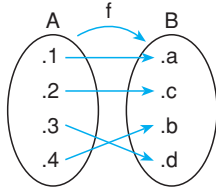
Bire-Bir Fonksiyon

$f: A \rightarrow B$ şeklinde tanımlanan bir fonksiyonda $s(A) \leq s(B)$ olmak üzere, A'nın her elemanı B'deki yalnız bir elemanla eşleşiyorsa ve eşleştikleri elemanlar da birbirinden farklıysa buna **bire-bir fonksiyon** denir.

Bire-bir fonksiyonda farklı elemanların eşleştikleri elemanlar da farklıdır.



Bire-bir ve içine fonksiyon



Bire-bir ve örten fonksiyon
(B'de açıkta eleman yok.)

Örnek Soru

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı,

I. $f(x) = 2x - 1$

II. $g(x) = x^2 + 2$

III. $h(x) = x^3$

fonksiyonlarından hangileri bire – birdir?

- A) I ve II B) Yalnız I C) I, II ve III
D) I ve III E) Yalnız II

2011–YGS

Çözüm

$\forall x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$ için $f(x_1) \neq f(x_2)$ olmalıdır.

$$2x_1 - 1 \neq 2x_2 - 1$$

$$x_1 \neq x_2 \text{ olur.}$$

f, bire – birdir.

$$x_1 = 1 \Rightarrow g(1) = 1^2 + 2 = 3$$

$$x_2 = -1 \Rightarrow g(-1) = (-1)^2 + 2 = 3$$

$x_1 \neq x_2$ için $g(x_1) = g(x_2)$ olduğundan g, bire bir değildir.

$\forall x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$ için $f(x_1) \neq f(x_2)$ olacağından h fonksiyonu bire birdir.

Yanıt D

Örnek Soru

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu $1 - 1$ ve içine fonksiyondur.

$$s(A) = x^2 - 3x + 1$$

$$s(B) = x^2 - 7x + 5$$

olduğuna göre, x en çok kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

Çözüm

f içine fonksiyon olduğu için B kümesinde açıkta eleman kalmalıdır. Bu da $s(A) < s(B)$ koşulunu gerektirir.

$$x^2 - 3x + 1 < x^2 - 7x + 5$$

$$4x < 4$$

$$x < 1$$

O hâlde en büyük x değeri 0'dır.

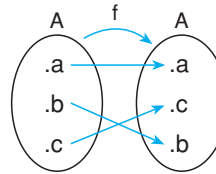
Yanıt D

Temel Matematik Konu Anlatımlı

Birim Fonksiyon

$f: A \rightarrow A$ bir fonksiyon olsun.

$\forall x \in A$ için $f(x) = x$ ise f fonksiyonuna **özdeşlik fonksiyonu** veya **birim fonksiyon** denir ve I ile gösterilir.



Örnek Soru

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = kx^2 + mx + n + 1$$

fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre, $k + m - n$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$f(x) = x$ olması için

$k = 0$ olmalı ki x^2 li terim kalsın.

$m = 1$ olmalı ki x li terimin katsayısı 1 olsun.

$n + 1 = 0$ olmalı ki sabit terim kalsın.

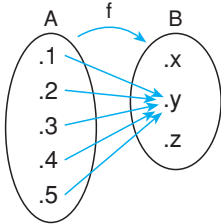
$n + 1 = 0$ ise $n = -1$

$k + m - n = 0 + 1 - (-1) = 2$ bulunur.

Yanıt C

Sabit Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonunda A'nın her elemanının B'deki görüntüsü aynı ise f fonksiyonuna **sabit fonksiyon** denir. Sabit fonksiyonun grafiği x eksenine paralel bir doğrudur.



$\forall x \in A$ ve $y \in B$ için $f(x) = y$ dir.

Örnek Soru

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye

$$f(x) = mx^2 + (n + 2)x - 3x^2 + 2m - n + 3$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(m-n)$ değeri kaçtır?

Çözüm

f fonksiyonunun kuralı x değişkeninden bağımsız olmalıdır.

$$f(x) = mx^2 + (n + 2)x - 3x^2 + 2m - n + 3$$

$$= (m - 3)x^2 + (n + 2)x + 2m - n + 3$$

$$m - 3 = 0 \rightarrow m = 3$$

$$n + 2 = 0 \rightarrow n = -2$$

$$f(x) = (m - 3)x^2 + (n + 2)x + 2m - n + 3$$

$$= 2(3) - (-2) + 3$$

$$= 11$$

$$f(3 - (-2)) = f(5) = 11 \text{ bulunur.}$$

UYARI

$$f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ye olmak üzere,}$$

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

fonksiyonu sabit fonksiyon ise

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$f(x) = \frac{2x - 3}{a - 4x}$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(2012) + a$ toplamı kaçtır?

Çözüm

$$f(x) = \frac{2x - 3}{a - 4x} = \frac{2x - 3}{-4x + a} \Rightarrow \frac{2}{-4} = \frac{-3}{a}$$

$$2a = 12 \Rightarrow a = 6 \text{ dir.}$$

$$a = 6 \Rightarrow f(x) = \frac{2x - 3}{6 - 4x} = -\frac{1}{2}$$

$$f(2012) + a = -\frac{1}{2} + 6 = \frac{11}{2} \text{ bulunur.}$$

Doğrusal (Lineer) Fonksiyon

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = ax + b$$

$a \neq 0$ ve $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonuna **doğrusal fonksiyon** denir. Doğrusal fonksiyonlar 1-1 ve örten dir.

Örnek Soru

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ doğrusal bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(2) = 3$$

$$f(1) = -1$$

olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) -1 C) -2 D) -4 E) -5

Çözüm

f doğrusal fonksiyon olduğu için $f(x) = ax + b$ şeklindedir.

$$f(x) = ax + b$$

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = 2a + b = 3 \\ f(1) = a + b = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = 4 \\ b = -5 \end{array} \left\} \begin{array}{l} f(x) = 4x - 5 \\ f(0) = -5 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Yanıt E

Fonksiyon Sayısı

A ve B boş kümeden farklı sonlu iki küme ve $s(A) = a$, $s(B) = b$ olsun.

- ▶ A dan B ye tanımlanan tüm fonksiyonların sayısı b^a dır.
- ▶ A dan B ye tanımlı 1-1 fonksiyon sayısı $b \geq a$ olmak kaydıyla $\frac{b!}{(b-a)!}$ dir.
- ▶ A dan B ye tanımlanan fonksiyon olmayan bağıntı sayısı $2^{a \cdot b} - b \cdot a$ dır.
- ▶ A dan B ye tanımlanan sabit fonksiyonların sayısı b tanedir.

Ters Fonksiyon

$f: A \rightarrow B$, 1-1 ve örten bir fonksiyon ise $f^{-1}: B \rightarrow A$ fonksiyonu, f fonksiyonunun tersidir.

$$(x, y) \in f \Leftrightarrow (y, x) \in f^{-1}$$

$$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y) \text{ dir.}$$

$f(x)$ fonksiyonunun tersi olan $f^{-1}(x)$ i bulmak için $y = f(x)$ fonksiyonunda x yerine y, y yerine x yazılır ve y yalnız bırakılırsa $f^{-1}(x)$ bulunmuş olur.

1. $f: R \rightarrow R$; $f(x) = ax + b$ ise $f^{-1}(x)$ aşağıdaki gibi bulunur.

$$y = ax + b \Rightarrow x = ay + b$$

$$y = \frac{x-b}{a} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a} \text{ dır.}$$

2. $f: R \rightarrow R$; $f(x) = ax^3 + b$ ise $f^{-1}(x)$ aşağıdaki gibi bulunur.

$$y = ax^3 + b \Rightarrow x = ay^3 + b$$

$$y^3 = \frac{x-b}{a}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{x-b}{a}} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x-b}{a}} \text{ dır.}$$

3. $f: R - \left\{-\frac{d}{c}\right\} \rightarrow R - \left\{\frac{a}{c}\right\}$ şeklinde tanımlı

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ fonksiyonunun tersi}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \text{ şeklindedir.}$$

3. fonksiyonun tersi alınırken a ve d nin hem yerinin hem de işaretlerinin değiştiğine dikkat ediniz.

UYARI

Her fonksiyonun tersi bir fonksiyon olmayabilir. f bire bir ve örten değilse tersi fonksiyon değildir. Bir fonksiyonun tersinin tersi kendisine eşittir. $(f^{-1})^{-1} = f$

Örnek Soru

f: R → R ye olmak üzere,

$$f(4x - 5) = 8x + 3$$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 8$ B) $2x + 13$ C) $4x + 13$
D) $4x + 8$ E) $2x + 5$

Çözüm

$$(4x - 5)^{-1} = \frac{x+5}{4}$$

$$f(x) \text{ de } x \text{ yerine } (4x - 5)^{-1} = \frac{x+5}{4} \text{ yazılmalıdır.}$$

$$f(4x - 5) = 8x + 3$$

$$f\left(4\left(\frac{x+5}{4}\right) - 5\right) = 8\left(\frac{x+5}{4}\right) + 3$$

$$f(x) = 2x + 13 \text{ olur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$$f^{-1}(x) = 3x+1$$

olduğuna göre, $f(4)$ kaçtır?

Çözüm

$$f^{-1}(x) = 3x+1 \Rightarrow (f^{-1})^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{3}$$

$$f(4) = \frac{4-1}{3} = 1 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{2x+a}{3x-1}$$

fonksiyonu için $f^{-1}(2) = 1$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm I

$$f^{-1}(x) = \frac{x+a}{3x-2} \text{ olur.}$$

$$f^{-1}(2) = \frac{2+a}{3 \cdot 2 - 2} = \frac{a+2}{4} = 1 \text{ ise}$$

$$a+2 = 4$$

$$a = 2 \text{ bulunur.}$$

Çözüm II

$f^{-1}(2) = 1$ ise $f(1) = 2$ yazılabilir.

$$f(1) = \frac{2 \cdot 1 + a}{3 \cdot 1 - 1} = 2 \Rightarrow a + 2 = 4$$

$$a = 2 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$f: \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \{k\}$ ya olmak üzere,

$$f(x) = \frac{5x+1}{3x-2}$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2

Çözüm

Tanım kümesinden çıkarılan elemanlar, fonksiyonun kendisini, değer kümesinden çıkarılan elemanlar da $f^{-1}(x)$ i tanımsız yapacaktır.

$$f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3x-5}$$

$$3x-5 = 0$$

$x = \frac{5}{3}$ fonksiyonun tersini tanımsız yapacağından

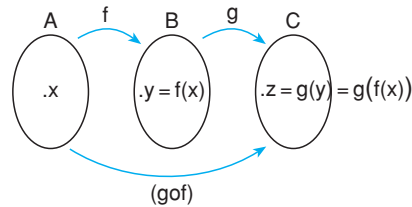
$k = \frac{5}{3}$ bulunur.

Yanıt D

Temel Matematik Konu Anlatımı

Fonksiyonların Bileşkesi

$f: A \rightarrow B$; $g: B \rightarrow C$ şeklinde tanımlanan f ve g fonksiyonları için $x \in A$ ve $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ olacak şekilde elde edilen $g \circ f: A \rightarrow C$ fonksiyonuna g ile f **fonksiyonlarının bileşkesi** denir.



Örnek Soru

$f(x) = x - 1$, $g(x) = x^2 - 3$ fonksiyonlarının tanımlı olduğu aralıklar için $(f \circ g)(x)$ ve $(g \circ f)(x)$ fonksiyonlarını bulunuz.

Yanıt D

Çözüm

$$\begin{aligned} \text{a) } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = g(x) - 1 \\ &= x^2 - 3 - 1 \\ &= x^2 - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = [f(x)]^2 - 3 \\ &= (x - 1)^2 - 3 \\ &= x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

UYARI

Fonksiyonlarda bileşke işleminin değişme özelliği yoktur. $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$
Bazı özel durumlar için $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ olabilir.

Örnek Soru

$$f(x) = 3x - 6$$

$$g(x) = (x - 2)^2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f^{-1})(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3x^2}{2}$ B) $(3x+4)^2$ C) $x^2 - 4x + 2$

D) $\frac{x^2}{9}$ E) $(3x-8)^2$

2011-YGS

Çözüm

$$f(x) = 3x - 6 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+6}{3}$$

$$\begin{aligned} (g \circ f^{-1})(x) &= g(f^{-1}(x)) = \left(\frac{x+6}{3} - 2 \right)^2 \\ &= \left(\frac{x}{3} \right)^2 \\ &= \frac{x^2}{9} \end{aligned}$$

Yanıt D

Örnek Soru

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye olmak üzere,

$$f(x) = 3x - 2$$

fonksiyonu için $(f \circ f)(k) = 1$ olduğuna göre, k değerini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} (f \circ f)(x) &= f[f(x)] = 3f(x) - 2 \\ &= 3(3x - 2) - 2 \\ &= 9x - 6 - 2 \\ &= 9x - 8 \end{aligned}$$

$$(f \circ f)(k) = 9k - 8 = 1$$

$$9k = 9$$

$$k = 1 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x > 3 \text{ ise} \\ x^2 - 1, & x \leq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 0 \text{ ise} \\ 2x - 1, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f)(-1) + (f \circ g)(3)$ toplamı kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} (g \circ f)(-1) &= g[f(-1)] = g((-1)^2 - 1) \dots (-1 \leq 3) \\ &= g(0) \\ &= 2 \dots (0 \leq 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f \circ g)(3) &= f[g(3)] = f(2 \cdot 3 - 1) \dots (3 > 0) \\ &= f(5) \\ &= 3 \cdot 5 + 1 \dots (5 > 3) \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$(g \circ f)(-1) + (f \circ g)(3) = 2 + 16 = 18 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

$$f(x) = \frac{2x+m}{x+1}, \quad (f \circ f)(x) = \frac{x-9}{3x-2}$$

olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1
(1990 – ÖYS)

Çözüm

$x = 0$ için;

$$f(0) = \frac{2 \cdot 0 + m}{0 + 1} = m \text{ ve}$$

$$(f \circ f)(0) = \frac{0 - 9}{3 \cdot 0 - 2} = \frac{9}{2} \text{ bulunur.}$$

$$(f \circ f)(0) = f[f(0)] = f(m) = \frac{9}{2}$$

$$x = m \text{ için } f(m) = \frac{2m + m}{m + 1} = \frac{9}{2}$$

$$9m + 9 = 6m$$

$$3m = -9$$

$$m = -3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$f : g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye olmak üzere,

$$f(x) = 2x - 1 \text{ ve } (g \circ f)(x) = \frac{x+3}{2}$$

olduğuna göre, $g^{-1}(3)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$f(x) = 2x - 1 \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2} \text{ dir.}$$

$$(g \circ f \circ f^{-1})(x) = \left(\frac{x+3}{2} \right) \circ f^{-1}(x)$$

$$g(x) = \frac{\frac{x+1}{2} + 3}{2}$$

$$= \frac{x+7}{4} \text{ olur.}$$

$$g^{-1}(x) = 4x - 7 \text{ olur.}$$

$$g^{-1}(3) = 4 \cdot 3 - 7 = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

Temel Matematik Konu Anlatımlı

Bileşke Fonksiyonunun Özellikleri

1. Bileşke fonksiyonun değişme özelliği yoktur.

$$f \circ g \neq g \circ f$$

2. Birleşme özelliği vardır.

$$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

3. $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1} = I$

4. I birim fonksiyon olmak üzere,

$$f \circ I = I \circ f = f$$

5. $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

6. $f \circ g = h \Rightarrow g = f^{-1} \circ h$

$$f \circ g = h \Rightarrow f = h \circ g^{-1}$$

7. $(f^{-1})^{-1} = f$

Örnek Soru

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \neq 0 \text{ ise} \\ x^2 - 1, & x = 0 \text{ ise} \end{cases}$$

$$g(x) = 2 - 3x$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g \circ f)\left(\frac{5}{6}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

$x = \frac{5}{6}$ için $f(x) = 2x - 1$ fonksiyonu kullanılır.

$$f\left(\frac{5}{6}\right) = 2 \cdot \frac{5}{6} - 1 = \frac{2}{3}$$

$$(f \circ g)\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(g\left(\frac{2}{3}\right)\right) = f\left(2 - 3 \cdot \frac{2}{3}\right) = f(0)$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0^2 - 1 \\ &= 0 - 1 \\ &= -1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

Örnek Soru

Uygun koşullarda tanımlı,

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$$

$$g(x) = 3 - x$$

funksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{-3x-1}{x-2}$ B) $\frac{-5}{x-2}$ C) $\frac{6x-5}{x-2}$
D) $\frac{3x-10}{1-x}$ E) $\frac{3x-2}{1-x}$

Çözüm

$$(f \circ g)^{-1} = (g \circ f^{-1}) \text{ dir.}$$

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+3} \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{-3x-1}{x-2} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} (g \circ f^{-1})(x) &= g[f^{-1}(x)] = 3 - \frac{-3x-1}{x-2} \\ &= \frac{3x-6+3x+1}{x-2} \\ &= \frac{6x-5}{x-2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ fonksiyonu

$$f(x, y) = (x^2 - y, y - 3x)$$

kuralıyla tanımlanıyor.

Buna göre, $(f \circ f)(2, 1)$ değeri nedir?

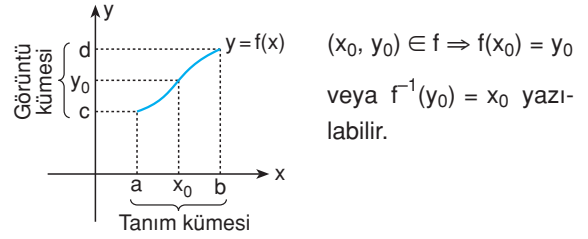
Çözüm

$$f(2, 1) = (2^2 - 1, 1 - 3 \cdot 2) = (3, -5) \text{ tir.}$$

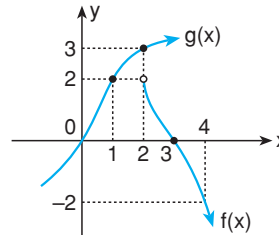
$$\begin{aligned} (f \circ f)(2, 1) &= f[f(2, 1)] \\ &= f(3, -5) \\ &= (3^2 - (-5), -5 - 3 \cdot 3) \\ &= (14, -14) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Fonksiyon Grafiği

Bir fonksiyonun ikililerine analitik düzlemde karşılık gelen noktaların kümesine **fonksiyon grafiği** denir. Grafik çizilirken x eksenine tanım kümesinin elemanları, y eksenine değer kümesinin elemanları yazılır.



Örnek Soru



Şekilde, $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $\frac{g(1) + (f \circ g)(2)}{f(4)}$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

ÖSS

BAĞINTI – FONKSİYON

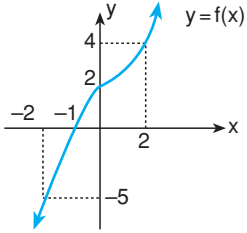
Çözüm

Grafikten de görüldüğü gibi $f(4) = -2$, $f(3) = 0$,
 $g(1) = 2$ ve $g(2) = 3$ tür.
 $g(2) = 3$ olduğundan, $(f \circ g)(2) = f[g(2)] = f(3) = 0$ olur.
 Şimdi bu değerler ifadede yerine yazılırsa;

$$\frac{g(1) + (f \circ g)(2)}{f(4)} = \frac{2 + 0}{-2} = -1$$
 bulunur.

Yanıt B

Örnek Soru



Yandaki şekilde $[-2, 2]$ aralığında bire bir ve örten olan $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(-2) + f^{-1}(4)}{f(0) + f^{-1}(0)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

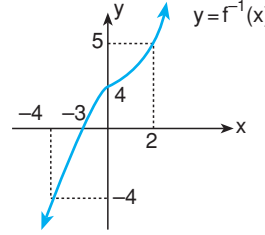
Çözüm

Grafikten görüldüğü gibi;

$$\left. \begin{array}{l} f(-2) = -4 \\ f(2) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = 2 \\ f(0) = 2 \\ f(-1) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = -1 \end{array} \right\} \frac{f(-2) + f^{-1}(4)}{f(0) + f^{-1}(0)} = \frac{-4 + 2}{2 - 1} = \frac{-2}{1} = -2$$

Yanıt A

Örnek Soru



Yandaki şekilde
 $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(5) + f^{-1}(-3)}{f^{-1}(-4) + f(4)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

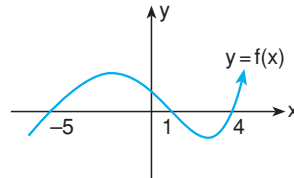
- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} f^{-1}(2) = 5 \Rightarrow f(5) = 2 \\ f^{-1}(-3) = 0 \\ f^{-1}(-4) = -4 \\ f^{-1}(0) = 4 \Rightarrow f(4) = 0 \end{array} \right\} \frac{f(5) + f^{-1}(-3)}{f^{-1}(-4) + f(4)} = \frac{2 + 0}{-4 + 0} = -\frac{1}{2}$$

Yanıt B

Örnek Soru



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

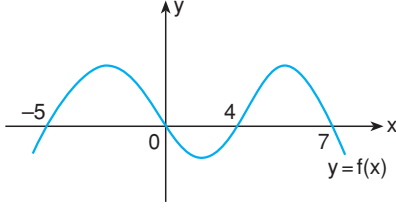
$f(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin aralığı-
 nı bulunuz.

Çözüm

$f(x) \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$ dir. y nin 0 dan büyük veya eşit olduğu yer grafiğin x ekseninin üstünde kaldığı kısımdır.

Bu bölgede yer alan x değerleri de $[-5, 1] \cup [4, +\infty)$ aralığında yer alır.

Örnek Soru



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x - 2) = 0$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

Çözüm

$f(-5) = 0$, $f(0) = 0$, $f(4) = 0$ ve $f(7) = 0$ olduğundan

$$x - 2 = -5 \Rightarrow x = -3$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x - 2 = 4 \Rightarrow x = 6$$

$$x - 2 = 7 \Rightarrow x = 9 \text{ bulunur.}$$

Bulunan x değerlerinin toplamı $-3 + 2 + 6 + 9 = 14$ tür.

Yanıt A

Örnek Soru

$x \neq -3$ olmak üzere, $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = x^2 + 3x$$

$$g(x) = x + 3$$

kurallarıyla veriliyor.

a) $3f - 2g$

b) $f \cdot g$

c) $\frac{3f}{g}$

fonksiyonlarını bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} \text{a) } (3f - 2g)(x) &= 3f(x) - 2g(x) \\ &= 3(x^2 + 3x) - 2(x + 3) \\ &= 3x^2 + 7x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= (x^2 + 3x)(x + 3) \\ &= x^3 + 6x^2 + 9x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left(\frac{3f}{g} \right)(x) &= \frac{3f(x)}{g(x)} = \frac{3(x^2 + 3x)}{x + 3} = \frac{3x(x + 3)}{x + 3} \\ &= 3x \end{aligned}$$

Temel Matematik Konu Anlatımlı

7. Fonksiyonlarda Dört İşlem

$f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ ve $A \cap B \neq \emptyset$ olsun.

1. $(f \pm g) : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$$

2. $(f \cdot g) : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

3. $\left(\frac{f}{g} \right) : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$

$$\left(\frac{f}{g} \right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad (g(x) \neq 0)$$

4. c reel sayı ise, $(c \cdot f)(x) = c \cdot f(x)$ şeklindedir.

Örnek Soru

$$f = \{(1, 2), (-1, 0), (-2, 3)\}$$

$$g = \{(1, 3), (-2, 1), (2, 2)\}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f - g$ fonksiyonunu bulunuz.

Çözüm

f fonksiyonu için tanım kümesi A ise $A = \{-1, 1, -2\}$

g fonksiyonu için tanım kümesi B ise $B = \{1, -2, 2\}$

$A \cap B = \{-2, 1\}$ olur.

$$(f - g)(-2) = f(-2) - g(-2) = 3 - 1 = 2$$

$$(f - g)(1) = f(1) - g(1) = 2 - 3 = -1$$

$f - g = \{(-2, 2), (1, -1)\}$ olur.

Permütasyon Fonksiyon

Tanım ve değer kümeleri birbirine eşit olan bire bir ve örten fonksiyonlara **permütasyon fonksiyonu** denir.

$f : A \rightarrow A$ ya ve $A = \{a,b,c,d\}$ olsun.

$f(a) = c, f(b) = d, f(c) = b, f(d) = a$ olan bire bir ve örten olan bir permütasyon fonksiyondur. Bu fonksiyon

$$f = \{(a,c), (b,d), (c,b), (d,a)\}$$

veya

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & b & a \end{pmatrix}$$

biçiminde gösterilir.

$s(A) = n$ ise A da tanımlı permütasyon fonksiyonların sayısı $n!$ kadardır.

$$\left. \begin{aligned} (fog)(a) &= f(g(a)) = f(d) = a \\ (fog)(b) &= f(g(b)) = f(c) = b \\ (fog)(c) &= f(g(c)) = f(a) = c \\ (fog)(d) &= f(g(d)) = f(b) = d \end{aligned} \right\} fog = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & b & c & a \end{pmatrix}$$

Örnek Soru

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesinde tanımlı

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & b & d \end{pmatrix}$$

$$g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & a & b \end{pmatrix}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, f^{-1} ve fog fonksiyonlarını bulunuz.

Çözüm

$$\left. \begin{aligned} f(a) &= c \Rightarrow f^{-1}(c) = a \\ f(b) &= a \Rightarrow f^{-1}(a) = b \\ f(c) &= b \Rightarrow f^{-1}(b) = c \\ f(d) &= d \Rightarrow f^{-1}(d) = d \end{aligned} \right\} f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix}$$

Örnek Soru

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

fonksiyonları veriliyor.

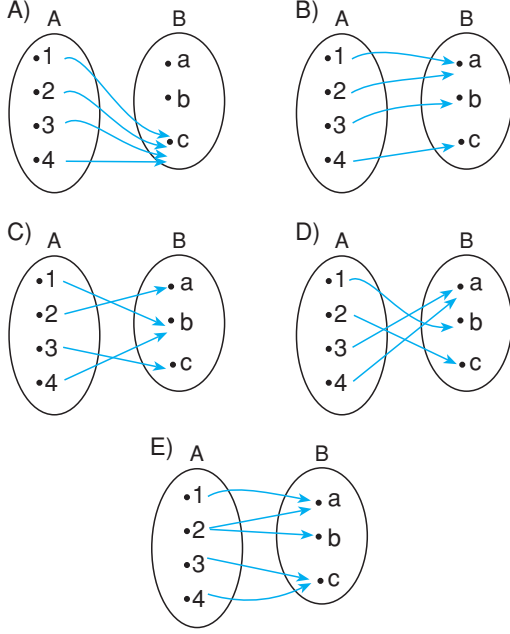
Buna göre, fog^{-1} permütasyon fonksiyonunu bulunuz.

Çözüm

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ ise } g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} fog^{-1} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ kümeleri için aşağıda verilen bağıntılardan hangisi bir fonksiyon belirtmez?



3. Aşağıda verilen bağıntılardan hangisi fonksiyondur?

A) $f : Z \rightarrow N, f(x) = 2x + 5$

B) $f : Z \rightarrow Z, f(x) = \frac{5x+2}{4}$

C) $h : R \rightarrow R, h(x) = \sqrt{x-5}$

D) $t : \{-2, 0, 2\} \rightarrow \{-1, 7\}, t(x) = 2x^2 - 1$

E) $m : R \rightarrow R, m(x) = \sqrt{7-x}$

4. $f : A \rightarrow B$ ye olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$A = \{-1, 0, 1\}$$

olduğuna göre, A'nın f altındaki görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1, 0, 1\}$

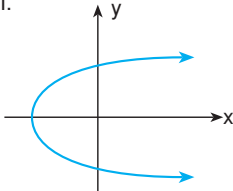
B) $\{0, 1, 4\}$

C) $\{0, 1\}$

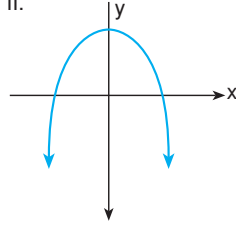
D) R

E) N

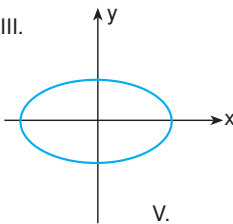
2. I.



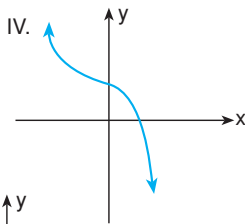
- II.



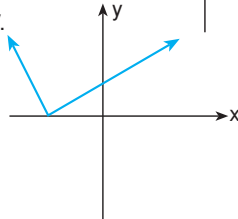
- III.



- IV.



- V.



Yukarıda verilen bağıntılardan kaç tanesi fonksiyon belirtir?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

5. $f : A \rightarrow B$ ye

$$f(x) = \frac{2x+1}{3}$$

$$f(A) = \{1, 2, 5, 8\}$$

olduğuna göre, A kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?

A) 14

B) 18

C) 20

D) 22

E) 24

6. $f : R \rightarrow R$ ye olmak üzere,

$$f(x+5) = 2x - 7$$

olduğuna göre, $f(4) + f(0)$ toplamı kaçtır?

A) -26

B) -22

C) -17

D) -12

E) -6

7. Reel sayılarda tanımlı,

$$f(x) = (3a-5)x + 2 - b$$

fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre, $a-b$ farkı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye olmak üzere,

$$f(x) = (2a - 1)x + 4a + 3$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(a)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{7}{2}$ E) 5

9. $x \neq -\frac{1}{2}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{3x - a}{2x + 1}$$

fonksiyonunun sabit fonksiyon olması için a kaç olmalıdır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) 0 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

10. $f(x) = \frac{3x-1}{2}$

fonksiyonu için $f(a) = f^{-1}(a)$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye doğrusal bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(2) = -1$$

$$f(-1) = -10$$

olduğuna göre, $f(1)-f(0)$ farkı kaçtır?

- A) -11 B) -7 C) 3 D) 4 E) 11

12. $f(x) = x^2 + 1$

olduğuna göre, $f(x) - f(-x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2(x^2 + 1)$ B) $2x^2$ C) -2 D) 0 E) 2

13. $f(x - 2) = x^2 - 2x + 1$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $x^2 + 2x + 1$ C) $6x + 9$
D) $x^2 - 4x + 4$ E) $x^2 + 6x + 9$

14. Uygun koşullarda tanımlı

$$f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) $-\frac{8}{3}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) 0 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{10}{3}$

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye olmak üzere,

$$f(x) = (2a-1)x + \frac{a+3}{a-1}$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre,

$f\left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

- A) -7 B) $-\frac{7}{2}$ C) -3 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

2. Aşağıdaki bağıntılardan hangisi bir fonksiyondur?

A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f = \{(x, y) \mid xy + y = x\}$

B) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f = \{(x, y) \mid x = y^2\}$

C) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f = \{(x, y) \mid 2x + y = 5\}$

D) $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı
 $f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 1), (2, 2)\}$

E) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x+1} \right\}$

3. $f(x) - f(x+1) = x + 1$

$$f(3) = 5$$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

4. $f(x) = \frac{1}{x+1}$

olduğuna göre, $f(2x)$ in $f(x)$ türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{f(x)}{2-f(x)}$ B) $\frac{1}{2f(x)+1}$ C) $\frac{f(x)}{2-2f(x)}$
D) $2f(x)$ E) $\frac{f(x)}{f(x)+2}$

5. f ve $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$$

$$g(x, y) = 3x + y$$

bağıntıları veriliyor.

$f(f(3,1), g(2,2))$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{5}{3}$ B) $-\frac{5}{4}$ C) $-\frac{4}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{3}$

6. $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{3}$

$$g(x) = x + 1$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(2)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı doğrusal bir fonksiyondur.

$$(f \circ f)(x) = 4x - 12$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaç olabilir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

8. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu için,

$$f\left(\frac{2x+1}{-x+2}\right) = -x+1$$

olduğuna göre, $f^{-1}(3)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 2

9. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3x - 1$$

$$g(x) = 3 - x$$

$$(f \circ g)(a) = 5$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. Uygun koşullarda tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$f(x) = x^3 - 2x + 3, \quad g(x) = 2x + 1$$

olduğuna göre $(f^{-1} \circ g)^{-1}(2)$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

11. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye

$$f(x) = \frac{2x-1}{3}$$

$$g(x) = x + 1$$

fonsiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f)^{-1}(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

12. Bire bir ve örten olan f ve g fonksiyonları için,

$$(g \circ f^{-1})(x) = 2x - 3$$

$$(g \circ f)(x) = 1 - x$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Buna göre, $(f \circ f)(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $-2 - 2x$ B) $\frac{4-x}{2}$ C) $-2x - 1$
D) $\frac{x-4}{3}$ E) $4 - 2x$

13. $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2x - 1$$

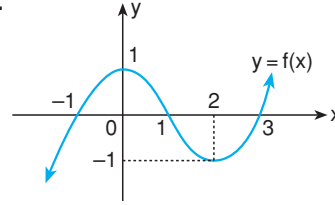
$$g^{-1}(x) = x + 2$$

$$h^{-1}(x) = \frac{1-x}{3}$$

olduğuna göre, $(f \circ g^{-1} \circ h)(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{6-5x}{3}$ B) $5 - 6x$ C) $\frac{11-2x}{3}$
D) $\frac{4-3x}{2}$ E) $-6x - 3$

14.



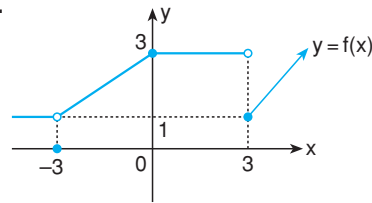
Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ f \circ f \circ \dots \circ f)(2)$ bileşke işleminin 17 tane f

sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

15.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ f \circ f \circ f)(-3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

1. $f(x+1) - f(x) = 5$ ve $f(1) = 4$
olduğuna göre, $f(100)$ değeri kaçtır?
A) 504 B) 500 C) 499 D) 398 E) 297

2. f doğrusal bir fonksiyondur.
 $f(x) + f(x+1) = 2x - 3$
olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $f(x) = \frac{x+1}{2}$
 $(f \circ g)(x) = 3x - 5$
olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $6x - 8$ B) $6x - 11$ C) $6x + 9$
D) $\frac{6x-8}{3}$ E) $\frac{3x+1}{2}$

4. $A = \{0,1,2,3\}$ ve $B = \{1,3,4\}$ kümeleri için,
 $f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^{x+1}$
 $g: B \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x + 2$
fonksiyonları veriliyor.
Buna göre, $\frac{2f}{f+g}$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\left\{1, \frac{4}{3}\right\}$ B) $\{1,2\}$ C) $\left\{\frac{4}{3}, \frac{3}{2}\right\}$
D) $\left\{\frac{4}{3}, 2\right\}$ E) $\{0,1\}$

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye doğrusal bir fonksiyondur.

$$(f \circ f)(x) = \frac{9x+1}{4}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{15x+1}{10}$ B) $\frac{-3x-1}{2}$ C) $\frac{-2x-1}{3}$
D) $\frac{4x-1}{9}$ E) $\frac{15x-2}{10}$

6. $f(x) = ax + 2$
 $g(x) = 2x + a$
fonksiyonları veriliyor.
 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$
olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 1 D) 3 E) 6

7. f ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı iki fonksiyondur.

$$f(x) = 3x - 1$$

$$(g \circ f)(x) = 1 - x$$

olduğuna göre, $g(1)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 9

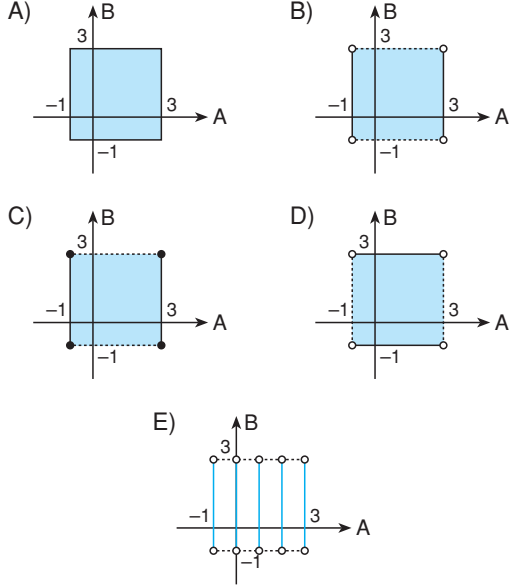
8. $f(2x-1) = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 5$

olduğuna göre $f(\sqrt[3]{5})$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt[3]{5}$ C) $\sqrt[3]{5} - 4$
D) $\frac{\sqrt[3]{5}+1}{2}$ E) $\sqrt[3]{5} + 4$

1. $A = \{x : |x - 1| \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$
 $B = \{x : |1 - x| < 2, x \in \mathbb{R}\}$

olduğuna göre, $A \times B$ nin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2. $\beta = \{(x, y) : x \leq y, (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}\}$

bağıntısı için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I. Yansıyandır.
 II. Simetriktir.
 III. Ters simetriktir.
 IV. Geçişkendir.

- A) Yalnız I
 B) I ve II
 C) I ve III
 D) III ve IV
 E) I, III ve IV

3. $f(x) = \begin{cases} x-2, & x \geq 0 \text{ ise} \\ 2x+1, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $(f \circ f)(1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2
 B) -1
 C) 0
 D) 1
 E) 2

4. $f: A \rightarrow B$ ye olmak üzere,

$$f(x) = 3x + 1 \text{ ve } B = (-1, 3]$$

olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]$
 B) $(-2, 10]$
 C) $\left(0, \frac{2}{3}\right]$
 D) $[-2, 10]$
 E) $\left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]$

5. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow (1, \infty)$

$g: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$ ye olmak üzere,

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

$$g(x) = \left(\frac{3x+2}{x+1}\right)$$

fonksiyonları bire bir ve örten fonksiyonlardır.

Buna göre, $(f^{-1} \circ g)^{-1}(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{20}{19}$
 B) $\frac{23}{10}$
 C) $-\frac{2}{5}$
 D) $-\frac{5}{4}$
 E) $-\frac{7}{6}$

6. $f\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right) = x+1$

olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

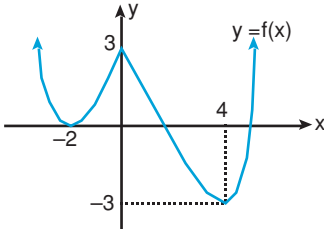
- A) -7
 B) -6
 C) 3
 D) 5
 E) 6

7. $f(x) = x^2 - x + 1$

olduğuna göre, $f(x) - f(-x)$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2x$ B) $2x$ C) 0
D) $2x^2$ E) $2x^2 - 2x + 2$

8.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ f)(-2) + f^{-1}(-3)$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 7 E) 10

9. $f(x) = \frac{2x}{3x+1}$

olduğuna göre, $f(x+1)$ in $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2f(x)}{2f(x)+1}$ B) $\frac{2f(x)+2}{9f(x)+8}$ C) $\frac{f(x)}{2-3f(x)}$
D) $\frac{4-4f(x)}{8-9f(x)}$ E) $\frac{3f(x)-2}{f(x)}$

10. $f(x) = 2f(x+2) - 3$ ve $f(2) = 3$

olduğuna göre, $f(100)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. Uygun şartlarda tanımlı f fonksiyonu için,

$$f^{-1}((2x + g(x)) = 3x - 2$$

olduğuna göre, $f(1) - g(1)$ farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ ve $f(3) = 2$

olduğuna göre, $f(18)$ kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 32 D) 36 E) 64

13. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = x^2 + 2x + 1$ fonksiyonu veriliyor.

$$A = (-2, 2] \text{ ve } f(A) = B$$

olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(1, 9]$ B) $[1, 9]$ C) $(0, 9]$ D) $[0, 9]$ E) $[0, 4]$

14. $f_1(x) = x$, $f_2(x) = x + 1$, $f_3(x) = x + 2$
 $f_4(x) = x + 3$, ..., $f_n(x) = x + (n - 1)$

olduğuna göre,

$$(f_n \circ \dots \circ f_3 \circ f_2 \circ f_1)(x)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + n^2 - n$ B) $nx + n - 1$ C) $x + \frac{n^2 - n}{2}$
D) $(x + n - 1)!$ E) $nx + \frac{n^2 - n}{2}$

1. Uygun koşullarda tanımlı,

$$f(x) = \frac{-ax+1}{3x-2}$$

fonksiyonu için $f(x) = f^{-1}(x)$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı,

$$f(x) = 2x + 3$$

fonksiyonu için $f^{-1}(a+3) = 2$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $f(x) = 2^{3x-1}$

olduğuna göre, $f(2x)$ in $f(x)$ cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3f(x)$ B) $3f^2(x)$ C) $2f^2(x)$
D) $2f(x)$ E) $2f^3(x)$

4. $f(x) = \frac{ax^2+3x-6}{4x^2+6x+b}$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -13 B) -12 C) -11 D) -10 E) -9

5. $f: A \rightarrow B$ ve $g: B \rightarrow C$ birer 1-1 ve örten fonksiyondur.

$$f(x) = 3x - 1$$

$$g(x) = 2x + 1$$

$$B = \{-1, 1\}$$

olduğuna göre, A ve C kümelerinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) $\frac{11}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) 3 D) 0 E) $-\frac{2}{3}$

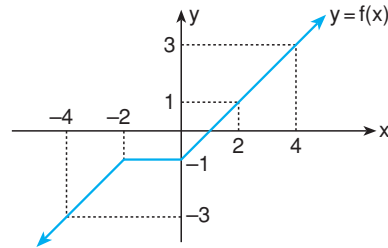
6.

$$f(x) = \begin{cases} |x+2|, & x \leq 2 \text{ ise} \\ |x-1|, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, $(f \circ f)(2)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\frac{f^{-1}(3) + f(-1) - f(4)}{f^{-1}(-3)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 0 D) 2 E) 5

8. $f(x) = 2x + 1$ ve $f(f(a)) = a$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) -2 E) $-\frac{5}{2}$

9. f doğrusal bir fonksiyondur.

$$(f \circ f)(x) = 16x - 3$$

olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

10. $f(x) = x^2 + x - 1$

olduğuna göre, $f(x - 1) - f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^2 - 1$ B) $-2x$ C) $x^2 + 1$
D) 0 E) $1 - x$

11. $a > 0$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{ax}{x+2}, \quad (f \circ f)(x) = \frac{9x}{bx+c}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

12. f doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$f(x^2) + f(x + 1) = 3x^2 + 3x + 1$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x+1}{3}$ B) $x - 1$ C) $3x - 1$
D) $\frac{3x+1}{2}$ E) $\frac{x-1}{2}$

13. Tanımlı olduğu aralıklarda,

$$f\left(\frac{x^2+1}{2x^2-1}\right) = x^2 - 3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f\left(\frac{3}{5}\right)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 12

14. $[(f \circ g) \circ (f^{-1} \circ g)^{-1}](x) = 16x - 5$

olduğuna göre, $f(2)$ nin pozitif değeri kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

15. $f_1(x) = x$

$$f_2(x) = 2x$$

$$f_3(x) = 4x$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$f_n(x) = 2^{n-1}x$$

fonksiyonları tanımlanıyor.

$(f_1 \circ f_2 \circ f_3 \circ \dots \circ f_n)(x) = 1024x$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 6 D) 5 E) 4

14.ÜNİTE

İŞLEM

KAZANIM

- İşlem kavramını açıklar.
- Verilen işlemler ile ilgili uygulamalar yapar.
- Verilen bir işlemin kapalılık, değişme, birleşme, dağılma, birim eleman, ters eleman ve yutan eleman özelliklerinin varlığını araştırır.

İŞLEM

A boş olmayan bir küme ve $A \subset B$ olsun. $A \times A$ kümesinden B kümesine tanımlanan fonksiyona A da **ikili işlem** veya **işlem** denir.

$$f: A \times A \rightarrow B$$

İşlemler, fonksiyonları göstermek için kullanılan küçük harfler yerine " Δ , $\square$, $\star$, $+$, $-$, $\cdot$, $:$, $\dots$ " gibi sembollerle gösterilir.

Gerçek sayılar kümesi üzerindeki tanımlanmış en yaygın ikili işlemler toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleridir. Pozitif reel sayılar kümesinde tanımlı karekök alma işlemi bir tekli işlemdir.

Örnek Soru

Tam sayılar kümesinde tanımlı " Δ " işlemi

$$x \Delta y = x + y + 5$$

şeklinde veriliyor.

Buna göre, $(3 \Delta 2)$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$x \Delta y = x + y + 5$ olduğuna göre $x = 3$, $y = 2$ için

$$3 \Delta 2 = 3 + 2 + 5$$

$$= 10 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

Reel sayılar kümesinde tanımlı " $\star$ " işlemi

$$x \star y = \begin{cases} x + 2y, & x \geq y \text{ ise} \\ x \cdot y + 1, & x < y \text{ ise} \end{cases}$$

kuralıyla veriliyor.

Buna göre, $(1 \star 2) \star 3$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$1 \star 2$ işleminde $1 < 2$ olduğuna göre, $1 \star 2 = 1 \cdot 2 + 1 = 3$ olur.

$3 \star 3$ işleminde $3 \geq 3$ olduğuna göre, $3 \star 3 = 3 + 2 \cdot 3 = 9$ olur.

Örnek Soru

Sıfırdan farklı reel sayılar kümesinde tanımlı " $\square$ " işlemi

$$2x \square \frac{2}{y} = 4x + 2y$$

kuralıyla veriliyor.

Buna göre, $1 \square 4$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$2x \square \frac{2}{y} = 4x + 2y \text{ işleminde } 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ve}$$

$$\frac{2}{y} = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$2 \cdot \frac{1}{2} \square \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$1 \square 4 = 2 + 1 = 3 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

Tam sayılar kümesinde tanımlı " Δ " işlemi

$$x \Delta y = \{x \text{ ile } y \text{ den büyük olmayanı}\}$$

kuralıyla veriliyor.

Buna göre, $(1 \Delta 3) \Delta (2 \Delta 4)$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} 1\Delta 3 = 1 \\ 2\Delta 4 = 2 \end{array} \right\} (1\Delta 3)\Delta(2\Delta 4) = 1\Delta 2 = 1 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

Reel sayılar kümesinde tanımlı “ $\star$ ” işlemi

$$(x + 1)\star(y - 1) = 2x + 3y + 1$$

kuralıyla veriliyor.

Buna göre, $x\star(y + 1)$ işlemi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + y + 1$ B) $3x + y + 5$ C) $2x + 3y + 5$
D) $3x + 2y + 5$ E) $x + y + 5$

Çözüm

$(x + 1)\star(y - 1) = 2x + 3y + 1$ işleminde x yerine $x - 1$, y yerine $y + 2$ yazılmalıdır.

$$(x - 1 + 1)\star(y + 2 - 1) = 2(x - 1) + 3(y + 2) + 1$$

$$x\star(y + 1) = 2x - 2 + 3y + 6 + 1 = 2x + 3y + 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

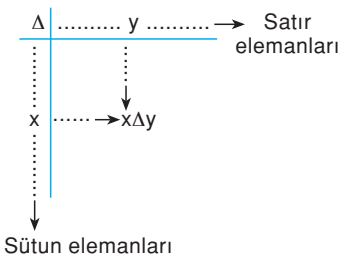
kümesinde tanımlı Δ işleminin tablosu aşağıda verilmiştir.

Δ	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	1
2	3	4	5	1	2
3	4	5	1	2	3
4	5	1	2	3	4
5	1	2	3	4	5

Buna göre, $[(1\Delta 2) \Delta (3\Delta 4)] \Delta 5$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

İşlem tablosunda $x\Delta y$ işleminin sonucunu bulmak için, x elemanı sütundan, y elemanı satırdan seçilerek işlem yapılır.



Buna göre, $1\Delta 2 = 3$ ve $3\Delta 4 = 2$ 'dir.

$$[(1\Delta 2) \Delta (3\Delta 4)] \Delta 5 = (3\Delta 2) \Delta 5 = 5 \Delta 5 = 5 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

Reel sayılar kümesinde tanımlı “ $\circ$ ” işlemi

$$x\circ y = 2x + 3y$$

kuralıyla veriliyor.

Buna göre, $(1\circ 2) \circ (x - 1) = 5$ denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

Çözüm

$$1\circ 2 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 2 + 6 = 8 \text{ dir.}$$

$$8\circ(x - 1) = 2 \cdot 8 + 3(x - 1) = 5$$

$$16 + 3x - 3 = 5 \Rightarrow 3x + 13 = 5$$

$$3x = -8 \Rightarrow x = -\frac{8}{3} \text{ tür.}$$

İŞLEMİN ÖZELLİKLERİ

1. Kapalılık Özelliği

Boş olmayan A kümesi üzerinde “ Δ ” işlemi tanımlanmış olsun.

$\forall x, y \in A$ için $x\Delta y \in A$ ise “ **A kümesi Δ işlemine göre kapalıdır.**” denir.

Örnek Soru

Aşağıda verilen işlemlerden hangisinin doğal sayılar kümesi üzerinde kapalılık özelliği vardır?

A) $a\Box b = a^2 - b^2$ B) $a\Diamond b = \frac{3ab}{2a+b}$

C) $x\star y = 3x - 6y$ D) $x\heartsuit y = 4xy + 5$

E) $x\Delta y = \frac{x+y}{2x-y}$

Çözüm

A) $a = 2$ ve $b = 3$ seçilirse; $a\Box b = 2^2 - 3^2 = -5 \notin \mathbb{N}$
Kapalılık özelliği yoktur.

B) $a = 2$ ve $b = 3$ seçilirse;

$$a\Diamond b = \frac{3 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 + 3} = \frac{18}{7} \notin \mathbb{N}$$

Kapalılık özelliği yoktur.

C) $x = 1, y = 2$ seçilirse; $x \star y = 3.1 - 6.2 = -9 \notin \mathbb{N}$
Kapalılık özelliği yoktur.

D) Her x, y doğal sayıları için $4xy + 5$ daima doğal sayı olacağından $\heartsuit$ işleminin kapalılık özelliği vardır.

E) $x = 1, y = 2$ seçilirse $x \Delta y = \frac{1+2}{2.1-2} \notin \mathbb{N}$ olur.

Kapalılık özelliği yoktur.

Yanıt D

UYARI

Bir A kümesi üzerinde tanımlanan Δ işleminin sonuçları tablo ile verildiğinde tablodaki bütün sonuçlar A kümesine ait ise A kümesinin Δ işlemine göre kapalılık özelliği vardır.

+	-1	0	1
-1	-2	-1	0
0	-1	0	1
1	0	1	2

•	-1	0	1
-1	1	0	-1
0	0	0	0
1	-1	0	1

$A = \{-1, 0, 1\}$ kümesinde tanımlı $+$ işleminin tablosunda bulunan -2 ve 2 sonuçları A kümesinin elemanı değildir. Bu durumda A kümesinin $+$ işlemine göre, kapalılık özelliği yoktur.

$A = \{-1, 0, 1\}$ kümesinde tanımlı $\bullet$ işleminin tablosunda bulunan tüm sonuçlar A kümesinin elemanıdır. Bu durumda A kümesinin $\bullet$ işlemine göre kapalılık özelliği vardır.

2. Değişme Özelliği

Boş olmayan A kümesi üzerinde Δ işlemi tanımlanmış olsun.

$\forall x, y \in A$ için $x \Delta y = y \Delta x$ ise " Δ işleminin A kümesi üzerinde değişme özelliği vardır." denir.

Örnek Soru

Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$xoy = 2x + 2y + 5$$

işleminin değişme özelliğinin varlığını araştırınız.

Çözüm

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \text{ için; } xoy = 2x + 2y + 5$$

$$yox = 2y + 2x + 5$$

$xoy = yox$ olduğundan o işleminin değişme özelliği vardır.

UYARI

Bir işlem tablosundaki sonuçlar işlemin sembolünü gören köşegene göre simetrik ise bu işlemin değişme özelliği vardır.

★	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	a	b	c
c	a	b	c	d
d	b	c	d	a

→ köşegen

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesinde tanımlı $\star$ işleminin tablosu sol üstten başlayan köşegene göre simetrik olduğundan $\star$ işleminin değişme özelliği vardır.

Örnek Soru

$x \neq y$ olmak üzere gerçekte sayılar kümesinde,

$$xoy = 3x + m.y + xy + 8$$

şeklinde tanımlı " o " işleminin değişme özelliği olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

o işleminin değişme özelliği olduğundan $xoy = yox$ tir.

$$3x + my + xy + 8 = 3y + mx + yx + 8$$

$$3x + my = 3y + mx$$

$$3x - 3y = mx - my$$

$$3(x - y) = m(x - y)$$

$$m = 3 \text{ tür.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Reel sayılar kümesinde tanımlı “ $\star$ ” işleminin değişme özelliği vardır.

$$x \star y = 4x + 4y - 3(y \star x)$$

olduğuna göre, $5 \star 10$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 25 C) 30 D) 45 E) 60

Çözüm

Değişme özelliği olduğuna göre, $y \star x = x \star y$ dir.

Buna göre, $x \star y = 4x + 4y - 3(x \star y)$

$$4(x \star y) = 4x + 4y$$

$$x \star y = x + y \text{ olur.}$$

Buna göre, $5 \star 10 = 5 + 10 = 15$ tir.

Yanıt A

3. Birleşme Özelliği

Boş olmayan A kümesi üzerinde “ Δ ” işlemi tanımlanmış olsun.

$\forall x, y, z \in A$ için $(x \Delta y) \Delta z = x \Delta (y \Delta z)$

ise “ Δ işleminin birleşme özelliği vardır.” denir.

4. Birim (Etkisiz) Eleman

Boş olmayan A kümesinde Δ işlemi tanımlanmış olsun.

$\forall x \in A$ için $x \Delta e = e \Delta x = x$

olacak biçimde yalnız bir $e \in A$ varsa, e elemanına Δ işleminin birim elemanı denir.

UYARI

“ Δ ” işleminin A kümesine göre değişme özelliği var ise $x \Delta e = x$ eşitliğine bakmak yeterlidir.

Örnek Soru

Tam sayılar kümesinde tanımlı “ Δ ” işlemi

$$x \Delta y = x + y - 8$$

olduğuna göre, “ Δ ” işleminin birim elemanı kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 16 E) 20

Çözüm

$\forall x \in \mathbb{Z}$ için $x \Delta e = x$ ise

$$x + e - 8 = x$$

$$e = 8 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Örnek Soru

$\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ da tanımlı “ $\star$ ” işlemi,

$$(a, b) \star (x, y) = (a + x - 2, b.y)$$

olduğuna göre, “ $\star$ ” işleminin birim elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 1) B) (2, 1) C) (-1, 1)
D) (1, 2) E) (-2, 1)

Çözüm

Birim eleman (e_1, e_2) olsun.

$$(a, b) \star (e_1, e_2) = (a, b)$$

$$(a + e_1 - 2, b.e_2) = (a, b)$$

$$a + e_1 - 2 = a \text{ ve } b.e_2 = b \text{ olmalıdır.}$$

Buradan $e_1 = 2$ ve $e_2 = 1$ bulunur.

O hâlde “ $\star$ ” işleminin birim elemanı

$$(e_1, e_2) = (2, 1) \text{ olur.}$$

Yanıt B

UYARI

Birim eleman varsa tektir. Dolayısıyla bir değişkene bağlı olmaması gerekir. Diğer bir deyişle birim eleman sabit bir reel sayı olmalıdır.

Örnek Soru

$$a \star b = 2a + (2k - 1)b - 2ab + 1$$

işleminin birim elemanı olduğuna göre, k reel sayısı kaç olmalıdır?

Çözüm

Birim eleman e olsun.

$$a \star e = a$$

$$2a + (2k - 1)e - 2ae + 1 = a$$

$$e(-2a + 2k - 1) = -a - 1$$

$$e = \frac{-a - 1}{-2a + 2k - 1} \in \mathbb{R}$$

olacağından $\frac{-1}{-2} = \frac{-1}{2k - 1}$ eşitliği sağlanmalıdır.

$$2k - 1 = -2 \Rightarrow 2k = -1 \Rightarrow k = -\frac{1}{2} \text{ olmalıdır.}$$

Örnek Soru

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinde tanımlı Δ işlemi aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Δ	a	b	c	d	e
a	c	d	e	a	b
b	d	e	a	b	c
c	e	a	b	c	d
d	a	b	c	d	e
e	b	c	d	e	a

Buna göre, " Δ " işleminin birim elemanı (varsa) nedir?

Çözüm

Başlangıç satırı ile aynı olan satır ile, başlangıç sütunu ile aynı olan sütunun kesiştiği yerdeki eleman birim elemandır.

Δ	a	b	c	d	e
a	c	d	e	a	b
b	d	e	a	b	c
c	e	a	b	c	d
d	a	b	c	d	e
e	b	c	d	e	a

O hâlde Δ işleminin birim elemanı d dir.

Yanıt D

5. Ters Eleman

Boş olmayan A kümesinin " Δ " işlemine göre birim elemanı e olsun.

$$\forall x \in A \text{ için } x \Delta x^{-1} = x^{-1} \Delta x = e$$

ise x^{-1} elemanına Δ işlemine göre x in tersi denir.

Örnek Soru

Reel sayılar kümesinde tanımlı " Δ " işlemi

$$x \Delta y = x + y - 5$$

olduğuna göre, 3 ün tersi kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm

Önce Δ işleminin birim elemanı bulunmalıdır.

$$x \Delta e = x$$

$$x + e - 5 = x \rightarrow e = 5 \text{ bulunur.}$$

3 ün tersi olan eleman a olsun.

$$3 \Delta 3^{-1} = e$$

$$3 \Delta a = 5$$

$$3 + a - 5 = 5$$

$$a = 7 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek Soru

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

kümesinde tanımlı " $\star$ " işleminin tablosu

$\star$	1	3	5	7	9
1	7	9	1	3	5
3	9	1	3	5	7
5	1	3	5	7	9
7	3	5	7	9	1
9	5	7	9	1	3

olduğuna göre, $3^{-1} \star 5^{-1}$ işleminin sonucu kaçtır?

(x^{-1} : x in $\star$ işlemine göre tersidir.)

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Çözüm

Birim eleman 5 tir.

3 ün tersini bulmak için başlangıç sütunundan 3 ün bulunduğu satırda birim elemanın (5 in) bulunduğu sütundan başlangıç satırına çıkılırsa 7 görülür.

Öyleyse $3^{-1} = 7$ dir.

$$3 \star 3^{-1} = 5 \Rightarrow 3^{-1} = 7 \text{ dir.}$$

$$5 \star 5^{-1} = 5 \Rightarrow 5^{-1} = 5 \text{ tir.}$$

Buna göre, $7 \star 5 = 7$ dir.

Yanıt D

Örnek Soru

Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$x \star y = x + y - 2xy$$

işleminde tersi kendisine eşit olan elemanların toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Çözüm

$$x \star e = x \text{ ise } x + e - 2xe = x \Rightarrow e = 0 \text{ bulunur.}$$

$$x \star x^{-1} = e$$

$$x \star x = 0 \text{ ise}$$

$$x + x - 2x \cdot x = 0 \text{ ise } 2x - 2x^2 = 0$$

$$2x(1 - x) = 0$$

$$x = 0 \text{ veya } x = 1 \text{ dir.}$$

Buna göre, $0 + 1 = 1$ bulunur.

Yanıt A

6. Yutan Eleman

Boş olmayan A kümesinde “ Δ ” işlemi tanımlanmış olsun.

$$\forall x \in A \text{ için } x \Delta y = y \Delta x = y$$

olacak biçimde yalnız bir $y \in A$ varsa y elemanına “A kümesinin “ Δ işlemine göre yutan elemanı” denir.

UYARI

Yutan elemanın “ Δ ” işlemine göre tersi yoktur. Ancak bu tersi olmayan eleman yutan elemandır anlamına gelmez.

Örnek Soru

Reel sayılar kümesinde tanımlı “ Δ ” işlemi,

$$x \Delta y = x + y - 8xy$$

olduğuna göre, “ Δ ” işleminin yutan elemanı kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

Çözüm

$$x \Delta y = y \text{ olmalıdır.}$$

$$x + y - 8xy = y \Rightarrow y = \frac{1}{8} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

7. Bir İşlemin Diğeri Üzerine Dağılma Özelliği

$A \neq \emptyset$ olmak üzere, A kümesinde tanımlı Δ ile $\star$ işlemleri ve, $\forall x, y, z \in A$ için.

$$x \Delta (y \star z) = (x \Delta y) \star (x \Delta z)$$

eşitliği sağlanıyorsa Δ işleminin $\star$ işlemi üzerine soldan dağılma özelliği vardır.

$$(y \star z) \Delta x = (y \Delta x) \star (z \Delta x)$$

eşitliği sağlanıyorsa Δ işleminin $\star$ işlemi üzerine sağdan dağılma özelliği vardır.

Δ işleminin $\star$ işlemi üzerine hem sağdan hem de soldan dağılma özelliği varsa, “ Δ işleminin $\star$ işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.” denir.

UYARI

Gerçek sayılar kümesinde tanımlanan; çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özellikleri varken, bölme işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği yoktur.

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$a \star b = (a + b) \cdot (a - b)$$

işlemi veriliyor.

Buna göre, $(2 \star 3) \star 1$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 28

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$x \Delta y = \begin{cases} x + y, & x \geq y \text{ ise} \\ x + 2y, & x < y \text{ ise} \end{cases}$$

işlemi veriliyor.

Buna göre, $5 \Delta (1 \Delta 2)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 10 D) 11 E) 15

3. Sıfırdan farklı reel sayılar kümesinde,

$$a \Delta b = \begin{cases} a^b, & b > 0 \text{ ise,} \\ b^a, & b < 0 \text{ ise,} \end{cases}$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $(2 \Delta 3) \Delta (3 \Delta -1)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$a \star b = a^2 + ab \text{ ve } a \circ b = a - 2b + 3$$

işlemleri veriliyor.

Buna göre, $(2 \star 3) \circ 5$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$a \star b = a^2 - b$$

$$a \circ b = \text{Min}(a, b)$$

$$a \Delta b = \text{Max}(a, b)$$

işlemleri veriliyor.

Buna göre, $[(3 \circ 4) \star 2] \Delta 5$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. Reel sayılar kümesinde $\star$ işlemi,

$$x \star y = 2x + y - a$$

olarak tanımlanmıştır.

$3 \star 2 = 5$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$a \circ b = a^3 + b$$

işlemi veriliyor.

$x \circ 2 = -6$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

8. Tam sayılar kümesi üzerinde $\circ$ ve Δ işlemleri,

$$x \circ y = (x \Delta y) + 3xy$$

$$x \Delta y = \begin{cases} x + y, & x \geq y \text{ ise} \\ x - y, & x < y \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $2 \circ 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

9. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$a \circ b = a + b - ab$$

işlemi veriliyor.

$$\frac{1}{2} \circ \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ ok}$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

10. Reel sayılar kümesinde,

$$x \Delta y = 3^{xoy}$$

$$xoy = 2x - y$$

işlemleri tanımlanıyor.

Buna göre, $1 \Delta 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 3 D) 9 E) 27

11. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$a \circ b = 2^{a \Delta b} + 2$$

$$a \Delta b = a + b - 2$$

işlemleri veriliyor.

Buna göre, $2 \circ 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

12. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$a \star b = 2(a \circ b)$$

$$a \circ b = b - (a \star b)$$

işlemleri veriliyor.

Buna göre, $2 \circ 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

13. Pozitif reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$x \square y = 3xy + 2$$

$$xoy = \sqrt{xy}$$

işlemleri veriliyor.

Buna göre, $(1 \square 2) \circ (2 \square 1)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

14. Reel sayılar kümesi üzerinde tanımlanan,

$$x \Delta y = x + y + 3$$

işleminin birim elemanı kaçtır?

- A) 3 B) 1 C) 0 D) -1 E) -3

15. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$a \circ b = a + b - 3ab$$

işlemine göre, 3'ün tersi kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{3}{5}$ E) 3

- 16.
- $\star$
- 0 1 2 3 4

0	2	3	4	0	1
1	3	4	0	1	2
2	4	0	1	2	3
3	0	1	2	3	4
4	1	2	3	4	0

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

kümesi üzerinde tanımlı $\star$ işlemi yandaki tablo ile verilmiştir.

(x^{-1} : x in $\star$ işlemine göre tersidir.)

$2 \star 4^{-1} = 0 \star x$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1. Sıfırdan farklı reel sayılar kümesinde tanımlı

$$\frac{1}{a \Delta b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

işlemi veriliyor.

Buna göre, $2 \Delta 4$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) 6

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$4(aob) + 2a = 2(aob) - 5b + 1$$

işlemi veriliyor.

Buna göre, $2o5$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -10 B) -12 C) -14 D) -16 E) -18

3. Reel sayılar kümesinde tanımlı $\star$ işlemi,

$$4^{a \star b} = 8$$

kuralıyla veriliyor.

Buna göre, $3 \star 2$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 3

4. Sıfırdan farklı reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$\frac{1}{x} \Delta \frac{2}{y} = 3x + 5y$$

işlemi veriliyor.

Buna göre, $3 \Delta 5$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

5. Pozitif reel sayılar kümesinde tanımlı Δ işlemi ile reel sayılar kümesinde tanımlı o işlemi,

$$x \Delta y = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}, & x \leq y \text{ ise} \\ \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}, & x > y \text{ ise} \end{cases}$$

$$xoy = x - y$$

şeklinde veriliyor.

Buna göre;

$$(3 \Delta 1) o (1 \Delta 3)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\sqrt{3}$ B) -1 C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

6. $R - \{0\}$ üzerinde tanımlı, $\frac{1}{a} o \frac{1}{b} = a + 2b$ işlemi veriliyor.

Buna göre, aob işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{a+2b}{2ab}$ B) $\frac{2a+b}{ab}$ C) $\frac{1}{a+2b}$
D) $\frac{1+ab}{a}$ E) $\frac{2ab}{a+2b}$

7. $R^2 - \{0, 0\} \rightarrow R$ ye tanımlı "o" işlemi,

$$(a,b)o(c,d) = \frac{a}{d} + \frac{c}{b}$$

kuralıyla veriliyor.

$$(2, b)o(3, 4) = \frac{11}{10}$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$a \Delta b = \begin{cases} a \star b, & a.b < 0 \text{ ise} \\ aob, & a.b \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

$$a \star b = a^2 + ab$$

$$aob = a^2 - b^2$$

işlemleri veriliyor.

Buna göre, $(2o3)\Delta 4$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. Reel sayılarda tanımlı,

$$xoy = (x\Delta y).(x\Delta 1)$$

$$x\Delta y = (x + y)^2$$

işlemleri veriliyor.

Buna göre, $0o2$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

10. $f(x) = x + 1$

$$x\Delta y = f(x) - f(y)$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $f(x)\Delta f(y)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y$ B) $x - y$ C) $x + y - 2$
D) $x^2 - y^2 + 2x - 2y$ E) $x - y + 2$

11. Sıfırdan farklı reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$x\Delta y = \frac{xy}{3}$$

işlemi veriliyor.

Buna göre, 2'nin Δ işlemine göre tersi kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) -2

12. Reel sayılar kümesinde tanımlı $\square$ ve Δ işlemleri,

$$a\square b = ab - (a\Delta b) \text{ ve } a\Delta b = 2ab + (a\square b)$$

olduğuna göre, $2\square 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) 1 D) 2 E) 3

13. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$a\Delta b = a^2 + b^2$$

işleminin birim elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Yoktur.

14. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$x\Delta y = x + y + 2$$

işlemine göre, tersi 3 olan sayı kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

15. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$aob = a + b + 2 - x$$

işleminde 2'nin tersi 4 olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16.

Δ	a	b	c	d	e
a	d	e	a	b	c
b	e	a	b	c	d
c	a	b	c	d	e
d	b	c	d	e	a
e	c	d	e	a	b

 $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinde tanımlanan Δ işlemi yandaki tablo ile verilmiştir.
(k^{-1} : k'nın Δ işlemine göre tersidir.)

$$a\Delta x = b$$

$$d\Delta y^{-1} = c$$

olduğuna göre, $x^{-1}\Delta y$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) b C) c D) d E) e

15.ÜNİTE

MODÜLER ARİTMETİK

KAZANIM

- ❖ Kalan sınıflarının (denklik sınıflarını) ve kalan sınıflarının kümesini ($\mathbb{Z}/m$) belirtir.
- ❖ Modüler aritmetik ile ilgili özellikleri gösterir ve işlemler yapar.
- ❖ $\mathbb{Z}/m$ kümesinde toplama ve çarpma işlemlerini yapar, özelliklerini belirtir.

MODÜLER ARİTMETİK

a, b, m birer tam sayı ve $m > 0$ olmak üzere,

$$a = m \cdot b + k \quad (0 \leq k < m)$$

eşitliğini sağlayan k sayısına, a'nın m ile bölümünden **kalan** denir.

$$\left. \begin{array}{r} 42 \overline{) 5} \\ \underline{40} \\ 2 \end{array} \right\} 42 = 5 \cdot 8 + 2 \rightarrow \text{Kalan}$$

42 sayısının 5 ile bölümünden elde edilen bölüm 8, kalan 2 dir.

$$\left. \begin{array}{r} -76 \overline{) 8} \\ \underline{-80} \\ -10 \\ \underline{4} \end{array} \right\}$$

"-76 sayısının 8 ile bölümünden elde edilen bölüm -10, kalan 4 tür."

UYARI

Herhangi bir tam sayının 5 ile bölümünden kalanlar $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümesinin; 8 ile bölümünden kalanlar $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin; m ile bölümünden kalanlar $\{0, 1, 2, 3, \dots, m-1\}$ kümesinin elemanlarıdır.

Örnek Soru

Saat tam 3'ü gösterirken çalıştırılan kadranlı bir saatin akrebi 164 saat sonra saat kaç gösterir?

Çözüm

Her 12 saatte bir akrep aynı saati göstereceğinden 164 önce 12 ile bölünerek kalan bulunmalıdır.

$$\begin{array}{r} 164 \overline{) 12} \\ \underline{156} \\ 8 \end{array}$$

Kalan 8 olduğu için saatin akrebi $3 + 8 = 11$ i gösterecektir.

Örnek Soru

Bir asker 5 günde bir nöbet tutmaktadır.

İlk nöbetini çarşamba günü tuttuğuna göre, 23. nöbetini hangi gün tutar?

- A) Çarşamba B) Perşembe C) Cuma
D) Pazar E) Pazartesi

Çözüm

İlk nöbetini çarşamba günü tuttuğuna göre, geriye tutması gereken $23 - 1 = 22$ nöbet kalmıştır.

5 günde bir nöbet tuttuğuna göre, 23. nöbetini $5 \cdot 22 = 110$ gün sonra tutacaktır.

Her 7 günde bir aynı gün olacağından 110 sayısı 7 ile bölünüp, kalana bakılmalıdır.

$$\begin{array}{r} 110 \overline{) 7} \\ \underline{105} \\ 5 \end{array}$$

Çarş.	Perş.	Cuma	C.tesi	Pazar	P.tesi	Salı
0	1	2	3	4	5	6

olduğundan bu asker 23. nöbetini pazartesi günü tutacaktır.

Yanıt E

Denklik Bağıntısı

Yansıma, simetri ve geçişme özelliklerini birlikte sağlayan bağıntıya **denklik bağıntısı** denir.

Tam sayılar kümesinde tanımlanan

$$\beta = \{(x, y) \mid m \mid (x - y), m \in \mathbb{Z}^+ \setminus \{1\}\}$$

bağıntısı denklik bağıntısıdır.

β denklik bağıntısı olduğundan

$\forall (x, y) \in \beta$ için $x \equiv y \pmod{m}$ dir.

Başka bir ifadeyle x in m ile bölümünden kalan y ise “**modül m ye göre, x , y ye denktir.**” denir.

$$x \equiv y \pmod{m}$$

şeklinde gösterilir.

$$\left. \begin{array}{r} x \mid m \\ \hline y \mid k \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = m \cdot k + y \\ x \equiv y \pmod{m} \text{ dir.} \\ (x, y, k \in \mathbb{Z}) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{r} 26 \mid 4 \\ 24 \mid 6 \\ \hline 2 \end{array} \right\} 26 \equiv 2 \pmod{4}$$

$$\left. \begin{array}{r} 44 \mid 7 \\ 42 \mid 6 \\ \hline 2 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{r} 65 \mid 7 \\ 63 \mid 9 \\ \hline 2 \end{array} \right\}$$

44 ve 65 7 ile bölündüklerinde aynı kalanı verdiklerinden $44 \equiv 65 \pmod{7}$ yazılabilir.

- ▶ $37 \equiv 1 \pmod{3}$
- ▶ $43 \equiv 3 \pmod{4}$
- ▶ $2137 \equiv 7 \pmod{10}$
- ▶ $2014 \equiv 7 \pmod{9}$

Tam sayıların $m \in \mathbb{Z}^+$ ile bölümünden kalanların kümesi; $\{0, 1, 2, \dots, m-1\}$ dir.

$m \in \mathbb{Z}^+$ ile bölündüğünde 0 kalanını veren sayıların oluşturduğu kümeye 0 in denklik sınıfı denir. $\bar{0}$ ile gösterilir.

$m \in \mathbb{Z}^+$ ile bölündüğünde 1 kalanını veren sayıların oluşturduğu kümeye 1 in denklik sınıfı denir. $\bar{1}$ ile gösterilir. $m \in \mathbb{Z}^+$ ile bölündüğünde $(m-1)$ kalanını veren sayıların oluşturduğu kümeye $(m-1)$ in denklik sınıfı denir. $\overline{m-1}$ ile gösterilir.

$m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere; tam sayıların m ile bölümünden kalanların oluşturduğu denklik sınıflarının kümesi (kalan sınıflarının kümesi)

$$\mathbb{Z}/m = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \dots, \overline{m-1}\}$$

$$\mathbb{Z}/4 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}\}$$

$$\mathbb{Z}/7 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}\} \text{ dir.}$$

▶ Tam sayılar kümesinde tanımlanan,

$$\beta = \{(x, y) : 3 \mid (x - y)\}$$

denklik bağıntısını inceleyelim.

β bağıntısı farkı 3 ile tam bölünebilen tam sayı ikililerinden oluşmaktadır.

Yani, $(1, 4), (8, 5), \dots, (72, 63), \dots$ β nın elemanlarıdır.

β denklik bağıntısı olduğu için,

$\forall (x, y) \in \beta$ için $x \equiv y \pmod{3}$ tür.

$(1, 4) \in \beta$ olduğu için $1 \equiv 4 \pmod{3}$

$(8, 5) \in \beta$ olduğu için $8 \equiv 5 \pmod{3}$

$(72, 63) \in \beta$ olduğu için $72 \equiv 63 \pmod{3}$ yazılabilir.

DENKLİK ÖZELLİKLERİ

$x, y, a, b, m \in \mathbb{Z}$ ve $m > 1$ olmak üzere,

1. $x \equiv y \pmod{m}$

$a \equiv b \pmod{m}$ ise

I. $x + a \equiv y + b \pmod{m}$

II. $x - a \equiv y - b \pmod{m}$

III. $x \cdot a \equiv y \cdot b \pmod{m}$ dir.

Yani, aynı modüldeki denklikler, taraf tarafa toplanabilir, çıkarılabilir, çarpılabilir.

UYARI

Aynı modülde de olsa, denklikler taraf tarafa bölünemezler.

2. $c \in \mathbb{Z}$ olsun.

I. $x \equiv y \pmod{m} \Rightarrow x + c \equiv y + c \pmod{m}$

II. $x \equiv y \pmod{m} \Rightarrow x - c \equiv y - c \pmod{m}$

III. $x \equiv y \pmod{m} \Rightarrow x \cdot c \equiv y \cdot c \pmod{m}$ dir.

Yani, bir denkliğin her iki tarafına aynı $c \in \mathbb{Z}$ sayısı eklenebilir, her iki tarafından aynı $c \in \mathbb{Z}$ sayısı çıkarılabilir, her iki tarafı aynı $c \in \mathbb{Z}$ sayısı ile çarpılabilir.

3. I. x ile m ve y ile m aralarında asal sayılar ve $c \in \mathbb{Z}$ olsun.

$$x \equiv y \pmod{m} \Rightarrow \frac{x}{c} \equiv \frac{y}{c} \pmod{m} \text{ dir.}$$

II. OBEB(x, y, m) = c olsun.

$$x = y \pmod{m} \Rightarrow \frac{x}{c} = \frac{y}{c} \pmod{\frac{m}{c}} \text{ dir.}$$

4. $n \in \mathbb{Z}^+$ olsun.

$$x = y \pmod{m} \Rightarrow x^n = y^n \pmod{m} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$21 \equiv 3 \pmod{m}$$

denkliğini sağlayan m değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

Çözüm

$$21 \equiv 3 \pmod{m}$$

$$21 - 3 = m.k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{18}{m} \in \mathbb{Z} \text{ olmalıdır.}$$

Bu durumda, $m \in \{2, 3, 6, 9, 18\}$ olabilir.

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı

$$2 + 3 + 6 + 9 + 18 = 38 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $7321 \equiv 1 \pmod{10}$ B) $2229 \equiv 4 \pmod{5}$
C) $2010 \equiv 0 \pmod{3}$ D) $5251 \equiv 1 \pmod{2}$
E) $2304 \equiv 2 \pmod{3}$

Çözüm

A) 7321 sayısının 10 ile bölümünden kalan 1 dir.

(Doğru)

B) 2229 sayısının 5 ile bölümünden kalan 4 tür.

(Doğru)

C) 2010 sayısının 3 ile bölümünden kalan 0 dir.

(Doğru)

D) 5251 sayısının 2 ile bölümünden kalan 1 dir.

(Doğru)

E) 2304 sayısının 3 ile bölümünden kalan 2 değil, 0 dir.

(Yanlış)

Yanıt E

Örnek Soru

3^{29} sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} 3^1 \equiv 3 \pmod{5} \\ 3^2 \equiv 4 \pmod{5} \\ 3^3 \equiv 2 \pmod{5} \\ 3^4 \equiv 1 \pmod{5} \end{array} \right\} 3^{29} = (3^4)^7 \cdot 3^1$$

$$\equiv 1 \cdot 3 \pmod{5}$$

$$\equiv 3 \pmod{5} \text{ bulunur.}$$

O hâlde 3^{29} un 5 ile bölümünden kalan 3 tür.

Yanıt D

Örnek Soru

$$19^{19} \equiv x \pmod{10}$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 9

Çözüm

$$19 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$19^{19} \equiv x \pmod{10} \text{ yerine } 9^{19} \equiv x \pmod{10} \text{ yazılabilir.}$$

$$9^1 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$9^2 \equiv 1 \pmod{10}$$

$$9^{2k} \equiv 1 \pmod{10} \dots k \in \mathbb{N}^+$$

$$9^{19} \equiv (9^2)^9 \cdot 9 \equiv 1 \cdot 9 \equiv 9 \pmod{10} \text{ olur.}$$

Yanıt E

UYARI

m asal sayı ve a tam sayısı ile m aralarında asal olmak üzere,

$$a^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$$

denkliği her zaman sağlanır. Buna **Fermat Teoremi** denir. Bu denklikten $am \equiv a \pmod{m}$ denkliği de elde edilebilir.

Örnek Soru

$$2^{56} \equiv x \pmod{7}$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm

2 ile 7 aralarında asal olduğundan Fermat teoremi gereğince $2^{7-1} = 2^6 = 1 \pmod{7}$ yazılabilir.

$$\left. \begin{array}{l} 56 \mid 6 \\ 54 \mid 9 \\ 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2^{56} = (2^6)^9 \cdot 2^2 = 1^9 \cdot 2^2 = x \pmod{7} \\ 2^{56} = 4 \pmod{7} \end{array}$$

Yanıt C

Örnek Soru

$$3^x = 2 \pmod{5}$$

denkliğini sağlayan iki basamaklı en büyük x değeri kaçtır?

- A) 95 B) 96 C) 97 D) 98 E) 99

Çözüm

$$\begin{array}{l|l|l} 3^1 = 3 \pmod{5} & 3^5 = 3 \pmod{5} \dots & 3^{97} = 3 \pmod{5} \\ 3^2 = 4 \pmod{5} & 3^6 = 4 \pmod{5} \dots & 3^{98} = 4 \pmod{5} \\ 3^3 = 2 \pmod{5} & 3^7 = 2 \pmod{5} \dots & 3^{99} = 2 \pmod{5} \\ 3^4 = 1 \pmod{5} & 3^8 = 1 \pmod{5} \dots & 3^{100} = 1 \pmod{5} \end{array}$$

Görüldüğü gibi $x = 3, 7, \dots, 99$ değerleri denkliği sağlar. Aranan x değeri 99 dur.

3^4 ten itibaren, yani 4. kuvvetten itibaren kalanlar tekrar etmeye başlar.

Buna göre, $x = 3+4k$, $k \in \mathbb{Z}$ denkliğinde $k=24$ seçilirse istenen x değeri daha pratik bir biçimde de bulunur.

Yanıt E

Örnek Soru

$\forall n \in \mathbb{N}$ için,

$$5^{6n+7} = x \pmod{7}$$

denkliğini sağlayan x in en küçük doğal sayı değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6

Çözüm

$$5^6 = 1 \pmod{7}$$

$$5^{6n} = 1 \pmod{7}$$

$$5^{6n+7} = 5^{6n} \cdot 5^6 \cdot 5^1 \pmod{7}$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 5 \pmod{7}$$

$$= 5 \text{ tir.}$$

Denkliği sağlayan en küçük x doğal sayı değeri 5 tir.

Yanıt D

Örnek Soru

$$A = (1!)^{1!} + (3!)^{3!} + (5!)^{5!} + (7!)^{7!}$$

sayısı veriliyor.

Buna göre, A^{2014} sayısının 6 ile bölümünden kalanı bulunuz.

Çözüm

$$(3!)^{3!} = 0 \pmod{6}$$

$$(5!)^{5!} = 0 \pmod{6}$$

$$(7!)^{7!} = 0 \pmod{6}$$

$$A = (1!)^{1!} + (3!)^{3!} + (5!)^{5!} + (7!)^{7!} = 1 + 0 \pmod{6}$$

$$A^{2014} = 1^{2014} \pmod{6}$$

$$= 1 \pmod{6} \text{ bulunur.}$$

UYARI

a, b, m $\in \mathbb{Z}^+$ ve $m > 1$ olmak üzere,

$$ax = b \pmod{m}$$

denkliğinde, denkliğin çözümünün olabilmesi için OBEB (a, m) sayısının b sayısını tam bölmesi gerekir.

Bir başka deyişle,

$$\text{OBEB}(a, m) \mid b$$

ise $ax = b \pmod{m}$ denkliğinin çözümü vardır.

Örnek Soru

$$2x = 3 \pmod{5}$$

denkliğini sağlayan en küçük x doğal sayısını bulunuz.

Çözüm

OBEB (2,5) = 1

1 sayısı 3 sayısını tam bölebileceğinden denkleğin çözümlü vardır.

$$3 / 2x = 3 \pmod{5}$$

$$3.2x = 3.3 \pmod{5}$$

$$6x = 9 \pmod{5}$$

$$x = 4 \pmod{5}$$

Örnek Soru

$$4x = 3 \pmod{6}$$

denkleğini sağlayan en küçük x doğal sayısını bulunuz.

Çözüm

OBEB (4,6) = 2

2 sayısı 3 sayısını tam bölmediğinden denkleğin çözümü yoktur.

Örnek Soru

$$3x + 1 = 4 \pmod{5}$$

denkleğini sağlayan en büyük negatif tam sayı ile en küçük doğal sayının toplamını bulunuz.

Çözüm

$$3x + 1 = 4 \pmod{5}$$

$$3x + 1 + 4 = 4 + 4 \pmod{5}$$

$$3x = 8 = 3 \pmod{5}$$

$$2 / 3x = 3 \pmod{5}$$

$$6x = 6 \pmod{5}$$

$$x = 1 \pmod{5}$$

$$x = 1 = -4 \pmod{5}$$

$$1 + (-4) = -3 \text{ bulunur.}$$

Kalan Sınıflarında Toplama ve Çarpma İşlemleri

$\forall x, y \in \mathbb{Z}/m$ için

$$1. \overline{x} + \overline{y} = \overline{x + y}$$

$$2. \overline{x} \cdot \overline{y} = \overline{x \cdot y}$$

Not : $\mathbb{Z}/m$ deki işlemler (mod m) ye göre yapılır.

Örnek Soru

$\mathbb{Z}/7$ de,

$$\overline{5} \cdot (\overline{3} + \overline{4}) + \overline{2}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} \overline{5} \cdot (\overline{3} + \overline{4}) + \overline{2} &= \overline{5} \cdot (\overline{3} + \overline{4}) + \overline{2} = \overline{5 \cdot 7} + \overline{2} \\ &= \overline{5 \cdot 0} + \overline{2} = \overline{5 \cdot 0} + \overline{2} \\ &= \overline{0} + \overline{2} = \overline{0 + 2} \\ &= \overline{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

UYARI

Bütün işlemler $\mathbb{Z}$ de yapıp sadece sonuç $\mathbb{Z}/7$ de ifade edilebilir.

Örnek Soru

$$\mathbb{Z}/4 \text{ te } \overline{2} \cdot \overline{3} + \overline{2}(\overline{1} + \overline{1})$$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} \mathbb{Z} \text{ de } 2 \cdot 3 + 2(1 + 1) &= 6 + 2 \cdot 2 \\ &= 6 + 4 \\ &= 10 \text{ dur.} \end{aligned}$$

$$\mathbb{Z}/4 \text{ te } 10 = 2 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$\mathbb{Z}/9$ da,

$$x^2 = 4$$

denklemini sağlayan x değerlerinin kümesini bulunuz.

Çözüm

$\mathbb{Z}/9$ da x in alabileceği tüm değerlere karşılık x^2 nin alabileceği değerlerin tablosu aşağıda oluşturulmuştur.

x	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$
x^2	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{7}$

$$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4 = 4 \pmod{9}$$

$$x = 7 \Rightarrow x^2 = 49 = 4 \pmod{9}$$

$$\mathbb{C} = \{\overline{2}, \overline{7}\} \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

Z / 5 te

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

x değerlerine karşılık, x^2 , $x^2 + 3x$ ve $x^2 + 3x + 2$ ifadelerinin alabileceği değerlerin tablosu aşağıda oluşturulmuştur.

x	0	1	2	3	4
x^2	0	1	4	4	1
$x^2 + 3x$	0	4	0	3	3
$x^2 + 3x + 2$	2	1	2	0	0

$x = 3$ veya $x = 4$ için $x^2 + 3x + 2$ ifadesi sıfıra denk olacağından $\mathcal{C} = \{3, 4\}$ bulunur.

Örnek Soru

Z / 7 de

$$3^{-1} + 2^{-3}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} 3^{-1} &= \frac{1}{3} = \frac{1+7+7}{3} \pmod{7} \\ &= \frac{15}{3} \pmod{7} \\ &= 5 \pmod{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{-3} &= \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1+7}{2}\right)^3 \pmod{7} \\ &= 4^3 \pmod{7} \\ &= 1 \pmod{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^{-1} + 2^{-3} &= 5 + 1 \pmod{7} \\ &= 6 \pmod{7} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek Soru

f: Z/5 $\rightarrow$ Z/5 e olmak üzere,

$$f(x) = 2x + 3$$

olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ ifadesinin değeri aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$f^{-1}(2) = a \text{ ise } f(a) = 2 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$2a + 3 = 2 \pmod{5}$$

$$2a + 3 + 2 = 2 + 2 \pmod{5}$$

$$2a + 0 = 4 \pmod{5}$$

$$2a = 4 \pmod{5}$$

$$a = 2 \pmod{5} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

Örnek Soru

Z / 9 da,

$$f(x) = 4x + 2$$

$$(f \circ g)(x) = x + 4$$

olduğuna göre, $g(3)$ değerini bulunuz.

Çözüm

$$f(x) = 4x + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-2}{4}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+27x-2+18}{4} \pmod{9}$$

$$= \frac{28x}{4} + \frac{16}{4} \pmod{9}$$

$$= 7x + 4 \pmod{9}$$

$$(f \circ g)(x) = x + 4$$

$$f^{-1} \circ (f \circ g)(x) = (7x + 4) \circ (x + 4) \pmod{9}$$

$$g(x) = 7(x+4) + 4 \pmod{9}$$

$$= 7x + 5 \pmod{9}$$

$$g(3) = 7 \cdot 3 + 5 \pmod{9}$$

$$= 8 \pmod{9}$$

1. $3^{1998} \equiv x \pmod{5}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $2^{15} + 3^{15}$

toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $2^{10} \cdot 3^{15} \cdot 6^5 \equiv x \pmod{11}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

4. 6 günde bir nöbet tutan bir asker ilk nöbetini pazartesi günü tutmuştur.

Bu asker 12. nöbetini hangi gün tutar?

- A) Pazartesi B) Salı C) Çarşamba
D) Perşembe E) Cuma

5. Bugün günlerden perşembe olduğuna göre, 126 gün sonra günlerden ne olur?

- A) Pazartesi B) Salı C) Çarşamba
D) Perşembe E) Cuma

6. $2^n \equiv 3 \pmod{13}$

denkliğini sağlayan pozitif en küçük n değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $(1995)^{1996}$ nın 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 7

8. 25^{12} sayısının onlar basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6

9. $5^n \equiv 1 \pmod{11}$

denkliğinde n doğal sayı olduğuna göre, n in iki basamaklı en büyük değeri kaçtır?

- A) 90 B) 93 C) 95 D) 98 E) 99

10. $42 \equiv 3 \pmod{x}$

olduğuna göre, x kaç farklı değer alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $\mathbb{Z}/7$ de

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-25}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $7 - x \equiv 4 \pmod{9}$

olduğuna göre, x in alabileceği en büyük negatif değer ile en küçük pozitif değer toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

13. $(-324)^{195} \equiv x \pmod{7}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. $x \equiv 2 \pmod{12}$

$$y \equiv 3 \pmod{12}$$

$$x^2 - xy + y^2 \equiv A \pmod{12}$$

olduğuna göre, A aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

15. $1 + 2 + 3 + \dots + 100 \equiv x \pmod{10}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6

16. $3x^2 \equiv 6 \pmod{x}$

olduğuna göre, x kaç farklı değer alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. $2^{45} \cdot 3^{48} \equiv x \pmod{6}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $\mathbb{Z}/7$ de

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{2000}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $48^{18} + 2^{36} + 3^{24} \equiv x \pmod{9}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 6

4. n bir doğal sayı olmak üzere,

$$7^{48n+2} + 6^{5n+2}$$

toplamlarının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 7

5. $(-2)^{25} \equiv x \pmod{6}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $2003^x \equiv 1 \pmod{10}$

denkliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 1993 B) 1994 C) 1995
D) 1996 E) 1997

7. $\mathbb{Z}/7$ de

$$\bar{2}x + y = \bar{3}$$

$$\bar{1}x + \bar{2}y = \bar{4}$$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(\bar{3}, \bar{4})\}$ B) $\{(\bar{4}, \bar{3})\}$ C) $\{(\bar{3}, \bar{2})\}$
D) $\{(\bar{4}, \bar{6})\}$ E) $\{(\bar{2}, \bar{3})\}$

8. $x + y \equiv 4 \pmod{11}$

$$x \cdot y \equiv 9 \pmod{11}$$

$$x^3 + y^3 \equiv a \pmod{11}$$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 3 C) 6 D) 9 E) 10

9. $x \equiv a \pmod{A}$
 $x^2 \equiv b \pmod{A}$
 $x^3 \equiv c \pmod{A}$
 $x^4 \equiv d \pmod{A}$
 $x^5 \equiv e \pmod{A}$
 $x^6 \equiv a \pmod{A}$
 $x^{1997} \equiv y \pmod{A}$ olduğuna göre, y aşağıdakilerden hangisidir?
 A) a B) b C) c D) d E) e

10. $\mathbb{Z}/7$ de,
 $f(x) = \overline{6}x + \overline{5}$
 olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\overline{6}x + \overline{5}$ B) $\overline{5}x + \overline{4}$ C) $\overline{5}x + \overline{5}$
 D) $\overline{6}x - \overline{5}$ E) $\overline{5}x - \overline{4}$

11. $3x + 4 \equiv x - 1 \pmod{x}$
 olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $2! + 3! + 4! + 5! + 6! + \dots + n! \equiv x \pmod{5}$
 olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

13. $48 \equiv x^2 \pmod{x}$
 denkleğinde x in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

14. $xy \equiv 3 \pmod{7}$
 $x^2 + y^2 \equiv 2 \pmod{7}$
 $(x + y)^2 \equiv t \pmod{7}$
 olduğuna göre, t aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

15. $\mathbb{Z}/7$ de,
 $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} \equiv 5$
 denkleğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. $x^2 + x \equiv 2x + 2 \pmod{(x^2 + x)}$
 olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1. $\mathbb{Z}/5$ te,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 - \left(\frac{3}{2}\right)^4 - 2^{50}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. Bugün günlerden pazar olduğuna göre, 312 gün önce nedir?

- A) Cumartesi B) Cuma C) Perşembe
D) Çarşamba E) Salı

3. $3^y \equiv x \pmod{7}$

$$5^{16} \equiv y \pmod{7}$$

olduğuna göre, $\mathbb{Z}/7$ de $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$xoy = 3^x - 2^y$$

işlemi veriliyor.

$$2^{302} - 3^{203} \equiv m \pmod{5}$$

olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. n bir doğal sayı olmak üzere,

$$2^{3n+7} \equiv x \pmod{7}$$

denkliğini sağlayan x sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $\mathbb{Z}/15$ te,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-95}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 5 E) 9

7. $\mathbb{Z}/7$ de,

$$\overline{3}x + y = \overline{3}$$

$$\overline{5}x + \overline{2}y = \overline{4}$$

denklemlerini aşağıdaki ikililerden hangisi sağlar?

- A) $(\overline{3}, \overline{4})$ B) $(\overline{4}, \overline{3})$ C) $(\overline{2}, \overline{4})$
D) $(\overline{4}, \overline{2})$ E) $(\overline{0}, \overline{2})$

8. $\mathbb{Z}/8$ de,

$$x^2 + \overline{3}x = x$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\overline{0}, \overline{1}\}$ B) $\{\overline{0}, \overline{2}\}$ C) $\{\overline{0}, \overline{3}\}$
D) $\{\overline{0}, \overline{5}\}$ E) $\{\overline{0}, \overline{6}\}$

9. $\mathbb{Z}/11$ de

$$x^2 + \bar{8}x = \bar{5}x$$

denkleminin kökleri toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\bar{0}$ B) $\bar{3}$ C) $\bar{5}$ D) $\bar{6}$ E) $\bar{8}$

10. $\mathbb{Z}/6$ da,

$$x^2 + \bar{3}x = \bar{4}$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\bar{1}, \bar{2}\}$ B) $\{\bar{2}, \bar{3}\}$ C) $\{\bar{3}, \bar{4}\}$
D) $\{1, 2, 4, 5\}$ E) $\{\bar{5}, \bar{0}\}$

11. $4^x + 3^x = 0 \pmod{5}$

olduğuna göre, x in en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $\mathbb{Z}/7$ de,

$$f(x) = \bar{3}x + \bar{4}$$

$$g(x) = \bar{4}x + \bar{1}$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(x)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $\bar{5}x$ C) $\bar{0}$ D) $\bar{5}$ E) $\bar{5}x + \bar{5}$

13. $\mathbb{Z}/7$ de,

$$f(\bar{3}x - \bar{2}) = \bar{5}x + \bar{4}$$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\bar{6}x + \bar{3}$ B) $\bar{6}x + \bar{2}$ C) $\bar{5}x + \bar{2}$
D) $\bar{4}x + \bar{5}$ E) $\bar{3}x + \bar{2}$

14. $x^2 - \bar{4} = x + \bar{2} \pmod{11}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

15. $x \equiv 2 \pmod{7}$

$$y \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x^{42} - y^{36} \equiv m \pmod{7}$$

olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

16. $1 + 2 + 3 + \dots + n$

toplamının 7 ile tam bölünebilmesi için n nin alabileceği en büyük iki basamaklı tam sayı değeri kaç olabilir?

- A) 84 B) 85 C) 97 D) 98 E) 99

16.ÜNİTE

PERMÜTASYON – KOMBİNASYON OLASILIK

KAZANIM

- ❖ Toplama ve çarpma yoluyla sayma yöntemlerini açıklar.
- ❖ Faktöriyel kavramını açıklar.
- ❖ n elemanlı bir kümenin r elemanlı permütasyonlarının sayısını belirler.
- ❖ Dönel (dairesel) permütasyon ile ilgili uygulamalar yapar.
- ❖ Tekrarlı permütasyon ile ilgili uygulamalar yapar.
- ❖ n elemanlı bir kümenin r li kombinasyonlarını belirleyerek
$$C(n, r) = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$
olduğunu gösterir.
- ❖ Kombinasyon ile ilgili özellikleri kullanarak problemleri çözer.
- ❖ Deney, örnek uzay, çıktı, olay, kesin olay, imkansız olay ve ayrık olay kavramlarını açıklar.
- ❖ Olasılık fonksiyonunu belirterek bir olayın olma olasılığını hesaplar ve olasılık fonksiyonunun temel özelliklerini gösterir.
- ❖ $P(A) = \frac{s(A)}{s(E)}$ olduğunu belirtir.
- ❖ Bağımlı ve bağımsız olayları örneklerle açıklar, A ve B bağımsız olayları için
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
 olduğunu gösterir.

PERMÜTASYON – KOMBİNASYON OLASILIK

Permütasyon – Kombinasyon – Olasılık konusu 10. sınıf müfredatında yer aldığından bu konularla ilgili sorular aslında LYS 1 testinde karışınıza çıkacaktır. Ancak son yıllarda YGS matematik testinde de bu konulara ait sorularla karşılaşmaktayız. YGS matematik testinde çıkan sorular her ne kadar 10. sınıf müfredatına aitmiş gibi görünse de 6., 7. ve 8. sınıftaki temel bilgilerinizi kullanarak bu soruları çözebileceksiniz. Biz de Matematik Kitabı Yazım Komisyonu olarak bu konulara ait temel bilgilere burada yer vereceğiz. Permütasyon–Kombinasyon–Olasılık konusu ile ilgili daha kapsamlı konu anlatımını LYS MATEMATİK konu anlatımlı kitabımızda, bol sayıda testleri de LYS MATEMATİK soru bankamızda bulabilirsiniz.

SAYMANIN TEMEL İLKELERİ VE FAKTÖRİYEL KAVRAMI

Toplama Yoluyla Sayma

Ayrık iki olaydan biri m farklı biçimde, diğeri n farklı biçimde oluşuyorsa bu iki olaydan biri veya diğeri m+n farklı biçimde oluşur.

Örnek Soru

Birbirinden farklı 5 kitap ile birbirinden farklı 3 defterden 1 kitap veya 1 defter kaç farklı biçimde satın alınabilir?

Çözüm

I. olay : 5 farklı kitaptan birini satın almak 5 farklı biçimde gerçekleşir.

II. olay : 3 farklı defterden birini satın almak 3 farklı biçimde gerçekleşebilir.

I. veya II. olay $5 + 3 = 8$ değişik biçimde gerçekleşebilir.

Çarpma Yoluyla Sayma

Bir olaylar dizisinde;

I. olay m değişik biçimde bunu izleyen

II. olay n değişik biçimde bunu izleyen

III. olay p değişik biçimde bunu izleyen

⋮

x. olay r değişik biçimde geliyorsa

olayların tamamı m.n.p...r değişik biçimde gerçekleşir.

Örnek Soru

Birbirinden farklı 5 kitap ile birbirinden farklı 3 defterden 1 kitap ve 1 defter kaç farklı biçimde satın alınabilir?

Çözüm

I. olay : 5 farklı kitaptan birini satın almak 5 farklı biçimde gerçekleşir.

II. olay : 3 farklı defterden birini satın almak 3 farklı biçimde gerçekleşebilir.

I. ve II. olay $5.3 = 15$ değişik biçimde gerçekleşir.

Örnek Soru

2 mektup, 4 posta kutusuna kaç değişik biçimde atılabilir?

Çözüm

I. mektup 4 posta kutusundan herhangi birine 4

II. mektup 4 posta kutusundan herhangi birine 4 farklı biçimde atılabileceğinden

2 mektup 4 posta kutusuna $4.4 = 16$ değişik biçimde atılabilir.

Örnek Soru

2 mektup, 4 posta kutusuna her kutuya en çok 1 mektup atmak koşuluyla kaç farklı biçimde atılabilir?

Çözüm

I. mektup 4 posta kutusundan birine 4

II. mektup geriye kalan 3 posta kutusundan birine 3 farklı biçimde atılabileceğinden

2 mektup, 4 posta kutusuna her kutuya en çok 1 mektup atmak koşuluyla $4.3 = 12$ farklı biçimde atılabilir.

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesinin elemanları ile üç basamaklı

a. Kaç değişik sayı yazılabilir?

b. Rakamları farklı kaç değişik sayı yazılabilir?

c. 200 den büyük, rakamları farklı, kaç değişik sayı yazılabilir?

Çözüm

a.

Yüzler Basamağı	Onlar Basamağı	Birler Basamağı
5	5	5
5 rakam arasından 5 farklı biçimde seçilir.	5 rakam arasından 5 farklı biçimde seçilir.	5 rakam arasından 5 farklı biçimde seçilir.

Bu durumda $5.5.5 = 125$ değişik sayı yazılır.

b.

Yüzler Basamağı	Onlar Basamağı	Birler Basamağı
5	4	3
5 rakam arasından 5 farklı biçimde seçilir.	Geri kalan 4 rakam arasından 4 farklı biçimde seçilir.	Geri kalan 3 rakam arasından 3 farklı biçimde seçilir.

Bu durumda $5.4.3 = 60$ değişik sayı yazılır.

c.

Yüzler Basamağı	Onlar Basamağı	Birler Basamağı
4	4	3
4 rakam arasından 4 farklı biçimde seçilir.	Geri kalan 4 rakam arasından 4 farklı biçimde seçilir.	Geri kalan 3 rakam arasından 3 farklı biçimde seçilir.

Bu durumda $4.4.3 = 48$ değişik biçimde yazılır.

Faktöriyel Kavramı

1 den n ye kadar olan ardışık doğal sayıların çarpımına “**n faktöriyel**” denir. Bu ifade **n!** biçiminde gösterilir.

$$n! = 1.2.3.4. \dots .(n-1).n$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2.1 = 2$$

$$3! = 3.2.1 = 6$$

$$4! = 4.3.2.1 = 24$$

$$5! = 5.4.3.2.1 = 120$$

Genel olarak;

$$n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)!$$

yazılabilir.

Örnek Soru

- a) $\frac{8!}{6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 8 \cdot 7 = 56$
- b) $\frac{4! + 5!}{6!} = \frac{4! + 5 \cdot 4!}{6 \cdot 5 \cdot 4!} = \frac{4!(1+5)}{4! \cdot 6 \cdot 5} = \frac{1}{5}$
- c) $\frac{n!}{(n+2)!} = \frac{n!}{(n+2) \cdot (n+1) \cdot n!} = \frac{1}{(n+2) \cdot (n+1)}$

Örnek Soru

$$A = 0! + 2! + 4! + 6! + \dots + 20!$$

sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

Çözüm

5! den itibaren 20! e kadar olan tüm sayıların birler basamağında sıfır vardır. Bu durumda

$0! + 2! + 4!$ toplamı belirleyici olacaktır.

$$0! + 2! + 4! = 1 + 2 + 24 = 27$$

A sayısının birler basamağındaki rakam 7 dir.

Örnek Soru

A, m, n $\in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$$A = \frac{28!}{2^m \cdot 3^n}$$

olduğuna göre, m + n toplamı en çok kaçtır?

Çözüm

$$\begin{array}{c} 28 \\ \hline 2 \\ \hline 14 \\ \hline 2 \\ \hline 7 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{c} 28 \\ \hline 2 \\ \hline 14 \\ \hline 2 \\ \hline 7 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \end{array}} \right\} m \text{ en çok} \\ 14 + 7 + 3 + 1 = 25 \text{ tir.}$$

$$\begin{array}{c} 28 \\ \hline 3 \\ \hline 9 \\ \hline 3 \\ \hline 3 \\ \hline 3 \\ \hline 1 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{c} 28 \\ \hline 3 \\ \hline 9 \\ \hline 3 \\ \hline 3 \\ \hline 3 \\ \hline 1 \end{array}} \right\} n \text{ en çok} \\ 9 + 3 + 1 = 13 \text{ tür.}$$

$$m + n = 25 + 13 = 38 \text{ bulunur.}$$

PERMÜTASYON (SIRALAMA)

$n \geq r$ olmak koşuluyla n elemanlı bir kümenin birbirinden farklı r tane elemanından oluşan sıralı r lilerin her birine “n nin r li permütasyonu” denir ve $P(n, r)$ biçiminde gösterilir.

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

UYARI

$$\begin{aligned} P(n, n) &= n! \\ P(n, 0) &= 1 \\ P(n, 1) &= n \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek Soru

2 kız ve 3 erkek yan yana

- Kaç farklı biçimde sıralanabilir?
- Kızlar bir arada olmak koşuluyla kaç farklı biçimde sıralanabilir?
- Bir erkek, bir kız düzeninde kaç farklı biçimde sıralanabilir?

Çözüm

a. $2 + 3 = 5$ kişi hiçbir koşul yoksa $5! = 120$ değişik biçimde sıralanabilir.

b. $\boxed{K_1 K_2} E_1 E_2 E_3$

Kızlar bir arada olacağından tek bir eleman gibi düşünülmesi, ancak kızların kendi arasında yer değiştirme durumu göz ardı edilmemelidir.

Bu durumda istenen dizilişlerin sayısı $4! \cdot 2! = 48$ dir.

c) $E K E K E$ düzeninde sıralanacaklarından önce erkekler $3!$, sonra kızlar $2!$ değişik biçimde dizilir.

Saymanın temel ilkesine göre, $3! \cdot 2! = 12$ değişik sıralama elde edilir.

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin 3 lü permütasyonlarının kaç tanesinde 5 elemanı bulunur?

Çözüm

A kümesinin tüm 3 lü permütasyonlarının sayısından 5 elemanının bulunmadığı bir başka deyişle $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ kümesinin 3 lü permütasyonlarının sayısı çıkarılmalıdır.

$$P(6,3) - P(5,3) = 6.5.4 - 5.4.3 = 60$$

Dönel (Dairesel) Permütasyon

Birbirinden farkı n tane elemanın bir daire üzerinde birbirine göre, farklı dizilişlerinden her birine n tane elemanın “**dönel (dairesel) permütasyonu**” denir. n tane elemanın dairesel permütasyonlarının sayısı $(n-1)!$ dir.

Örnek Soru

6 öğrenci belli iki tanesi yan yana olmak koşuluyla yuvarlak bir masa etrafına kaç farklı biçimde dizilebilir?

Çözüm

Yan yana olması gereken 2 eleman tek bir eleman gibi düşünülecek olursa dizilecek eleman sayısı 5 olur. Dönel sıralanacaklarından tüm dizilişlerin sayısı;

$$(5-1)! \cdot 2! = 48 \text{ dir.}$$

↳ Belli iki elemanın kendi aralarında yer değiştirme sayısı

Tekrarlı Permütasyon

n elemanlı bir kümenin

n_1 tanesi aynı tür,

n_2 tanesi aynı tür,

n_r tanesi aynı tür ve

$n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_r$ ise bu n tane elemanın farklı dizilişlerinin sayısı

$$P(n; n_1, n_2, \dots, n_r) = \frac{n!}{(n_1)! \cdot (n_2)! \dots (n_r)!}$$

formülüyle hesaplanır.

Örnek Soru

KAYNANA sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız, 7 harfli kaç değişik sözcük yazılabilir?

Çözüm

$$\frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$$

↳ 2 tane N harfi için
↳ 3 tane A harfi için

Örnek Soru

2200324 sayısının rakamları yer değiştirilerek 7 basamaklı kaç değişik sayı yazılabilir?

Çözüm

Verilen, 7 rakamın yerleri değiştirildiğinde

$$\frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420 \text{ değişik sayı yazılabilir.}$$

Ancak 7 tane rakamın 2 tanesi sıfır olduğundan oluşan sayıların $\frac{2}{7}$ si sıfırla başlayacak ve 7 basamaklı

olmayacaktır. Bu durumda istenilen özellikteki 7 basamaklı sayılar,

$$420 \cdot \frac{5}{7} = 300 \text{ tane dir.}$$

KOMBİNASYON (SEÇME)

$n \geq r$ olmak üzere, n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt kümelerinin sayısına “ **n nin r elemanlı kombinasyonu**” denir. n nin r li kombinasyonlarının sayısı

$$C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

formülüyle hesaplanır.

Kombinasyonun Özellikleri

1. $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
2. $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$
3. $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$
4. $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$

UYARI

Kombinasyonda n nin r li seçimleri söz konusu olduğundan sıranın önemi yoktur. Permütasyonda ise seçim işleminde sıranın önemi vardır.

Örnek Soru

$$C(n,n) + C(n,2) + C(n,1) + C(n,0) = 17$$

olduğuna göre, n kaçtır?

Çözüm

$$C(n,n) + C(n,2) + C(n,1) + C(n,0) = 17$$

$$1 + \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} + n + 1 = 17$$

$$\frac{n(n-1)}{2} + n = 15 \Rightarrow n^2 + n - 30 = 0$$

$$(n+6)(n-5) = 0$$

$$n - 5 = 0 \Rightarrow n = 5 \text{ tir.}$$

Örnek Soru

7 kız, 4 erkek öğrenci arasından 4 ü kız, 2 si erkek olan 6 kişilik kaç değişik grup oluşturulabilir?

Çözüm

7 kız öğrenci arasından 4 kız, $\binom{7}{4}$ sayısı kadar değişik

biçimde 4 erkek öğrenci arasından 2 erkek, $\binom{4}{2}$ sayısı kadar değişik biçimde seçilebilir.

Saymanın temel ilkesine göre, istenen özellikteki

grupların sayısı $\binom{7}{4} \cdot \binom{4}{2}$ çarpımına eşittir.

Örnek Soru

Herhangi üçü doğrusal olmayan aynı düzlemdeki 7 nokta ile en fazla

a. Kaç doğru oluşur?

b. Kaç üçgen oluşur?

Çözüm

a. Her iki nokta bir doğru oluşturacağından 7 nokta ile

$$\binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 21 \text{ doğru oluşur.}$$

b. Herhangi üçü doğrusal olmayan 3 nokta birleştirilerek bir üçgen oluşturur.

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 35$$

OLASILIK

Olasılık Terimleri

Sıkça kullanılan olasılık terimleri aşağıda açıklanmıştır.

Deney

Bir zar atıldığında hangi sayının üst yüze geleceğini, bir madenî para atıldığında yazı ya da tura geleceğini tespit etme işidir.

Sonuç

Bir deneyin her bir görüntüsüne verilen isimdir.

Örnek Uzak

Bir deneyden çıkabilecek tüm sonuçların kümesidir.

“Bir madenî para atma” deneyinde örnek uzak $E = \{T, Y\}$ dir.

Olay

Bir örnek uzayın her bir alt kümesidir.

Bir zar atma deneyinde örnek uzak;

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$

üst yüze tek gelme olayı

$$A = \{1, 3, 5\} \text{ tir.}$$

İmkânsız Olay

E örnek uzayı için boş kümeye **imkânsız olay** denir.

“3 tane sarı, 4 tane mavi top bulunan bir torbadan 1 tane kırmızı top çekilmesi” imkânsız olaydır.

Kesin Olay

E örnek uzayı için E kümesine **kesin olay** denir. Bir zar atma deneyinde “üst yüze 7 den küçük gelme” olayı kesin olaydır.

Ayrık Olay

A ve B, E örnek uzayına ait iki olay olsun.

$A \cap B = \emptyset$ ile A ve B olaylarına **ayrık olaylar** denir.

Olasılık Fonksiyonu

Bir E örnek uzayının bütün alt kümelerinin oluşturduğu küme K olsun.

$P: K \rightarrow [0, 1]$ şeklinde tanımlanan **P fonksiyonuna K üzerinde olasılık fonksiyonu** denir.

Olasılık fonksiyonu aşağıdaki 3 şartı sağlamalıdır.

I. $\forall A \subset K$ için $0 \leq P(A) \leq 1$ dir.

II. $P(E) = 1$ dir.

III. $A \subset K$ ve $B \subset K$ ve $A \cap B = \emptyset$ ise

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

Teoremler

$A \subset E$ ve $B \subset E$ olmak üzere,

- $P(\emptyset) = 0$ dir.
- $A \subset B$ ise $P(A) \leq P(B)$ dir.
- A^1 , A'nın tümleyeni olmak üzere
 $P(A) + P(A^1) = P(E) = 1$ dir.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Eş Olumlu Örnek Uzay

Sayılabılır sonlu sayıdaki elemanlardan oluşan bir

$E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ örnek uzayı için;

$P(e_1) = P(e_2) = \dots = P(e_n)$ ise

E örnek uzayına eş **olumlu örnek uzay** denir.

E bir eş olumlu örnek uzay olmak üzere;

$A \subset E \Rightarrow P(A) = \frac{s(A)}{s(E)}$ dir.

İki olaydan birinin gerçekleşmesi veya gerçekleşmesi diğerinin gerçekleşme olasılığını değiştirmiyorsa bu iki olaya **bağımsız olaylar** denir.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Eğer iki olay bağımsız değilse bu olaylara **bağımlı olaylar** denir.

Örnek Soru

Bir zar ile bir madeni para birlikte havaya atılıyor.

Zarın üst yüzüne asal sayı ve paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

Çözüm

A: Zarın üst yüzüne asal sayı gelme olayı olsun.

$$A = \{2, 3, 5\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

B: Paranın yazı gelme olayı olsun.

$$B = \{y\} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

Temel Matematik Konu Anlatımlı

Örnek Soru

Bir çift zar atılıyor. Zarların üst yüzlerindeki sayıların

a. İkisinin de asal sayı olma olasılığı kaçtır?

b. Toplamının 9 olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Bir çift zar atıldığında örnek uzay $6 \cdot 6 = 36$ elemanlıdır.

a. Gelen sayıların ikisinin de asal sayı olma olayı

$$A = \{(2,2), (2,3), (2,5), (3,2), (3,3), (3,5), (5,2), (5,3), (5,5)\}$$

$$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ tür.}$$

b. Gelen sayıların toplamının 9 olma olayı

$$B = \{(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\}$$

$$P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \text{ dur.}$$

Örnek Soru

3 madenî para art arda atıldığında 2 defa yazı, 1 defa tura gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm

$s(E) = 2^3 = 8$ dir.

2 yazı, 1 tura gelme olayı A olsun.

$A = \{YYT, YTY, TYY\}$

$$P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \text{ bulunur.}$$

UYARI

n tane madenî paranın aynı anda atılması sorusu ile bir madenî paranın n defa atılması sorusu aynı biçimde çözülür.

Örnek Soru

3 kız, 4 erkek yan yana sıralandığında kızların hepsinin yan yana gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm

7 kişi 7! kadar yan yana dizilebileceğinden $s(E) = 7!$

dir. Kızlar bir arada olacağından $\boxed{KKK} E E E E$

$5! \cdot 3!$ çarpımı kadar yan yana dizilebilir.

İstenen olayın olasılığı $\frac{5! \cdot 3!}{7!} = \frac{1}{7}$ dir.

Örnek Soru

Aralarında Yağız ile Yiğit'in bulunduğu 6 kişilik bir grup 4 ve 2 kişilik 2 gruba ayrılırsa Yağız ile Yiğit'in aynı grupta olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Yağız ile Yiğit ya 4 kişilik grupta ya da 2 kişilik grupta yer almalıdır.

I. durum:

Yağız ile Yiğit 4 kişilik grupta ise yanlarına geriye kalan 4 kişiden 2 kişi seçilmelidir.

Bu durumda Yağız ile Yiğit'in bir arada olduğu $\binom{4}{2} = 6$ farklı grup oluşur.

II. durum:

Yağız ile Yiğit 2 kişilik grupta ise 1 farklı seçenek söz konusudur. O hâlde Yağız ile Yiğit'in bir arada olduğu $6 + 1 = 7$ değişik grupta yapılabilir.

Gelişigüzel oluşan biri 4, diğeri 2 kişilik grupların sayısı

$$s = \binom{6}{4} \cdot \binom{2}{2} = 15 \text{ tir.}$$

İstenen durumun olasılığı $\frac{7}{15}$ bulunur.

Örnek Soru

3 sarı, 5 lacivert bilyenin bulunduğu bir torbadan geri bırakılmamak koşuluyla art arda iki bilye çekiliyor.

a. İlk çekilişte sarı, ikinci çekilişte lacivert bilye gelme olasılığı kaçtır?

b. Bir sarı, lacivert bilye gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm

a. İlk çekilişte sarı bilye gelme olasılığı $= \frac{3}{8}$

İkinci çekilişte lacivert bilye gelme olasılığı $= \frac{5}{7}$ dir.

İstenen olayın olasılığı $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$ dir.

b. Renklerin geliş sırası belli olmadığından SL veya LS durumlarının her ikisi de hesaplanmalıdır.

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28} \text{ bulunur.}$$

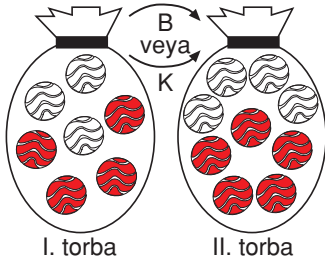
Örnek Soru

İki torbadan birincisinde 3 beyaz, 4 kırmızı, ikincisinde 4 beyaz, 5 kırmızı bilye vardır. Birinci torbadan bir bilye alınıp rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor.

Daha sonra ikinci torbadan bir bilye alındığında bunun kırmızı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

1. torbadan alınan bilye kırmızı veya beyaz olabilir. 2. torbadan alınan bilye ise kesinlikle kırmızı olacaktır.



$$\begin{array}{ccccc} \text{I. Torba} & \text{II. Torba} & \text{veya} & \text{I. Torba} & \text{II. Torba} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ B & K & & K & K \\ \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{10} + \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{10} = \frac{39}{70} \end{array}$$

Örnek Soru

E örnek uzayında iki olay A ve B olmak üzere,

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

$$P(B^I) = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{24}$$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

Çözüm

$$P(B) + P(B^I) = 1$$

$$P(B) = 1 - P(B^I) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{5}{8} - \frac{1}{24} = \frac{6 + 15 - 1}{24} \\ &= \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Örnek Soru

10 kız ve 8 erkek öğrenciden oluşan bir grupta kızların 6 sı, erkeklerin 4 ü gözlüklüdür.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Verilenler aşağıdaki tablo ile özetlenebilir.

	Gözlüklüler	Gözlüksüzler
Kızlar	6	4
Erkekler	4	4

$$P(E \cup G) = P(E) + P(G) - P(E \cap G)$$

$$= \frac{8}{18} + \frac{10}{18} - \frac{4}{18}$$

$$= \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

Örnek Soru

Bir torbada 2 kırmızı, 2 beyaz ve 1 sarı bilye vardır.

Torbadan rastgele 4 bilye alındığında torbada kalan bilyenin kırmızı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

2010–YGS

Çözüm

Torbada kırmızı renkte bilye kalması için 3 bilye 2 beyaz ve 1 sarı bilyelerden, 1 bilye de mecburen kırmızı bilyelerden seçilmelidir.

İstenen durumun olasılığı:

$$\frac{\binom{2}{2}\binom{1}{1}\binom{2}{1}}{\binom{2+2+1}{4}} = \frac{2}{5} \text{ olur.}$$

Yanıt D

Örnek Soru

Meriç'in elinde kırmızı ve beyaz renklerde toplam 10 top vardır. Meriç bu topları iki torbaya her bir torbada en az bir kırmızı ve bir beyaz top olacak biçimde dağıttıktan sonra şunları söylüyor;

“Birinci torbada 3 kırmızı top vardır. Torbalardan rastgele birer top çekildiğinde topların ikisinin de kırmızı olma olasılığı $\frac{1}{2}$ dir.”

Buna göre, ikinci torbada kaç beyaz top vardır?

- A) 3 B) 5 C) 1 D) 2 E) 4

2011–YGS

Çözüm

I. torbada 3 kırmızı top ve en az 1 beyaz top buluncagından I. torbadan kırmızı gelme olasılığı $\frac{3}{4}$ tür.

II. torbadan kırmızı gelme olasılığı da x olsun.

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{6} \text{ olsun.}$$

$$x = \frac{4}{6} \rightarrow 4 \text{ kırmızı} \rightarrow 4 \text{ kırmızı} + 2 \text{ beyaz}$$

I. torbada 3 kırmızı + 1 beyaz

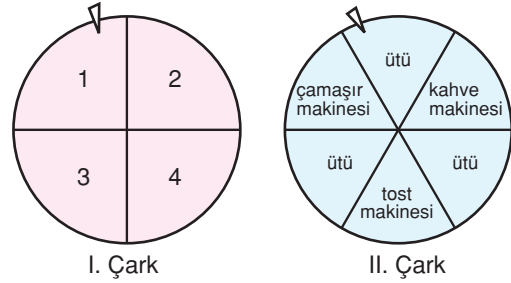
II. torbada + 4 kırmızı + 2 beyaz

10 top

Yanıt D

Örnek Soru

Bir mağazadan belirli miktarın üzerinde alışveriş yapan müşteriler, 4 eş parçaya ayrılmış birinci çarkı iki defa çevirmektedir. Bu iki çevirişte gelen iki sayının toplamı 6 ya da 6 dan büyükse 6 eş parçaya ayrılmış ikinci çarkı çevirerek çıkan hediye almaktadır.



Buna göre, birinci çarkı çevirmeyi hak eden bir müşterinin çamaşır makinesi kazanma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{5}{24}$ D) $\frac{3}{28}$ E) $\frac{5}{32}$

2009 – YGS

Çözüm

I. çark iki kez çevrildiğinde gelmesi gereken sonuçlar (2,4), (4,2), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4) tür. Bu sonuçlardan herhangi biri gelirse II. çark çevrilecektir.

I. çarkta çıkabilecek 6 farklı durum vardır.

$$6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{16}$$

↳ II. çarkta çamaşır makinesi gelmesi

Yanıt B



1. Bir kırtasiyede bulunan 4 farklı kurşun kalem, 3 farklı silgi ve 5 farklı defterden birer tane almak isteyen bir kişi bu seçimini kaç farklı biçimde yapabilir?

A) 12 B) 24 C) 48 D) 60 E) 72

2. Bir müzik yarışmasına 7 şarkıcı katılıyor.

Bu yarışmada ilk üç yarışmacının sıralanması kaç farklı biçimde olur?

A) 210 B) 180 C) 136 D) 120 E) 80

3. $\frac{6! + 7!}{8!}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

4. 90 tane ikili permütasyonu olan küme kaç elemanlıdır?

A) 10 B) 9 C) 18 D) 6 E) 2

5. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin 4 lü permütasyonlarının kaç tanesinde 5 bulunur?

A) 360 B) 280 C) 240 D) 120 E) 116

6. $C(6,1) + C(6,6) + C(5,3) + C(7,0)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

7. $P(n,2) + C(n,2) = 45$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. Bir sınıfta 18 kız, 24 erkek öğrenci vardır. Bu sınıftan 2 öğrenci seçilecektir.

Seçilecek öğrencilerin ikisi de kız veya ikisi de erkek olacağına göre, kaç farklı seçim yapılabilir?

A) $\binom{18}{2} \cdot \binom{24}{2}$

B) $P(18,2) + P(24,2)$

C) $(42,2)$

D) $P(18,2) \cdot P(24,2)$

E) $\binom{18}{2} + \binom{24}{2}$

9. Bir torbada 5 kırmızı, 2 siyah, 3 mavi bilye vardır.

Bu torbadan farklı renkte iki bilye kaç değişik biçimde seçilebilir?

A) 21 B) 25 C) 31 D) 36 E) 42

10. Bir üniversite eğitim görmek üzere iki ayrı ülkeye biri 6 kişilik, diğeri 15 kişilik akademisyen gruplar gönderilecektir.

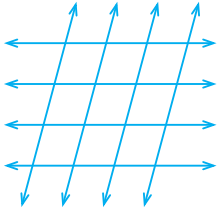
Bu ünirversitede oluşturulabilecek 6 kişilik grupların sayısı 15 kişilik grupların sayısına eşit olduğuna göre, yurt dışına gönderilecek akademisyen sayısı kaçtır?

A) 20 B) 21 C) 24 D) 32 E) 42

11. Aynı düzlemde bulunan farklı 10 doğrudan sadece 4 tanesi birbirine paraleldir.

Bu 10 doğrunun en çok kaç kesim noktası vardır?

A) 84 B) 45 C) 39 D) 36 E) 32

12.  Şekildeki yatay ve düşey doğrular birbirine paraleldir.

Buna göre, verilen biçimde kenarları bu doğrular olan kaç farklı paralelkenar vardır?

A) 60 B) 56 C) 48 D) 36 E) 24

13. Haftanın günlerinin her biri birer kâğıda yazılarak bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen bir kâğıdın üstünde yazan günün P harfi ile başlama olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

14. 4 beyaz, 6 yeşil bilye bulunan bir torbadan gelişigüzel 4 bilye seçiliyor.

Seçilen bilyelerin dördünün de aynı renk olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{8}{105}$ C) $\frac{7}{105}$ D) $\frac{1}{21}$ E) $\frac{1}{24}$

15. Bir çift zar havaya atılıyor.

Üst yüze gelen sayılar toplamının en az 8 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{36}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

16. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları farklı bir doğal sayı rastgele yazılıyor.

Yazılan bu sayının 5 ile tam bölünebilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$



1. $8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 26$

çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{26!}{4!}$ B) $\frac{26!}{7}$ C) $\frac{26!}{7!}$ D) $\frac{26!}{8!}$ E) $26! - 7!$

2. $P(6,4) - P(6,2)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 390 B) 360 C) 330 D) 320 E) 280

3. $P(n,3) = 6 \cdot P(n-1, 2)$

olduğuna göre, $P(n, 4)$ değeri kaçtır?

A) 180 B) 210 C) 240 D) 300 E) 360

4. $A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

kümesinin elemanlarını kullanarak üç basamaklı, rakamları farklı, 5 ile tam bölünen kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 60 B) 48 C) 20 D) 16 E) 12

5. $A = \{3, 5, 6, 7\}$

kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı, kaç çift doğal sayı yazılabilir?

A) 16 B) 24 C) 48 D) 64 E) 72

6. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

kümesinin elemanları ile rakamları farklı, dört basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?

A) 120 B) 112 C) 96 D) 84 E) 72

7. 8 kişiden 1 kişi Almanya'ya, 1 kişi de Fransa'ya gönderilecektir.

En fazla kaç seçim yapılabilir?

A) 96 B) 72 C) 64 D) 60 E) 56

8. 10 kişilik bir sporcu kafilesinden 6 kişilik bir takım oluşturulacaktır.

Takıma girecek 2 kişi belli olduğuna göre, bu takım kaç farklı biçimde oluşturulabilir?

A) 70 B) 84 C) 120 D) 180 E) 210

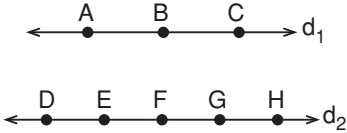
9. 4 kız, 3 erkek öğrenci arasından seçilecek 1 kız, 2 erkek öğrenci kaç farklı biçimde yan yana fotoğraf çektirebilir?

A) 24 B) 36 C) 48 D) 72 E) 144

10. 3 doktor, 4 hemşire arasından içinde en az 1 doktor bulunan 3 kişilik bir sağlık ekibi kaç farklı biçimde oluşturabilir?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 31

11.



Yukarıdaki biçimde birbirine paralel olan d_1 ve d_2 doğruları üzerinde belirlenen 8 noktayı köşe kabul eden kaç üçgen çizilebilir?

A) 56 B) 48 C) 45 D) 36 E) 30

12. Bir çember üzerinde belirlenen 10 noktanın bir tanesi A dır.

Buna göre, verilen köşelerinden biri A olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 36 B) 45 C) 48 D) 56 E) 72

13. 12 den 96 ya kadar olan (12 ve 96 dahil) doğal sayılardan biri rastgele seçildiğinde bu sayının hem 4 hem de 6 ile tam bölünebilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{85}$ B) $\frac{4}{17}$ C) $\frac{6}{85}$ D) $\frac{8}{85}$ E) $\frac{4}{21}$

14. Herkesin en az bir oyun oynadığı bir toplulukta 24 kişi futbol veya basketbol, 16 kişi futbol, 12 kişi basketbol oynuyor.

Bu gruptan rastgele bir kişi seçildiğinde bu kişinin hem futbol hem basketbol oynuyor olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

15. Beyaz ve kırmızı bilyelerin bulunduğu bir kutudan rastgele alınan bir bilyenin kırmızı olma olasılığı $\frac{3}{5}$ tir.

Bu kutuda 12 tane beyaz bilye olduğuna göre, kaç tane kırmızı bilye vardır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

16. Birinde 6 sarı 4 kırmızı, diğerinde 4 sarı 6 kırmızı bilye bulunan iki torbanın her birinden aynı anda birer bilye alınıyor.

Alınan bu bilyelerin farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{12}{25}$ D) $\frac{13}{25}$ E) $\frac{3}{5}$



1. 5 kız, 3 erkek öğrenci erkek öğrencilerin tümü yan yana olmamak koşuluyla düz bir sıra hâlinde kaç farklı biçimde dizilebilir?

A) $6! \cdot 3!$ B) $8! - 6! \cdot 3!$ C) $7! - 7! \cdot 2!$
D) $8! - 7! \cdot 2!$ E) $8! - 7! \cdot 3!$

2. Birbirinden farklı 4 matematik, 2 fizik, 3 kimya kitabı, bir rafa fizik kitapları yanlarda, kimya kitapları bir arada olmak koşuluyla kaç farklı biçimde dizelebilir?

A) $7! \cdot 3!$ B) $7! \cdot 2! \cdot 2!$ C) $7! \cdot 3! \cdot 2!$
D) $6! \cdot 3! \cdot 2!$ E) $6! \cdot 2!$

3. 5 kız, 5 erkek öğrenci bir yuvarlak masa etrafında 2 kız arasına 1 erkek öğrenci gelecek biçimde kaç farklı biçimde oturabilir?

A) $10!$ B) $6! \cdot 5!$ C) $5! \cdot 5!$
D) $5! \cdot 4!$ E) $5! \cdot 3!$

4. 4 evli çift, evli çiftler yan yana gelmek koşuluyla yuvarlak bir masa etrafında kaç farklı biçimde oturabilir?

A) 96 B) 192 C) 216 D) 240 E) 384

5. 423463

sayısının rakamları ile 6 basamaklı, 2 ile başlayıp, 6 ile biten kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 36 B) 28 C) 24 D) 8 E) 6

6. 10 soruluk bir sınava giren bir öğrenci 6 soruyu yanıtlamak zorundadır.

İlk 3 sorunun en az ikisini yanıtlamak koşuluyla 6 soruyu kaç farklı biçimde yanıtlayabilir?

A) 140 B) 120 C) 105 D) 70 E) 64

7. Yiğit 8 arkadaşından 2 tanesini doğum gününe davet edecektir. Ancak 8 arkadaşından belli 2 tanesi aynı ortamda bulunmak istemiyor.

Buna göre, Yiğit 2 arkadaşını kaç farklı biçimde seçebilir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 27

8. Yarıçap uzunlukları birbirinden farklı aynı düzlemde bulunan 4 çemberin en çok kaç kesişme noktası vardır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

9. Yuvarlak bir masa etrafında oturan 4 doktor ile 4 hemşirenin; 1 doktor ve 1 hemşire düzenin de oturuyor olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{35}$ B) $\frac{3}{35}$ C) $\frac{4}{35}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{7}$

10. 5 evli çift arasında rastgele seçilen iki kişinin evli (karı-koca) olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{9}$

11. 2544477 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek 7 basamaklı doğal sayılar yazılıyor.

Bu sayılardan biri rastgele seçildiğinde, seçilen bu sayıda 7 rakamlarının yan yana olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{8}{21}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{7}$

12. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden rastgele biri seçildiğinde, seçilen bu kümedeki elemanların çarpımının negatif tam sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{10}$

13. 2 zar ile 1 madenî para aynı anda atılıyor.

Zarlardan birinin 2, diğerinin tek ve paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{24}$

14. Bir zar ile iki madenî para aynı anda atılıyor.

Zarın üst yüzüne gelen sayının en az 3 ve paraların farklı yüzlerinin gelme olasılığı kaçtır?

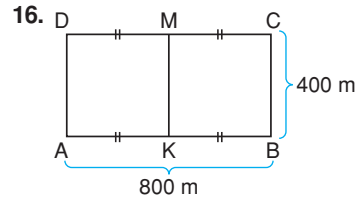
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{1}{2}$

15. I. torbada 2 kırmızı 3 mavi, II. torbada 3 kırmızı 4 mavi bilye vardır.

I. torbadan gelişigüzel 1 bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan rastgele seçilen 2 bilyenin kırmızı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{5}{16}$ E) $\frac{3}{8}$



ABCD dikdörtgen şeklinde bir arazidir.

$|AB| = 800$ m

$|BC| = 400$ m

$|DM| = |MC| = |AK| = |KB|$

K noktasında bulunan bir asker KM doğrultusunda hareket ederek K noktasından M noktasına gidiyor.

Bu askerin elinde bulunan gece görüş dürbününün görüş mesafesi 100 m olduğuna göre, askerin arazi içindeki belirli bir noktayı görebilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{8}$

CEVAP ANAHTARI

BÖLÜM KAZANIM DOĞAL SAYILAR – TAM SAYILAR

Test 1	1.A	2.E	3.C	4.D	5.C	6.B	7.B	8.E	9.A	10.A	11.A	12.C	13.C	14.D	15.D	16.C
Test 2	1.B	2.D	3.B	4.B	5.A	6.D	7.B	8.E	9.C	10.B	11.D	12.A	13.D	14.A	15.B	16.D
Test 3	1.C	2.A	3.D	4.C	5.E	6.E	7.B	8.C	9.E	10.D	11.B	12.B	13.D	14.D	15.A	16.A
Test 4	1.D	2.D	3.A	4.C	5.D	6.E	7.A	8.B	9.A	10.E	11.B	12.C	13.B	14.C	15.D	16.E
Test 5	1.E	2.D	3.C	4.A	5.B	6.D	7.B	8.E	9.B	10.D	11.C	12.D	13.B	14.A	15.C	16.E
Test 6	1.B	2.D	3.D	4.A	5.D	6.E	7.A	8.D	9.C	10.E	11.A	12.D	13.A	14.B	15.D	16.D
Test 7	1.E	2.B	3.B	4.A	5.D	6.B	7.E	8.B	9.B	10.C	11.B	12.E	13.C	14.A	15.A	16.C
Test 8	1.B	2.B	3.C	4.E	5.D	6.C	7.B	8.E	9.D	10.D	11.D	12.D	13.C	14.A	15.B	16.C
Test 9	1.D	2.B	3.A	4.E	5.C	6.A	7.B	8.C	9.E	10.A	11.A	12.E	13.B	14.D	15.A	16.A
Test 10	1.B	2.D	3.B	4.E	5.B	6.B	7.D	8.B	9.D	10.E	11.C	12.C	13.C	14.B	15.E	16.C 17.C
Test 11	1.C	2.A	3.E	4.A	5.C	6.B	7.C	8.B	9.C	10.B	11.A	12.B	13.C	14.A	15.B	16.C
Test 12	1.D	2.D	3.A	4.B	5.A	6.B	7.D	8.D	9.B	10.B	11.A	12.C	13.B	14.A	15.A	16.C

ÜNİTE KAZANIM DOĞAL SAYILAR – TAM SAYILAR

Test 1	1.C	2.A	3.D	4.A	5.E	6.B	7.B	8.D	9.A	10.E	11.B	12.B	13.C	14.D	15.C	16.D
Test 2	1.B	2.D	3.A	4.B	5.C	6.E	7.B	8.C	9.B	10.B	11.D	12.B	13.D	14.B	15.C	16.C
Test 3	1.E	2.E	3.E	4.D	5.E	6.C	7.D	8.C	9.A	10.A	11.A	12.E	13.E	14.C	15.B	16.B 17.D

BÖLÜM KAZANIM RASYONEL – ONDALIK SAYILAR

Test 1	1.D	2.C	3.D	4.A	5.D	6.D	7.E	8.A	9.C	10.A	11.A	12.C	13.D	14.C	15.B	16.A
Test 2	1.B	2.C	3.B	4.D	5.B	6.A	7.D	8.B	9.B	10.C	11.B	12.E	13.B	14.E	15.B	16.C
Test 3	1.C	2.E	3.C	4.D	5.D	6.D	7.D	8.C	9.A	10.A	11.B	12.C	13.C	14.C	15.C	16.B
Test 4	1.C	2.B	3.E	4.A	5.C	6.B	7.D	8.C	9.C	10.C	11.E	12.B	13.D	14.D	15.E	16.D

ÜNİTE KAZANIM RASYONEL – ONDALIK SAYILAR

Test 1	1.D	2.B	3.B	4.C	5.A	6.C	7.D	8.B	9.E	10.E	11.D	12.E	13.B	14.B	15.B	16.D
Test 2	1.A	2.C	3.D	4.C	5.C	6.D	7.C	8.A	9.C	10.B	11.A	12.D	13.E	14.C	15.A	16.B 17.B 18.E 19.B 20.B 21.D 22.C 23.B 24.A

BÖLÜM KAZANIM GERÇEK SAYILAR – BASİT EŞİTSİZLİKLER

Test 1	1.B	2.A	3.B	4.E	5.C	6.B	7.E	8.D	9.C	10.C	11.A	12.C	13.A	14.D	15.C	16.A
Test 2	1.A	2.C	3.D	4.C	5.B	6.D	7.C	8.D	9.C	10.B	11.C	12.C	13.C	14.C	15.B	16.D 17.A 18.A 19.B 20.C 21.D 22.D 23.B 24.B

CEVAP ANAHTARI

ÜNİTE KAZANIM GERÇEK SAYILAR – BASİT EŞİTSİZLİKLER

Test 1 1.B 2.E 3.D 4.E 5.A 6.A 7.E 8.C 9.C 10.E 11.C 12.C 13.C 14.B 15.C 16.C

Test 2 1.B 2.D 3.D 4.A 5.D 6.D 7.D 8.E 9.C 10.C 11.E 12.B 13.E 14.B 15.E 16.E

BÖLÜM KAZANIM MUTLAK DEĞER

Test 1 1.A 2.D 3.D 4.C 5.A 6.B 7.C 8.C 9.D 10.E 11.C 12.B 13.E 14.A 15.C 16.B

Test 2 1.E 2.A 3.D 4.E 5.A 6.B 7.D 8.B 9.B 10.E 11.D 12.D 13.A 14.B 15.B 16.C

Test 3 1.D 2.E 3.D 4.B 5.C 6.C 7.B 8.D 9.D 10.E 11.D 12.E 13.E 14.B 15.D

ÜNİTE KAZANIM MUTLAK DEĞER

Test 1 1.C 2.C 3.D 4.A 5.C 6.C 7.B 8.E 9.D 10.C 11.E 12.B 13.D 14.B 15.A 16.C 17.C 18.D

Test 2 1.D 2.B 3.B 4.D 5.D 6.C 7.E 8.C 9.C 10.E 11.A 12.B 13.C 14.A 15.E 16.D 17.C 18.B 19.C 20.B
21.D 22.A 23.E 24.D

BÖLÜM KAZANIM ÜSLÜ SAYILAR

Test 1 1.E 2.B 3.C 4.B 5.A 6.C 7.B 8.C 9.C 10.E 11.A 12.A 13.C 14.C 15.D 16.B

Test 2 1.D 2.D 3.A 4.A 5.C 6.B 7.D 8.A 9.D 10.D 11.B 12.D 13.E 14.A 15.C 16.D

Test 3 1.B 2.D 3.D 4.B 5.A 6.B 7.C 8.A 9.A 10.B 11.D 12.E 13.C 14.B 15.C 16.C 17.B 18.C 19.C 20.C
21.D 22.E 23.E 24.C

ÜNİTE KAZANIM ÜSLÜ SAYILAR

Test 1 1.C 2.C 3.D 4.B 5.B 6.E 7.B 8.D 9.D 10.A 11.D 12.D 13.E 14.D 15.E 16.C

Test 2 1.D 2.D 3.C 4.C 5.E 6.C 7.E 8.B 9.A 10.D 11.E 12.A 13.C 14.B 15.C 16.E

BÖLÜM KAZANIM KÖKLÜ SAYILAR

Test 1 1.B 2.B 3.E 4.E 5.D 6.C 7.B 8.A 9.C 10.A 11.D 12.D 13.C 14.C 15.B 16.A

Test 2 1.B 2.C 3.C 4.B 5.E 6.E 7.B 8.B 9.A 10.A 11.B 12.B 13.C 14.D 15.B 16.A

Test 3 1.D 2.B 3.E 4.B 5.B 6.B 7.B 8.C 9.E 10.E 11.C 12.B 13.D 14.A 15.E 16.C 17.A 18.B 19.C 20.E
21.C 22.A 23.A 24.B

ÜNİTE KAZANIM KÖKLÜ SAYILAR

Test 1 1.C 2.E 3.A 4.D 5.E 6.C 7.A 8.C 9.C 10.A 11.B 12.D 13.B 14.C 15.E 16.A

Test 2 1.E 2.B 3.E 4.D 5.D 6.A 7.C 8.A 9.C 10.D 11.A 12.C 13.B 14.E 15.D 16.B

CEVAP ANAHTARI

BÖLÜM KAZANIM ÖZDEŞLİKLER – ÇARPANLARA AYIRMA

Test 1 1.A 2.D 3.D 4.A 5.C 6.B 7.C 8.D 9.C 10.D 11.D 12.C 13.C 14.E 15.E 16.C

Test 2 1.C 2.C 3.D 4.E 5.D 6.B 7.A 8.E 9.B 10.D 11.B 12.B 13.A 14.B 15.D 16.B

ÜNİTE KAZANIM ÖZDEŞLİKLER – ÇARPANLARA AYIRMA

Test 1.E 2.E 3.E 4.C 5.D 6.B 7.E 8.A 9.E 10.A 11.D 12.D 13.C 14.E 15.C 16.C 17.B 18.A 19.E 20.D
21.E 22.B 23.E 24.C

BÖLÜM KAZANIM ORAN – ORANTI

Test 1 1.B 2.A 3.B 4.B 5.E 6.D 7.C 8.D 9.C 10.B 11.C 12.A 13.A 14.A 15.C 16.C

Test 2 1.B 2.A 3.C 4.B 5.C 6.A 7.D 8.D 9.D 10.B 11.C 12.B 13.B 14.B 15.E 16.A

ÜNİTE KAZANIM ORAN – ORANTI

Test 1 1.C 2.C 3.C 4.E 5.A 6.D 7.B 8.D 9.E 10.A 11.D 12.A 13.E 14.B 15.A 16.A

Test 2 1.E 2.C 3.C 4.A 5.C 6.C 7.E 8.B 9.C 10.C 11.D 12.E 13.D 14.D 15.A 16.B 17.D 18.D 19.E 20.E
21.C 22.B 23.E

BÖLÜM KAZANIM I. DERECEDEDEN DENKLEMLER

Test 1 1.C 2.A 3.D 4.C 5.B 6.B 7.A 8.D 9.A 10.B 11.A 12.C 13.A 14.A 15.D 16.A

Test 2 1.D 2.D 3.A 4.B 5.D 6.C 7.B 8.D 9.B 10.C 11.E 12.E 13.B 14.B 15.C 16.D

Test 3 1.E 2.A 3.D 4.C 5.C 6.B 7.D 8.C 9.A 10.D 11.E 12.C 13.C 14.E 15.C 16.B

ÜNİTE KAZANIM I. DERECEDEDEN DENKLEMLER

Test 1.A 2.B 3.B 4.C 5.C 6.D 7.D 8.E 9.C 10.B 11.D 12.B 13.B 14.B 15.E 16.C 17.A 18.B 19.C 20.D
21.A 22.B 23.A 24.E

BÖLÜM KAZANIM DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Test 1 1.B 2.C 3.C 4.D 5.E 6.B 7.A 8.D 9.B 10.D 11.A 12.D 13.D 14.A 15.D 16.A

Test 2 1.E 2.C 3.D 4.D 5.C 6.C 7.E 8.C 9.B 10.D 11.C 12.A 13.E 14.B 15.B 16.B

Test 3 1.D 2.E 3.B 4.C 5.B 6.D 7.B 8.A 9.D 10.C 11.A 12.D 13.E 14.B 15.C 16.A

Test 4 1.B 2.E 3.D 4.D 5.C 6.A 7.A 8.C 9.D 10.A 11.D 12.B 13.C 14.C 15.B 16.C

Test 5 1.C 2.C 3.D 4.C 5.B 6.C 7.E 8.A 9.B 10.B 11.E 12.D 13.A 14.A 15.B 16.D 17.A

Test 6 1.D 2.B 3.A 4.C 5.B 6.A 7.B 8.B 9.C 10.C 11.E 12.E 13.D 14.A 15.A 16.E

Test 7 1.C 2.B 3.A 4.A 5.C 6.B 7.C 8.E 9.B 10.B 11.B 12.C 13.D 14.A 15.B 16.A

Test 8 1.D 2.B 3.C 4.B 5.C 6.C 7.C 8.C 9.B 10.D 11.A 12.B 13.C 14.B 15.B 16.A

CEVAP ANAHTARI

Test 9	1.E	2.A	3.C	4.C	5.D	6.C	7.D	8.B	9.C	10.B	11.A	12.C	13.A	14.D	15.A	16.A
Test 10	1.B	2.E	3.C	4.B	5.E	6.C	7.E	8.D	9.C	10.C	11.A	12.E	13.C	14.B	15.D	16.C
Test 11	1.B	2.D	3.E	4.D	5.C	6.B	7.B	8.D	9.C	10.E	11.A	12.C	13.B	14.E	15.A	
Test 12	1.E	2.B	3.C	4.C	5.C	6.B	7.D	8.A	9.B	10.D	11.C	12.A	13.B	14.E	15.D	16.E
Test 13	1.E	2.A	3.E	4.B	5.A	6.E	7.C	8.E	9.B	10.B	11.C	12.C	13.A	14.C	15.B	16.A
Test 14	1.C	2.E	3.D	4.B	5.D	6.A	7.A	8.D	9.A	10.A	11.C	12.E	13.D	14.A	15.C	16.D
Test 15	1.D	2.A	3.D	4.C	5.A	6.E	7.A	8.C	9.C	10.A	11.D	12.E	13.B	14.C	15.D	
Test 16	1.A	2.B	3.C	4.A	5.D	6.C	7.E	8.D	9.B	10.B	11.C	12.B	13.C	14.C	15.E	
Test 17	1.E	2.B	3.B	4.A	5.B	6.A	7.D	8.D	9.B	10.B	11.C	12.D	13.C	14.C	15.C	16.E
Test 18	1.C	2.D	3.C	4.A	5.A	6.D	7.B	8.B	9.C	10.D	11.C	12.C	13.E	14.D	15.A	16.C
Test 19	1.B	2.D	3.C	4.D	5.D	6.B	7.E	8.C	9.E	10.B	11.E	12.B	13.E	14.C	15.A	16.A 17.C 18.C
Test 20	1.B	2.D	3.D	4.B	5.C	6.C	7.B	8.D	9.A	10.A	11.E	12.D	13.A	14.A	15.C	16.A
Test 21	1.A	2.B	3.C	4.B	5.B	6.E	7.E	8.E	9.A	10.B	11.B	12.C	13.C	14.C	15.D	16.D
Test 22	1.D	2.D	3.D	4.E	5.A	6.C	7.D	8.E	9.A	10.E						
Test 23	1.D	2.C	3.C	4.E	5.E	6.C	7.D	8.E	9.E	10.C						
Test 24	1.A	2.E	3.E	4.D	5.B	6.E	7.A	8.D	9.A	10.D						

ÜNİTE KAZANIM DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Test 1	1.D	2.B	3.A	4.C	5.D	6.E	7.C	8.A	9.B	10.B	11.B	12.E	13.B	14.B	15.D	16.D
Test 2	1.A	2.C	3.B	4.E	5.D	6.B	7.A	8.E	9.A	10.D	11.E	12.B	13.D	14.D	15.B	16.C 17.E 18.C

BÖLÜM KAZANIM MANTIK

Test	1.C	2.C	3.D	4.E	5.D	6.D	7.C	8.E	9.B	10.E	11.B	12.D	13.C
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------

ÜNİTE KAZANIM MANTIK

Test	1.D	2.B	3.B	4.D	5.C	6.C	7.C	8.E	9.C	10.B	11.D	12.D	13.C	14.A	15.D
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------

BÖLÜM KAZANIM KÜMELER

Test	1.C	2.D	3.E	4.D	5.C	6.D	7.B	8.B	9.D	10.C	11.C	12.B	13.D	14.D	15.B	16.D
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------

ÜNİTE KAZANIM KÜMELER

Test 1	1.C	2.C	3.A	4.B	5.C	6.B	7.E	8.B	9.E	10.C	11.D	12.B	13.C	14.B	15.C	16.C
Test 2	1.B	2.E	3.C	4.B	5.E	6.C	7.B	8.D	9.D	10.C	11.E	12.C	13.D	14.C	15.B	16.D

CEVAP ANAHTARI

BÖLÜM KAZANIM BAĞINTI – FONKSİYON

Test 1 1.B 2.B 3.D 4.A 5.E 6.D 7.B 8.D 9.A 10.C 11.A 12.A 13.D

Test 2 1.E 2.C 3.D 4.B 5.D 6.A 7.C 8.E 9.A 10.A 11.C 12.D 13.B 14.A

Test 3 1.A 2.C 3.D 4.A 5.A 6.D 7.C 8.B 9.A 10.A 11.D 12.B 13.B 14.C 15.E

Test 4 1.C 2.B 3.B 4.A 5.C 6.C 7.B 8.A 9.B 10.C 11.D 12.C 13.D 14.B

ÜNİTE KAZANIM BAĞINTI – FONKSİYON

Test 1 1.B 2.E 3.B 4.A 5.E 6.B 7.A 8.D 9.D 10.D 11.B 12.E 13.D 14.C

Test 2 1.A 2.E 3.C 4.D 5.B 6.C 7.C 8.B 9.C 10.B 11.C 12.C 13.B 14.A 15.D

BÖLÜM KAZANIM İŞLEM

Test 1.B 2.C 3.A 4.C 5.C 6.C 7.A 8.C 9.C 10.A 11.C 12.C 13.D 14.E 15.B 16.E

ÜNİTE KAZANIM İŞLEM

Test 1.C 2.C 3.D 4.B 5.C 6.B 7.E 8.D 9.C 10.B 11.A 12.B 13.E 14.E 15.D 16.C

BÖLÜM KAZANIM MODÜLER ARİTMETİK

Test 1 1.E 2.A 3.A 4.D 5.D 6.B 7.A 8.C 9.C 10.C 11.E 12.B 13.E 14.D 15.A 16.C

Test 2 1.A 2.B 3.B 4.D 5.E 6.D 7.A 8.A 9.B 10.A 11.E 12.C 13.B 14.B 15.C 16.B

ÜNİTE KAZANIM MODÜLER ARİTMETİK

Test 1.B 2.D 3.C 4.A 5.A 6.E 7.C 8.E 9.E 10.D 11.B 12.B 13.D 14.A 15.A 16.D

BÖLÜM KAZANIM PERMÜTASYON – KOMBİNASYON – OLASILIK

Test 1 1.D 2.A 3.B 4.A 5.C 6.E 7.D 8.E 9.C 10.B 11.C 12.D 13.C 14.B 15.C 16.A

Test 2 1.C 2.C 3.E 4.E 5.A 6.C 7.E 8.A 9.D 10.E 11.C 12.A 13.D 14.D 15.D 16.D

ÜNİTE KAZANIM PERMÜTASYON – KOMBİNASYON – OLASILIK

Test 1.B 2.E 3.D 4.A 5.E 6.A 7.E 8.D 9.A 10.E 11.E 12.C 13.D 14.C 15.A 16.A

NOTLAR

NOTLAR